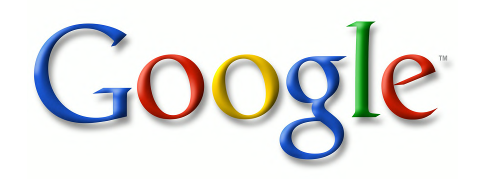
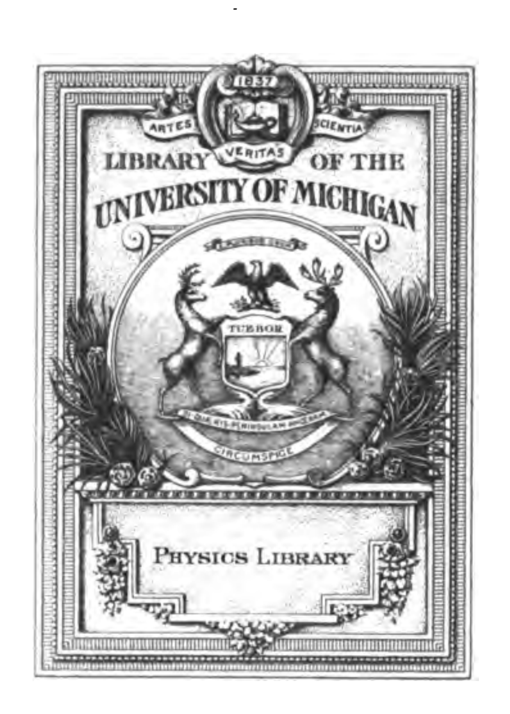
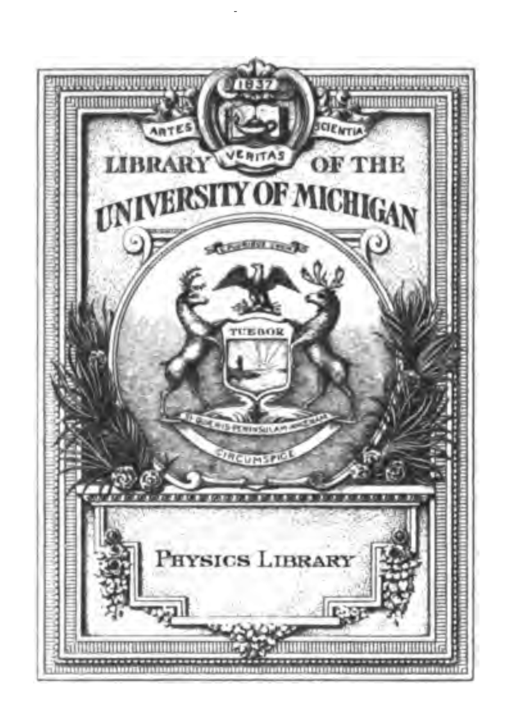





1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE
PHYSICS LIBRARY

712

10.–


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE
PHYSICS LIBRARY

712
10.

COURS COMPLET D'OPTIQUE,

TRADUIT DE L'ANGLOIS DE ROBERT SMITH,

CONTENANT la Théorie, la Pratique & les Usages de cette Science.

AVEC des Additions considérables sur toutes les nouvelles découvertes qu'on a faites en cette matière depuis la publication de l'Ouvrage Anglois.

Par L. P. P. ancien Professeur Royal d'Hydrographie, à Marseille.

TOME PREMIER.



A AVIGNON,

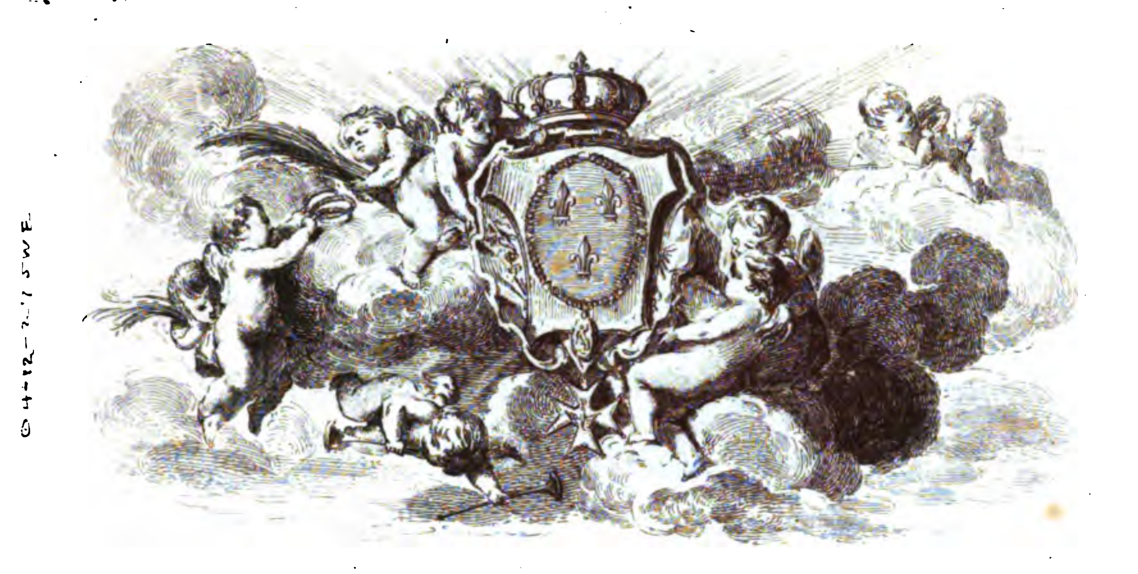
Chez { La Veuve GIRARD & FRANÇOIS SEGUIN, Impr. Lib. Place St. Didier.
JEAN AUBERT, Impr. Lib., près le Change.

Se vend A PARIS,

Chez { CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Lib. du Roi, Rue Dauphine.
CHARLES SAILLANT, Lib., Rue St. Jean de Beauvais.

M. DCC. LXVII.

Avec Permission des Supérieurs.



AU ROI.

IRE,

L'Ouvrage que j'ai l'honneur de présenter à VOTRE MAJESTE', *contient tous les Prin-*

cipes d'une Science à laquelle l'Astronomie doit ses découvertes & la Navigation sa sûreté. La protection éclairée que Vous accordez à celles-ci, ne peut Vous laisser indifférent sur un Art qu'elles regardent l'une & l'autre comme leur flambeau.

C'est sous votre Regne, SIRE, *par vos Ordres & par vos Bienfaits que s'est exécutée une des entreprises les plus mémorables que l'Astronomie ait jamais osé tenter, & qui seule suffiroit pour immortaliser un Regne moins célèbre que le Vôtre. La véritable figure de la Terre ignorée jusqu'alors, étoit un sujet de dispute pour les Savans, & pouvoit devenir une source d'erreurs dangereuses pour les Navigateurs, si* VOTRE MAJESTÉ, *à qui ces connoissances sont familières, n'avoit daigné s'intéresser à cette grande question & pourvoir avec une magnificence Royale aux frais nécessaires pour mesurer la*

Terre tout à la fois dans les contrées les plus éloignées, ſous l'Equateur & le cercle Polaire. Les Inſtrumens qui ont opéré ces merveilles, ceux qui dévoilent les ſecrets de la Nature aux Phyſiciens & les Cieux aux Aſtronomes, ſont tous décrits dans ce Cours d'Optique, & la plupart n'exiſteroient qu'en projet dans nos Livres, ſi vos libéralités n'avoient mis les Artiſtes en état de les conſtruire & les Savans de ſe les procurer.

Parmi tout ce que renferme cet Ouvrage, j'oſe me flatter, SIRE, *que* VOTRE MAJESTE' *daignera diſtinguer les découvertes qui me ſont perſonnelles & que j'ai placées à la fin du ſecond Volume; trop payé de mes foibles travaux, s'ils peuvent obtenir un coup d'œil d'un Monarque dont les regards bienfaiſans animent tous les Talens &*

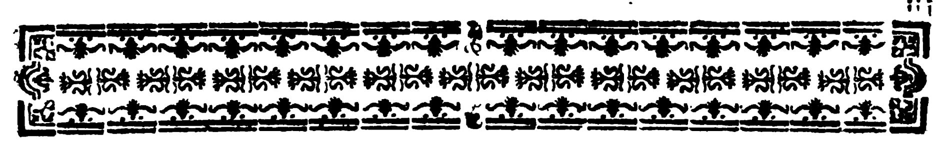
font fleurir tous les Arts. Je suis, avec un très-profond respect,

SIRE,

DE VOTRE MAJESTE',

Le très-humble, très-obéissant
Serviteur & très-fidele Sujet,

PEZENAS,
Ancien Professeur d'Hydrographie.



PRÉFACE.

L'Ouvrage dont nous présentons la traduction au Public, parut en Anglois en 1738, sous le titre de *A compleat System of Opticks*, que nous avons rendu par celui de *Cours complet d'Optique*. C'est en effet ce que nous avons de plus complet sur cette science ; le plan que l'Auteur s'est tracé, en embrasse toutes les branches, Théorie, Pratique, Application aux autres sciences, Histoire des découvertes qu'on a faites dans l'Optique, ou dans les autres sciences par son secours. La manière dont chacune de ces diverses parties est traitée indépendamment les unes des autres, met chaque espèce de Lecteurs en état de choisir celles qui sont plus analogues à ses connoissances ou à son goût, sans être obligé de faire une étude inutile du reste.

Le Livre I. est intitulé, *Traité populaire*, parce qu'il est à la portée de tout Lecteur qui voudra le suivre avec un peu d'application. L'Auteur le conduit, comme par la main, d'expériences en expériences, à la découverte de tous les Phénomènes de l'Optique. C'est la marche qu'ont dû tenir les Inventeurs de cette science ; & il en résulte un véritable Cours d'Optique Expérimentale, qui peut tenir lieu de Théorie pour ceux qui ne sont pas en état de lire le Livre suivant. Il ne sera pas inutile à ceux qui veulent pousser plus loin leurs recherches.

L'essai du Dr. *Jurin* sur la vision distincte & in-

diſtincte, a trop de rapport avec ce premier Livre, tant pour le fonds, que pour la forme, pour l'en ſéparer, comme on a fait dans l'Original Anglois. En le mettant à la ſuite de ce Traité Populaire, nous avons cru le rétablir dans ſa place naturelle.

Dans le Livre ſecond, Mr. *Smith* porte le flambeau de la Géométrie dans la théorie de la Lumière & de l'Optique, qu'il n'avoit fait que découvrir juſques là, à la lueur de l'expérience. Le développement & l'application du Théorême du célébre Mr. *Cotes*, en fait un morceau précieux. Mr. *Cotes* ne l'avoit réſolu que par rapport aux ſurfaces réfringentes, qui appartiennent à la Dioptrique. Le Dr. *Smith*, héritier de ſes papiers, en a étendu la ſolution aux ſurfaces réfléchiſſantes; & ce Théorême aſſez inconnu à nos Auteurs François, ne ſe trouve nulle part expoſé avec autant de clarté & de ſolidité, que dans ce Traité Mathématique. Il n'en occupe cependant qu'une petite partie. Le reſte roule ſur l'application des loix de la réfraction & de la réflexion, aux divers Phénoménes qui en réſultent, aux météores lumineux, à l'aberration des Téleſcopes, des Microſcopes, à la théorie des Cauſtiques, &c.

Le Traité Méchanique deſtiné principalement à diriger les Artiſtes & ceux qui veulent le devenir, offre tout le détail des procédés uſités pour la compoſition des Miroirs & des Baſſins, pour les polir, pour tailler & polir les Verres, & la conſtruction de toutes les ſortes d'Inſtruments d'Optique, qui ſervent à l'utilité ou à l'amuſement, depuis le Téleſcope, juſqu'à la Lanterne Magique. En un mot, tout ce qui appartient au Méchaniſme de l'Attelier, s'y

trouve rassemblé. Les pratiques que l'Auteur propose, sont puisées dans les meilleures sources, telles que *Hughens*, *Molyneux*, &c. & méritent la plus grande confiance. A l'occasion des divers Instruments qu'il décrit, Mr. *Smith*, pour rendre son Livre d'une utilité plus générale, n'oublie point leurs usages dans l'Astronomie, la Navigation, le Nivellement, & autres Arts qui empruntent les secours de l'Optique; & ceux qui les cultivent y trouveront des instructions utiles pour la Pratique.

Enfin, le 4e. Livre contient l'Histoire suivie des découvertes dont l'Astronomie est redevable à l'invention des Lunettes. L'on sçait que cette époque fut celle d'une révolution qui fit changer de face à l'Astronomie. Un Ciel nouveau se découvre; la distance immense des Astres ne les rend plus inaccessibles à nos regards; l'Optique les rapproche; on en mesure exactement les Diamètres & les distances; on est en état d'examiner de près leurs surfaces, leurs inégalités & les changements étonnants qui surviennent dans quelques-uns; on les voit tourner sur leurs axes; on apperçoit un large pont qui entoure Saturne & des Satellites dont on ne soupçonnoit point l'existence; toutes ces merveilles & mille autres extraites des Mémoires & Journaux des plus célébres Astronomes, forment un tableau le plus digne de la curiosité d'un Lecteur intelligent.

Les Remarques sont moins des Commentaires sur chaque Chapitre, que des Additions sur le même sujet. Ce sont tantôt de nouvelles démonstrations, tantôt des discussions plus approfondies de certains points sur lesquels on n'auroit pû s'arrêter sans trop

interrompre le fil du discours, & quelquefois la réfutation de certaines opinions fausses, avancées par des Auteurs respectables. On y trouve encore tout l'historique de cette science, qui ne doit point être omis dans un Cours que l'on donne à juste titre pour complet.

Il seroit inutile d'entrer dans un plus grand détail. Un coup d'œil sur la Table des Matières y suppléera & justifiera ce que nous avançons. L'Auteur Anglois avoit renvoyé toutes les Remarques à la fin du 2^d^. Volume. Nous avons cru plus naturel de les placer chacune à la suite du Chapitre auquel elles se rapportent, en les imprimant d'un caractère différent de celui du Chapitre. C'est le seul changement que nous nous soyons permis. Du reste, on y trouvera le Texte entier du Dr. *Smith* que nous nous sommes fait une loi de conserver. Nous avons jugé que la plupart des Lecteurs, le préféreroient à tout abrégé que nous aurions pu en faire d'après nos idées & notre goût, qui auroit bien pu n'être pas toujours celui de tout le monde.

L'Ouvrage de Mr. *Smith* formoit un Cours Complet d'Optique, lorsqu'il le donna au Public en 1738. On conçoit sans peine qu'il s'est fait depuis ce tems-là bien de nouvelles découvertes, qu'on a inventé de nouveaux Instrumens ou perfectionné ceux d'alors, & que Mr. *Smith* n'auroit pas manqué d'en enrichir son Ouvrage, s'il l'avoit publié de nos jours. Nous nous sommes mis à sa place à cet égard, & en partant du point où il a fini, nous avons taché de remplir ce qui manque à son Ouvrage, par un grand nombre d'Additions sur toutes les différentes matières qu'il y a traitées.

Les Mémoires des diverſes Académies de l'Europe nous en ont fourni pluſieurs matériaux ; nous y avons joint tout ce qui nous a paru aſſorti au plan de l'Ouvrage Anglois, & nous en avons formé différents Mémoires détachés. Il n'en eſt aucun que nous ne croyons digne par quelque endroit de la curioſité du Public. Ils roulent principalement ſur de nouveaux Inſtruments d'Optique ou de nouvelles découvertes en Aſtronomie. Celui de tous qu'on eſt le plus en droit d'y chercher, & que nous jugeons le plus intéreſſant, tant par la nouveauté du ſujet, que par le prix de la découverte, eſt le Mémoire ſur les Lunettes Achromatiques, qui depuis quelques années ſont devenues l'objet des recherches des plus grands Géométres. Nous avons puiſé tout l'hiſtorique de cette belle découverte dans les Mémoires de *Berlin*, dans les Tranſactions Philoſophiques, & dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences. Nous avons cru pouvoir compter ſur les Obſervations de feu Mr. *Clairaut*, & nous avons délivré notre Théorie de toute ſorte de ſuites infinies. Mr. *Clairaut* n'y a eu recours que pour exempter les Lunettes Achromatiques de l'aberration de ſphéricité. On verra par l'application des principes de Mr. *Klingenſtierna* que nous avons trouvé le moyen de détruire cette aberration dans un objectif exempt de l'aberration, qui réſulte de la différente réfrangibilité des rayons de lumière ; & cela par un calcul très-ſimple. Si l'on ſe borne à exempter l'objectif des couleurs, il faut donner à l'objectif de Verre, deux convexités égales pour procurer à la Lunette la plus grande ouverture ; il faut que cet objectif ſoit en-

chaſſé dans le cryſtal, pour obtenir la plus grande clarté poſſible, & que le demi-diamètre de la ſeconde ſurface concave du cryſtal, ſoit triple du demi-diamètre de la première ſurface. Par ce moyen, le Problême eſt déterminé. Si l'on veut auſſi exempter l'oculaire des iris qu'il pourroit produire, il doit être compoſé à peu près, comme l'objectif, & j'en ai donné toutes les dimenſions. La ſolution de ce Problême pourra auſſi ſervir à rendre Achromatiques les Microſcopes.

J'avois promis la deſcription de l'Heliomètre de Mr. *Bouguer* & du Micromètre objectif que Mr. *Dollond* donna au Public en 1753; mais comme j'ai donné fort au long la deſcription de cet Inſtrument dans les Mémoires redigés à l'Obſervatoire de Marſeille en 1755, & que d'ailleurs M. *de la Lande* a jugé à propos d'en faire un Extrait dans ſon Aſtronomie qui eſt entre les mains de tous les curieux, j'ai cru que je pouvois me diſpenſer de donner ici une ſeconde Edition de ce long Mémoire, quoique la première ſoit preſque épuiſée. Ceux qui ont cette première Edition ſont priés de corriger une faute d'impreſſion qui mérite quelque attention; on lit *page* 111 *lig*. 8. $\frac{FA + AB \times b}{fA + AB + b}$. $hC = \frac{gB + BC \times c}{gB + BC + c}$ & $iD = \frac{hC + CD \times d}{hC + CD + d}$. Il faut lire $\frac{\overline{fA + AB} \times b}{fA + AB + b}$ $hC = \frac{\overline{gB + BC} \times c}{gB + BC + c}$ & $iD = \frac{\overline{hC + CD} \times d}{hC + CD + d}$.

Il faut auſſi ſimplifier ce que j'ai dit *pages* 120 & 121, pour trouver la proportion de l'augmentation ou diminution de la diſtance C B des deux miroirs, qu'il falloit différentier l'équation générale ou ſimplement la réduire au ſecond degré. Quoique ces

deux méthodes ſoient bonnes, il vaut mieux chercher A B ($= g$) diſtance de l'oculaire au petit miroir, pour avoir la diſtance C B des deux miroirs. Or l'équation générale donne immédiatement

$$\text{A B ou } g = \frac{d(\overline{a+c-h}.b+\overline{h-c}.a)+c(\overline{b+h}.a-\overline{h+i}.b)+i(\overline{c-h-b}.a+bh)}{b(d+c+i)+c(h+i-d)+h(d-i)}$$

L'application de cette équation à l'exemple de la page 116 du même Livre, donne

$g = 21, 81955$, lorſque d eſt ſuppoſé $= 484, 1$
$g = 21, 86845$, lorſque $d = 484, 6$
$g = 21, 89441$, lorſque $d = 485, 1$

D'où il ſuit, comme je l'avois conclu, que les allongements & les raccourciſſements de la diſtance focale d du grand miroir ne ſont point proportionnels à la quantité dont on augmente ou dont on diminue la diſtance des deux miroirs; puiſqu'en raccourciſſant la diſtance focale d d'un demi-pouce, on doit diminuer la diſtance des miroirs deux fois autant qu'on doit l'augmenter, lorſqu'on allonge le foyer de la même quantité. Ainſi un Obſervateur exact ne ſçauroit être trop en garde contre les plus légers déplacements du petit miroir, en ſe ſervant de ce Micromètre, s'il veut ſe procurer une meſure d'angles toujours uniforme. Il y a même plus à perdre de cette uniformité, ſi l'on tire le petit miroir en dedans, que ſi on le pouſſe trop en dehors.

Ceux qui n'ont pas ces Mémoires de 1755, en trouveront le peu d'exemplaires qui nous reſtent chez l'Imprimeur de ce Cours d'Optique.

La première partie de ces Mémoires, contient des recherches fort étendues ſur divers inſtruments propoſés aux Marins, pour ſervir à obſerver les Aſtres en Mer, & en particulier ſur l'Octant de

Mr. *Hadley*, qui a été défiguré dans quelques boutiques; sur celui de Mr. *Caleb Smith*, qui apparemment n'étoit pas parvenu en 1738, à la connoissance de Mr. *Robert Smith*; sur l'Octant de Mr. de *Fouchy*, sur les quarts de cercle de Mrs. *Elton* & *Radouay*, & sur les tentatives de Mrs. *Godfrey* & *Graham*.

La seconde partie s'étend sur les différents Micrométres, sur les Pendules & sur la transmission & les effets des Sons.



TABLE DES CHAPITRES ET DES ARTICLES PRINCIPAUX.

LIVRE I.

TRAITE' POPULAIRE.

LIVRE SECOND

TRAITE' MATHEMATIQUE.

Ayant

LIVRE TROISIEME,

TRAITÉ MECHANIQUE.

LIVRE QUATRIEME,

TRAITE' PHILOSOPHIQUE.

Contenant l'Hiſtoire des découvertes téleſcopiques qui ont été faites dans le Ciel.

ADDITIONS.

Fin de la Table des Matières.

Fautes à corriger dans le premier Volume.

PAge 43, ligne 9 des remarques, Prisme, *lisez* Premier.
P. 52, n. 31, lig. 4, lumière, *lis.* lentille.
P. 76, n. 10, *lis.* que cette découverte a été faite.
P. 87, lig. 14, troisiéme, *lis.* treiziéme.
P. 92, lig. 4, sons, *lis.* sens.
P. 111, art. 160, lig. 7, de allée, *lis.* d'une allée.
P. 154, lig. 15, $\times MQ^2$, *lis.* $+ MQ^2$.
P. 166, lig. 31, 35, *lis.* 25.
P. 209, lig. 12, $\delta\,\varepsilon$, *effacez* ε.
P. 252, Fig. 198, 199, *lis.* 194, 195.
P. 259, lig. 8, blanc, *lis.* papier blanc.
P. 332, prop. 2, cercle E, *lis.* centre E.
P. 343, art. 261, lig. 1, grande, *lis.* petite.
P. 349, art. 274, lig. 15 $-\frac{1}{a}$, *lis.* $+\frac{1}{a}$.
P. 363, lig. 5, Aa, Bb, Cc, *lis.* Ab, Ac, Bc.
P. 369, lig. 4, en montant, $\frac{s}{t}$ *lis.* $\frac{t}{s}$.
P. 377, art. 332, lig. 3, AP^2, *lis.* AP^3.
P. 388, lig. 5, raison, *lis.* racine; lig. 10, &, *lis.* & en.
P. 409, lig. 3 en montant $= PL$, *lis.* $- PL$.
P. 425, art. 430, lig. 7, SR, *lis.* SL.
P. 427, lig. 4 en montant, dK, *lis.* dR.
P. 433, lig. 6, l'arc, *lis.* l'axe.
P. 441, lig. 8, DIC, *lis.* DCI.
P. 442, art. 479, lig. 5, CD, *lis.* CE.
P. 455, lig. 4, avant l'art. 497, PQ, *lis.* BQ.

Fautes à corriger dans le second Volume.

PAge 34, ligne 10, N, *lisez* H. G, *lisez* B. ligne 29, 65°. *lisez* 90°.

P. 50, lig. 12, PDE, *lis.* FDE.

P. 51, lig. 11, DF×GL, *lis.* DE×CF. Art. 586, lig. 10, 180, *lis.* 187.

P. 60, art. 601, lig. 7 *ydz*, lis. *ydx*.

P. 61, lig. 19, raison, *ajoutez* de minorité.

P. 88, lig. 2, portions, *lis.* positions.

P. 93, art. 669, lig. 9, (61, *lis.* 6 (1.

P. 97, art. 684, lig. 3, divisés, *lis.* dérivés.

P. 132, art. 43, lig. 2, $\sqrt{\frac{1 + \theta\theta - \frac{1}{4} aa}{2 + \theta\theta}}$, *lis.* $\sqrt{\frac{1 + \theta\theta - \frac{1}{2} aa}{1 + \theta\theta}}$.

P. 137, art. 70, lig. 2. *m m*, lis. *m n*.

P. 143, lig. 6, *a*D*d*, *lis.* *a*A*d*.

P. 148, lig. 2, $r - 1$, *lis.* $r + 1$; art. 129, lig. 8, $= 1 +$), *lis.* $=$) $1 +$.

P. 151, art. 145, lig. 4, 1. 10, *lis.* $\bar{1}$. 10; art. 146, lig. 1 $r + \frac{n}{rr}$. *lis.* $r + n + \frac{n}{rr}$.
lig. 2, *lis.* $\bar{2}$ & $\bar{4}$ pour 2 & 4.

P. 310, lig. pénul. lieux, *lis.* yeux.

P. 398, art. 172, apparence, *lis.* parallaxe.

P. 440, en bas, *effacez* 40, $=$.

P. 442, à la fin du Lemme, $- \frac{3a}{8}$, *lis.* $- \frac{3a}{4}$.

P. 443, *ajoutez à la fin du Probl.* 5, lorsque $b = -\frac{3a}{4}$, on a $x =$, 06*a*, & lorsque $c = -\frac{3a}{4}$, on a $x =$, 375*a*.

P. 450, lig. derniere, convexités, *lis.* courbures; lig. 5 en montant, plan-convexe, *lis.* l'un plan-concave & l'autre plan-convexe.

P. 456, n°. 2, lig. 2, $\frac{r}{(i-r)P^2}$, *lis.* $\frac{r}{(i-r)P}$ $\left(\frac{r}{(i-r)P^2}\right)$.

P. 457, lig. 7, P, *lis.* $\frac{1}{P}$; lig. 6, $\frac{1}{Aa}$, *lis.* $\frac{i-r}{r} \cdot \times \frac{1}{Aa} + \frac{1}{Bb}$; lig. 12 $(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})^3$ *lis.* $(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})^2$

P. 459, lig. 1 $(\frac{da}{Aa^2} + \frac{db}{Bb^2})$ *lis.* $(\frac{da}{Ba^2} + \frac{db}{Ab^2})$.

P. 462, n°. 1, lig. 2, $(4i + r)$, *lis.* $(4i - r)$.

P. 463, lig. antepen. $\overset{\prime\prime}{B}{}^2$, *lis.* $\overset{\prime}{B}{}^2$, $\overset{\prime\prime\prime}{P}{}^3$, *lis.* $\overset{\prime\prime}{P}{}^3$.

P. 467, lig. 4, $f = \frac{(4i+r)}{4(i-r)^2}$ *lis.* $f = \frac{(4i-r)r}{4(i-r)^2}$, & corrigeant tout le calcul en conséquence vous aurez $a = 5\frac{1}{2}$. $b = \infty$ $\overset{\prime}{a} = \frac{-18}{10 \pm 207}$. $\overset{\prime}{b} = -\frac{18}{140 \mp 207}$; appliquant ensuite la même correction aux premières lignes de la page 469, vous aurez $a = \frac{213R}{1271}$. $b = \frac{213R}{149}$. $\overset{\prime}{a} = \frac{-335R}{27{,}5046}$. $\overset{\prime}{b} = \frac{-335R}{32{,}4954}$.

P. 468, lig. 4. $A^2 P^3$, *lis.* $A^2 P^3 g$. $B^2 \overset{\prime}{P}{}^3$, *lis.* $B^2 \overset{\prime}{P}{}^3 \overset{\prime}{g}$.

P. 474. lig. 6, en montant, $\overset{\prime\prime\prime}{A}{}^2 \overset{\prime\prime\prime}{A}{}^2$, *lis.* $\overset{\prime\prime\prime}{A}{}^2 \overset{\prime\prime}{A}{}^2$.

P. 476, lig. 2 $\frac{m P \overset{\prime}{P}}{P + \overset{\prime}{P}}$, *lis.* $\frac{P + \overset{\prime}{P}}{m P \overset{\prime}{P}}$.

P. 479, art. 1, lig. 3, *lis.* $\frac{r}{1 - t\frac{-tr(\overline{m-1}P - R)}{b(\overline{m-1}.P - R) - mPR}}$.

P. 480, lig. pénul. *d* 9, *lis.* *d* (9.

P. 499, art. 3, lig. pénul. $\sqrt{f}$, *lis.* $\sqrt{\delta f}$.

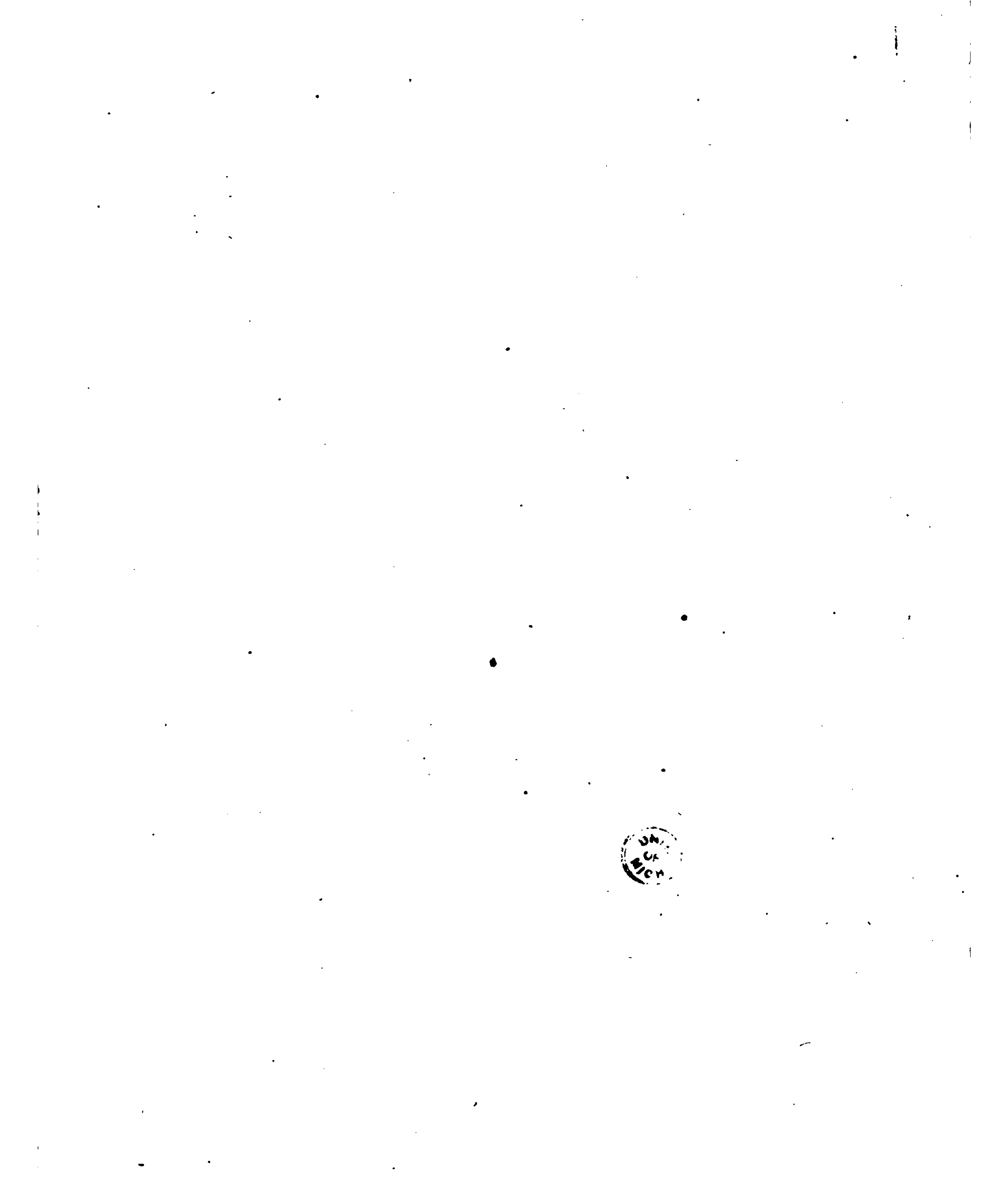
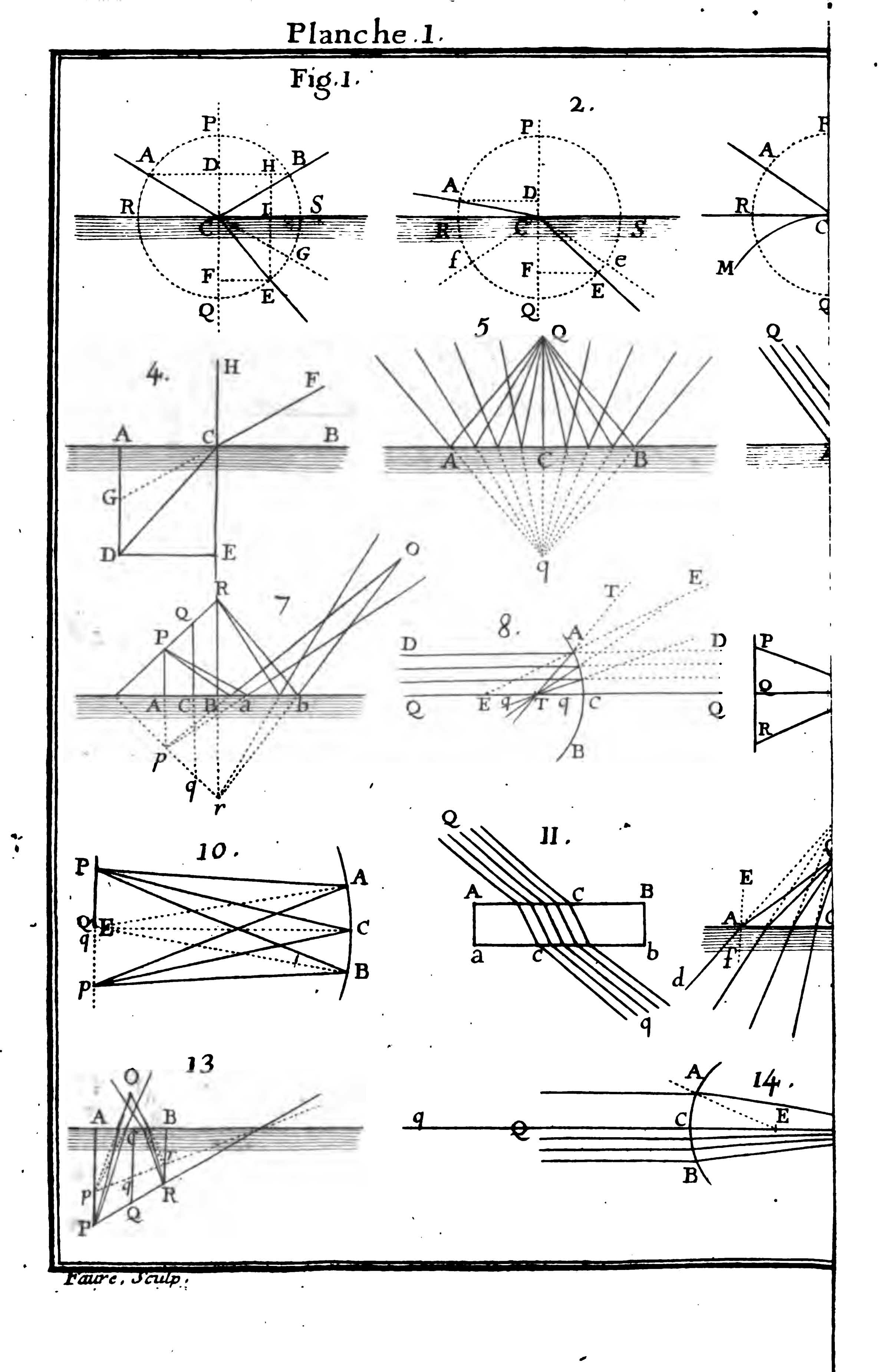
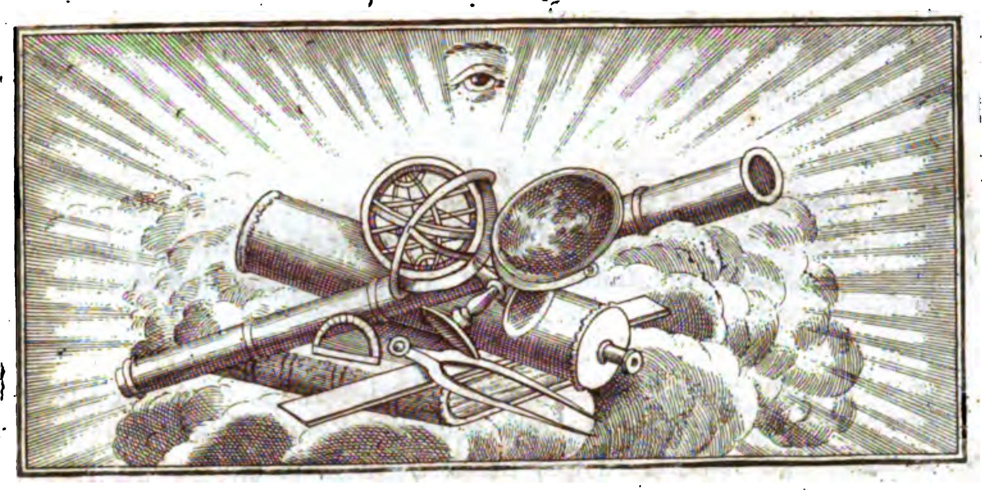


Planche. 1.



Faure, Sculp.



COURS COMPLET D'OPTIQUE.



LIVRE PREMIER, *TRAITÉ POPULAIRE.*

CHAPITRE PREMIER,

Sur la nature de la Lumiere.

1. LES propriétés & les effets de la Lumière sont tellement semblables aux propriétés & aux effets des corps d'un volume sensible, qu'il y a tout lieu de croire que la Lumière est composée de particules très-petites de la matière separées les unes des autres, comme le remarque M. Newton dans son Optique, *quest.* 29, *p.* 345; ces particules s'écoulant continuellement des corps lumineux, & se dispersant de tous côtés par la réflexion des autres corps, impriment sur les organes de la vue le mouvement particulier qui excite dans

La Lumière est composée de parties.

notre ame le ſentiment de la Lumière. Mais il ſuffit à preſent de remarquer que la Lumière eſt compoſée de parties qui ſe ſuccédent les unes aux autres en lignes droites & qui ſe répandent dans le même tems en diverſes lignes; car on peut dans un même lieu arrêter celle qui vient dans un inſtant & laiſſer paſſer celle qui vient immédiatement après, & l'on peut dans un même tems arrêter la Lumière dans un endroit & la laiſſer paſſer dans un autre. Or il eſt clair que la partie de Lumière qui eſt arrêtée, n'eſt pas la même que celle qu'on laiſſe paſſer.

Ce que c'eſt qu'un rayon de Lumière.

2. La plus petite Lumière ou partie de Lumière que l'on peut arrêter ou ſéparer du reſte de la Lumière, ou que l'on peut faire paſſer toute ſeule, ou qui produit quelque effet, ou reçoit quelque impreſſion que le reſte ne produit pas ou ne reçoit pas, ſe nomme rayon de Lumière, ainſi que M. Newton l'a définie dans ſon Optique, *part.* 1. On voit clairement par l'ombre des corps, ou par le paſſage de la Lumière dans les petits trous d'une chambre obſcure pleine de pouſſiere ou de fumée, que les rayons de Lumière s'étendent en ligne droite. D'ailleurs on ne peut pas voir les corps dans un tuyau recourbé, & l'on ceſſe de les voir dès qu'un autre corps eſt interpoſé; c'eſt ainſi que l'interpoſition de la Lune & des planetes rend inviſibles les étoiles fixes, & cache à nos yeux une partie du Soleil. On peut donc repréſenter par des lignes droites les rayons de Lumière, non par des lignes mathématiques, mais par des lignes droites phyſiques qui ſont décrites par le mouvement des particules de la Lumière, & le point où tombe un rayon ſur une ſurface doit être regardé comme un point phyſique.

Manière dont ſe fait la réflexion & la réfraction. Fig. 1.

3. Lorſqu'un rayon de Lumière tombe obliquement ſur une ſurface bien polie, il change de route par la réflexion ou par la réfraction en cette manière. Suppoſons que le papier où les figures ſuivantes ſont décrites ſoit perpendiculaire à la ſurface d'une eau dormante, & qu'il la coupe dans la ligne RS. Si un rayon de Lumière vient tomber ſelon la direction AC au point C de la ligne RS, & ſi la ligne PCQ eſt perpendiculaire à la ſurface de l'eau, ce rayon pourra être réfléchi en C & retourner dans l'air, & alors il décrira la ligne droite CB, qui forme avec la perpendiculaire CP un angle PCB exactement égal à l'angle PCA.

Mais si le rayon qui parcourt la droite AC entre dans l'eau, il ne suivra plus la même droite prolongée CG, mais il se rompra ou se pliera en C & décrira une autre droite CE qui formera avec la perpendiculaire CQ un angle ECQ moindre que l'angle ACP; & la position de la ligne CE sera telle, que si l'on décrit un cercle autour du centre C, qui coupe en A la ligne CA, & en E la ligne CE; les perpendiculaires AD & EF abaissées des points A & E sur la ligne PQ, auront toujours la même proportion entr'elles, de quelque grandeur que soit l'angle ACP. Lorsqu'un rayon entre dans l'eau, la ligne EF est toujours les trois quarts de la perpendiculaire AD.

4. Dans ces deux cas la ligne AC se nomme rayon incident, CB le rayon réfléchi, & CE le rayon rompu; C le point d'incidence, PCQ la perpendiculaire d'incidence, ACP l'angle d'incidence, BCP l'angle de réflexion, ECQ l'angle de réfraction; AD le sinus d'incidence ou de l'angle d'incidence, & EF le sinus de réfraction ou de l'angle de réfraction. Quelques Auteurs appellent ACP l'angle d'inclinaison, ECQ l'angle rompu, & leur différence ECG l'angle de réfraction; on peut l'appeller angle de déviation. Des angles & sinus d'incidence & de réfraction.

5. On appelle milieu l'espace vuide ou le corps transparent que le rayon de Lumière peut traverser. Les milieux sont plus denses à proportion qu'ils ont plus de poids sous le même volume; & on a trouvé par expérience (*Nevvt. Opt. p.* 245.) que la force qu'ils ont de réfléchir & de rompre la Lumière est plus grande à proportion qu'ils sont plus denses à fort peu près. Du milieu.

6. Comme on a découvert & confirmé par un grand nombre d'expériences répetées plusieurs fois sur la Lumière & les corps de toutes les espéces tant fluides que solides, les propriétés précédentes de la réflexion & de la réfraction, sans y avoir trouvé aucune exception, on peut les regarder comme le principal fondement de toute l'Optique, & on les nomme Loix de réflexion & de réfraction. Newton les a exprimées de la manière suivante. Loix de réflexion & de réfraction.

7. *Les angles de réflexion & de réfraction sont dans le plan de l'angle d'incidence*, c'est-à-dire dans le plan qui passe par le rayon incident & par la perpendiculaire PQ au point d'incidence. 1re. Loi.

8. *L'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence.* 2e. Loi.

1re. Conseq. 9. D'où il suit que les rayons d'incidence & de réflexion sont également inclinés au plan réfléchissant, c'est-à-dire que les angles ACR & BCS sont égaux entr'eux, comme on le voit en retranchant les angles égaux PCA & PCB des angles égaux PCR & PCS.

2e. Conseq. 10. Il suit aussi que lorsque le rayon incident est perpendiculaire à la surface qui le réfléchit; il revient directement le long de la même perpendiculaire, comme on le voit, en diminuant les angles égaux d'incidence & de réflexion, jusqu'à ce que les rayons AC, CB se confondent avec la perpendiculaire CP.

3e. Loi. 11. *Si le rayon réfléchi ou rompu revient directement au point d'incidence, il sera réfléchi ou rompu dans la même ligne qu'il avoit décrite auparavant.*

4e. Loi. 12. *La réfraction qui se fait dans le passage d'un milieu plus rare à un milieu plus dense, se fait vers la perpendiculaire; de manière que l'angle de réfraction est moindre que celui d'incidence.*

5e. Loi. 13. *Le sinus d'incidence* AD *est au sinus de réfraction* EF, *exactement ou à fort peu près en raison donnée*, c'est-à-dire que le sinus de tout angle d'incidence plus grand ou plus petit que PCA est au sinus de son angle de réfraction, comme AD est à EF. On a trouvé par expérience que si la réfraction se fait en passant de l'air dans l'eau, le sinus d'incidence du rayon rouge est à son sinus de réfraction comme 4 est à 3; si elle se fait en passant de l'air dans le verre, comme 17 est à 11, ou à fort peu près comme 3 est à 2. Dans les rayons qui ont d'autres couleurs, les sinus d'incidence & de réfraction ont d'autres proportions, mais la différence en est si petite qu'on a rarement occasion d'y faire attention.

1re. Conseq. 14. De-là il suit que l'angle d'incidence ACP croissant, l'angle correspondant de réfraction croît aussi, parce que la raison de leurs sinus AD, EF ne peut pas être toujours la même, à moins qu'ils ne croissent tous deux à la fois. Par conséquent si deux angles d'incidence sont égaux entr'eux, les angles de réfraction le seront aussi; au contraire, lorsque l'angle d'incidence diminue, l'angle de réfraction diminue aussi; de manière que si l'un de ces angles devient infiniment petit, l'autre est aussi infiniment petit.

2e. Conseq. 15. De-là vient que si le rayon d'incidence se confond avec

la perpendiculaire, il continue sa route sur la même ligne dans l'autre milieu sans se rompre en aucune manière.

16. Il suit aussi que l'angle d'incidence croissant continuellement, le rayon de réfraction s'écarte toujours plus de la route du rayon incident; c'est-à-dire que si l'on prolonge AC en G, l'arc EG & l'angle ECG de déviation croît continuellement. Car lorsque l'angle d'incidence dans l'air approche fort de l'angle droit, & que par conséquent le rayon incident devient presque parallele à la surface de l'eau, ce rayon se rompt en C comme dans la 2e. figure, où EF sinus de réfraction étant toujours les trois quarts de AD (art. 13) est maintenant les trois quarts du rayon du cercle. Par où l'on trouve (par les tables des sinus) que cet angle de réfraction ECQ est d'environ 48 $\frac{1}{2}$ degrés, & qu'ainsi l'angle de déviation ECS, qui est ici son complément à 90° est de 41$\frac{1}{2}$ degrés. La déviation à la surface du verre est plus grande qu'à la surface de l'eau; la raison des sinus étant plus grande, c'est-à-dire comme 3 à 2, ou à fort peu près comme 31 à 20; par où l'on trouve que l'angle ECQ est d'environ 40 & ECS 50 degrés. 3e. Conseq. Fig. 2.

17. La réfraction & la déviation est la même, lorsque le rayon revient le long des mêmes lignes EC, CA; & si l'angle d'incidence *e*CQ est un peu plus grand que 48 $\frac{1}{2}$ degrés dans l'eau & que 40 dans le verre, ce rayon *e*C ne se rompra plus dans l'air, mais se réfléchira selon la ligne C*f*, de manière que l'angle de réflexion QC*f* sera égal à l'angle d'incidence QCE, comme on le verra par expérience dans le Chap. 6e. Réfraction changée en réflexion.

18. On peut aisément se convaincre de la vérité de ces Loix & de leurs conséquences par l'expérience suivante. Décrivez sur une planche bien polie autour du centre C un cercle PRQS (Fig. 1.) le plus grand que vous pourrez, & ayant mené les deux diamètres PQ, RS, perpendiculaires entr'eux, coupez du point P deux arcs égaux PA, PB; & menez au centre les droites AC, BC; ensuite ayant placé trois pointes perpendiculaires à la planche aux points A, B, C, vous plongerez la planche dans l'eau jusqu'au diamètre RS & la tenant perpendiculaire à la surface de l'eau, vous viserez le long des pointes A & C, & vous verrez dans l'eau l'image de la pointe B le long de la ligne AC prolongée. Ce qui fait voir que le rayon Preuve expérimentale de ces loix de réflexion & de réfraction.

de Lumière qui vient de la pointe B est réfléchi par l'eau au point C, le long de la ligne CA à l'œil du spectateur. Si la pointe qui est en C touche l'eau, elle troublera le poli de la surface de l'eau : ainsi il vaut mieux la placer un peu au dessus du centre dans la ligne CA. La même chose arrivera si la réflexion est produite par un autre corps fluide ou solide, comme on peut l'éprouver en coupant le demi cercle inférieur, & plaçant le diamètre RS du demi cercle supérieur sur la surface d'un miroir.

Menez sur la même planche la droite AB qui coupe CP en D, & prenez sur les lignes DB & CS les parties DH & CI, égales chacune aux trois quarts de DA, & par les points H, I, menez la droite HIE qui coupe la circonférence en E ; la perpendiculaire EF à PQ sera égale à DH ou aux trois quarts de DA. Placez ensuite une autre pointe en E, & ayant plongé la planche dans l'eau comme ci-devant, la pointe qui est en E paroîtra à l'œil dans une même ligne avec les pointes A & C. Ce qui fait voir que le rayon de Lumière qui vient de la pointe E est tellement rompu en C, qu'il arrive à l'œil par la ligne CA ; & par conséquent lorsque la réfraction se fait en passant de l'eau à l'air, le sinus d'incidence EF est au sinus de réfraction AD comme 3 est à 4. Si l'on place d autres pointes dans la ligne CE, elles paroîtront toutes dans la ligne AC prolongée, & toute la ligne CE ne paroîtra dans l'eau que comme un prolongement de la ligne AC. Ce qui fait voir que le rayon de Lumière qui vient de la pointe E, décrit dans l'eau une ligne droite, & qu'il ne se rompt qu'à la surface. Au contraire, si l'on prend le moment où le Soleil est précisément assez haut pour que l'ombre de la pointe A se confonde avec la ligne AC, cette ombre rompue se confondra avec la ligne CE ; ou quelle que soit la hauteur du Soleil, si l'on meut la pointe A en haut ou en bas de manière que son ombre tombe sur le centre C, & qu'on arrête la planche dans cette situation ; si l'on fixe ensuite la pointe du compas sur un point de l'ombre rompue, on verra lorsqu'on aura tiré la planche de l'eau, & qu'on aura mené une ligne de ce point au centre & à la circonférence, que la raison des nouveaux sinus sera la même qu'auparavant, de 4 à 3.

19. Enfin on doit observer qu'un rayon de Lumière se réfléchit

ou se rompt sur une surface sphérique selon les mêmes loix, comme s'il se réfléchissoit ou se rompoit sur un plan qui toucheroit la surface sphérique au point d'incidence. Soit A C un rayon de Lumière qui tombe sur un point de la surface sphérique MCN, représentée par l'arc MCN dont le centre est en O; menez par les points O & C la droite P Q & la perpendiculaire RCS à cette droite, pour représenter une surface plane qui touche la surface sphérique en C. Or, puisque un rayon de Lumière doit être regardé comme une ligne physique, & qu'il est rompu ou réfléchi dans un point physique commun aux deux surfaces MCN & RCS, il suit que le rayon rompu ou réfléchi suivra la même route dans l'un & l'autre cas; ce qui est conforme à toutes les expériences.

Application aux surfaces sphériques.

Fig. 3.

REMARQUES.

M. *Hughens* nous donne au commencement de sa Dioptrique, pag. 1, l'histoire de la découverte des réfractions en cette manière. » Les anciens n'ignoroient pas que les rayons de Lumière se brisoient dans l'eau ou dans les autres corps transparents, & qu'ils ne suivoient plus la même ligne droite; car on trouve parmi les problêmes d'Aristote une question sur la courbure apparente des rames, & l'on dit qu'Archimede avoit composé un petit livre sur l'apparence d'un anneau dans l'eau, où il étoit sans doute question de cette inflexion des rayons & de l'erreur des sens à cette occasion. *Albazen*, Auteur Arabe, & *Vitellion* nous disent que les angles d'incidence & de réfraction sont en raison donnée & s'imaginent l'avoir bien prouvé par quelques expériences; mais comme on a trouvé dans les grands angles d'incidence que cette proportion étoit fausse, les Auteurs recents se sont attachés à examiner cette matière de plus près.

Histoire de la découverte des réfractions.

Kepler entr'autres fit beaucoup d'expériences qui lui furent utiles*. Mais ceux qui sont venus après lui ont profité de ses essais & de ses conjectures. Après qu'on eut inventé les Télescopes, on trouva que ce sujet meritoit plus d'attention qu'auparavant, & l'on s'y appliqua avec plus d'ardeur. Ce fut *Snellius Willebrord* qui, après un grand nombre d'expériences difficiles, découvrit le premier la vraie proportion des incidences & réfractions; mais il ne comprenoit pas assez lui-même jusqu'où alloit sa découverte. Voici quelle fut son expérience.

* *Paralipomena ad Vitellionem.*

Soit AB la surface de l'eau & un objet au fond en D, que l'œil en F voit dans la ligne FC, il prolongea FC jusqu'au point G où cette ligne rencontroit la perpendiculaire DA à la surface AB, & il concluoit que l'image de l'objet D étoit en G, & que CD étoit à CG en raison donnée, comme celle de 4 à 3 dans l'eau. Cela est très vrai & s'accorde parfaitement avec notre troisieme loi; parce que par la propriété connue des triangles, CD : CG : : le sinus de l'angle CGD ou AGC ou HCF : au sinus de CDG ou DCE, qui sont les angles d'incidence & de réfraction.

Fig. 4.

Mais *Snellius* ne fit pas attention que c'étoit là la proportion des sinus; car étant préoccupé de l'idée que tout dépendoit du lieu de l'image, il crut que même dans la perpendiculaire CH, il y avoit une réfraction, ou comme il le prétend fauſ-

ſement, une décurtation ou raccourciſſement du rayon viſuel, & il tomba dans cette erreur en voyant que tout le fond du vaiſſeau paroiſſoit s'élever lorſqu'on le regardoit de haut en bas. Mais la vraie cauſe de cette apparence vient de la tendance des rayons de Lumière aux deux yeux tout à la fois. (Ici *Hughens* ſe trompe autant que *Snellius*; car le fond du vaiſſeau ne paroît pas moins élevé à un œil ſeul qu'à tous les deux. On donnera la vraie cauſe de cette apparence dans les articles 139. 145. & 146). J'ai vu le livre que *Willebrord* a écrit ſur cette matière, & qui n'a pas été imprimé, & j'ai oui dire que *Deſcartes* l'avoit vû auſſi. C'eſt delà peut-être qu'il a conclu que la vraie meſure des réfractions devoit ſe tirer des ſinus des angles d'incidence & de réfraction. C'eſt ce qu'il a appliqué fort heureuſement à l'explication de l'arc-en-ciel, & à déterminer la figure des verres propres à leur faire rompre la Lumière vers un point donné.

CHAPITRE II.

Sur les Verres.

Qu'eſt-ce qu'un objet & comment il éclaire ?

20. COMME chaque point d'un corps lumineux lance continuellement des rayons de lumière & les diſperſe de tous les côtés dans toutes les directions poſſibles, de même les autres corps qui en ſont éclairés & où tombent ces rayons, les renvoyent continuellement de chaque point. Car tous les points d'un corps opaque ainſi éclairés, ſont viſibles aux yeux dans tous les points de l'eſpace & à chaque inſtant, auſſi bien que les points du corps lumineux qui les éclaire. On peut ranger en cette manière les rayons innombrables qui partent de tous les corps viſibles que l'on appelle objets. On regardera la ſurface de l'objet comme compoſée de lignes phyſiques, & ces lignes comme compoſées de points phyſiques. Enfin on concevra tous ces points comme lançant des rayons de toutes parts. On ne conſidére ordinairement un objet que comme une ligne phyſique ; car autant que la grandeur apparente, l'éclat ou la diſtinction de cette ligne augmente ou diminue, autant auſſi le diamétre ou la grandeur d'un objet eſt augmentée ou diminuée.

Foyer, pinceau, rayons paralleles. Fig. 5.

21. Le point Q d'où les rayons s'écartent & ſont divergents, ou vers lequel ils ſont convergents (lorſqu'on les fait revenir au même point quoiqu'ils n'y arrivent pas toujours) ſe nomme leur foyer, & dans l'un & l'autre cas, chaque parcelle de ces rayons, comme QBC ou QBA priſe ſéparément, ſe nomme un pinceau de rayons. On dit que ces rayons appartiennent à ce foyer, ſoit qu'il ſoit proche ou à une diſtance immenſe, &

dans

dans ce dernier cas on regarde les rayons comme paralleles entr'eux, parceque la différence de leurs distances en deux points donnés est insensible.

Réflexion d'un pinceau parallele sur une surface plane.

22. La figure 6 représente un pinceau de rayons QC, qui tombant en lignes paralleles sur une surface plane bien polie, représentée par la ligne ACB, en est réfléchi par autant d'autres lignes parallèles Cq, lesquelles sont inclinées à ce plan précisément autant que les rayons incidens lui sont inclinés. (article 9.)

Des rayons divergents.

23. La figure 5 représente de quelle manière les rayons d'un pinceau QAB qui sont divergents & s'écartent d'un point Q d'un objet, en tombant sur une ligne droite ACB ou sur un plan poli représenté par cette ligne, sont tous divergents après la réflexion comme s'ils venoient d'un autre point q. Le rayon QC qui tombe perpendiculairement sur le plan AB, revient sur la même ligne CQ (art. 10); mais tous les autres qui tombent sur cette ligne avec des degrés d'obliquité, toujours plus grands à des points d'incidence toujours plus éloignés du point C, sont aussi réfléchis avec des degrés d'obliquité plus grands respectivement (art. 9.); il faut donc, si l'on fait attention à la figure, que les rayons réfléchis prolongés en arrière rencontrent tous la perpendiculaire QC dans un point q aussi éloigné d'un côté du plan réfléchissant que le point Q en est éloigné de l'autre côté, & que par conséquent tous les rayons qui viennent de l'unique point Q soient divergents après la réflexion, & s'écartent de l'unique point q à égale distance de l'autre côté du plan réfléchissant.

Des rayons convergents.

24. Et au contraire si q est le foyer vers lequel les rayons incidents sont convergents, de la maniere qu'on le décrira ci-après, le point Q sera leur foyer après la réflexion qui se fait sur la surface AB. (art. 11.)

Des différens pinceaux qui forment les images.

Fig. 7.

25. Ce que l'on a dit du point Q, doit s'appliquer à tout autre point d'un objet PQR, & sur-tout que les foyers Q, q sont à égales distances de part & d'autre du plan réfléchissant; de manière que les foyers P, p; R, r sont de chaque côté à égales distances dans les lignes P p; R r, perpendiculaires au plan AB. Par où l'on voit aisément que les foyers p, q, r, & une infinité d'autres, ayant le même arrangement que les points corres-

pondants P,Q,R, forment une ligne imaginaire de la même longueur & de la même figure que la ligne PQR, & que la situation de la ligne *pqr* par rapport à l'autre côté du plan réfléchissant, est précisément la même que celle de PQR par rapport au côté antérieur. Cette ligne *pqr* se nomme l'image ou la peinture de l'objet PQR.

Réflexion d'un pinceau de rayons paralleles sur une surface sphérique.

26. La figure 8 fait voir que si des rayons paralleles tombent sur un arc d'un cercle réfléchissant ACB, ou sur la surface concave ou convexe qu'il représente; ils sont tellement réfléchis qu'ils deviennent convergents vers un foyer T, lorsqu'ils tombent sur la surface concave, ou divergents de ce foyer, lorsqu'ils tombent sur la surface convexe. Dans ces deux cas, le rayon QC, qui passe par le centre E de la surface, & lui est perpendiculaire en C, revient sur ses pas le long de la même ligne CQ (art. 10.); mais tous les autres rayons étant paralleles à QC tombent sur la surface avec divers degrés d'obliquité, à cause de la courbure continue de cette surface. A mesure que chaque rayon est plus éloigné de QC, il forme un plus grand angle d'incidence DAE avec la perpendiculaire EA au point d'incidence; & par conséquent l'angle de réflexion EAT devient toujours plus grand à mesure que le point A est plus éloigné du point C. Il faut donc que tous les rayons réfléchis soient convergents & se réunissent de fort près vers un certain point T du rayon perpendiculaire QC, si la surface est concave, ou qu'ils en soient divergents, si elle est convexe. En poussant plus loin ce raisonnement & par un grand nombre d'expériences réïtérées, on a trouvé que ce point T divisoit le demi diamétre EC en deux parties égales.

Réflexion des rayons convergents & divergents.

27. Dans les deux cas précédents, si le point T est le foyer des rayons incidents, tous les rayons réfléchis seront paralleles à la ligne CTE qui passe par le centre E. (art. 11.) mais si l'on éloigne le foyer T vers un autre point *q* entre T & E, les angles d'incidence, comme *q*AE, & par conséquent les angles de réflexion qui leur sont égaux, comme EAQ, deviendront tous plus petits, & si *q* est placé entre T & C, ils seront tous plus grands. Par conséquent les rayons réfléchis, comme AQ, qui auparavant étoient paralleles au rayon direct EC lui seront obliques & appartiendront à un autre foyer Q,

placé du même côté de T que q est placé. Car par la diminution simultanée des angles d'incidence & de réflexion pendant que q se meut de T vers E, & par leur accroissement simultané, pendant que q se meut de T vers C, il s'ensuit que les foyers q,Q prennent des routes contraires jusques à se réunir en E ou au point C de la surface, si l'arc AC est fort petit. On doit remarquer que les propriétés des surfaces concaves & convexes sont entiérement semblables, & que les unes reviennent aux autres en concevant que les rayons incidents prennent une route contraire dans les mêmes lignes prolongées.

28. On voit par la figure 9 de quelle manière se forme l'image ou la peinture pqr d'un objet PQR par les rayons réfléchis d'une surface concave ou convexe ACB. Comme on a fait voir que le foyer q étoit dans le rayon perpendiculaire QC, mené du point Q par le centre E, de même le foyer p du pinceau des rayons qui viennent d'un autre point P, sera dans le rayon perpendiculaire PA qui passe par le centre E; car tous les rayons qui passent par le centre, sont perpendiculaires à la surface ACB, & tous les autres lui sont obliques.

Réflexion de différents pinceaux qui forment les images.

29. Par où l'on voit aisément que si l'objet PQR est si petit ou si éloigné de la surface réfléchissante ou de son centre E, que tous ses points P,Q,R soient à fort peu près à égales distances du centre; tous les points p,q,r de l'image seront à fort peu près à d'autres distances égales de cette surface ou de son centre. On doit aussi remarquer que lorsque l'objet & son image sont ensemble du même côté par rapport au centre, l'image est droite, & que lorsque l'objet est d'un côté & l'image de l'autre, elle est renversée: l'image est plus grande ou plus petite que l'objet, à proportion qu'elle est plus ou moins éloignée du centre que l'objet. Tout cela est évident par la seule figure 9, où l'on voit que l'objet & l'image sont terminés par les deux lignes Pp, Rr qui se coupent au centre E. De là, il suit que l'image est à fort peu près égale à l'objet, lorsque l'une & l'autre se rencontrent à la surface * ou au centre. Car dans ce dernier cas les rayons qui viennent du point Q*, placé au centre, se réfléchissent directement en q au même centre; & prenant Ep, égale à EP, puisque EC est perpendiculaire à toutes les deux, les angles PCE, ECp seront égaux; & ainsi le rayon PC se

Quelques propriétés générales des images.

* Art. 27.

* Fig. 10.

réfléchira en p; & lorsqu'un autre point d'incidence, comme A, ne sera pas fort éloigné de C, la ligne AE sera à fort peu près perpendiculaire à Pp, & ainsi les angles PAE, EAp seront à fort peu près égaux ; le rayon PA sera réfléchi à fort peu près au même point p, que l'étoit le rayon PC. Venons aux réfractions.

Réfraction d'un pinceau de rayons paralleles sur une surface plane.

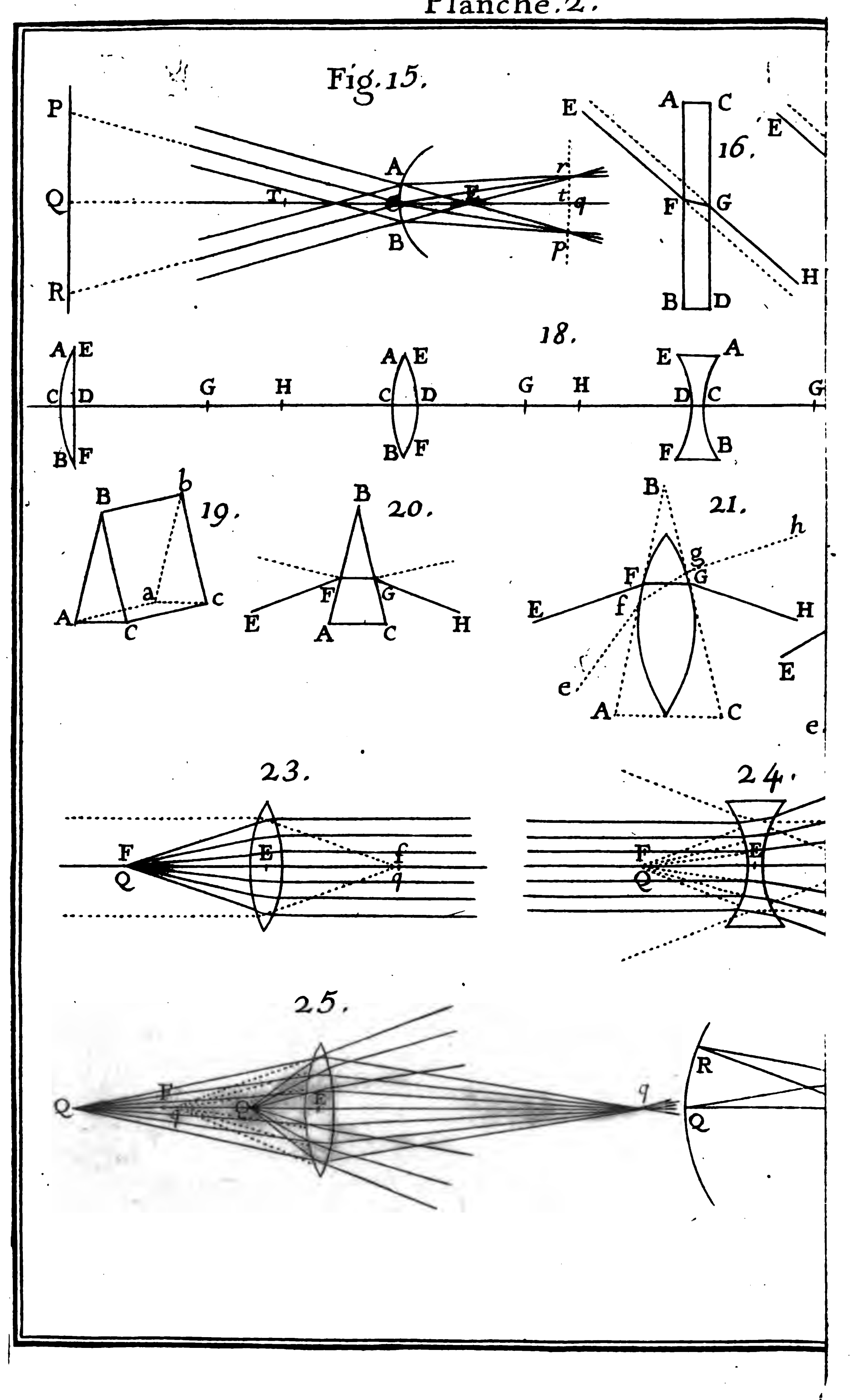
30. La figure 11 représente un pinceau de rayons paralleles QC qui tombent obliquement sur une ligne droite ACB ou sur la surface plane qu'elle représente, lesquels après la réfraction sont encore paralleles entr'eux, étant tous également rompus & inclinés à la droite ACB. Car lorsque les angles d'incidence sont égaux, les angles de réfraction sont aussi égaux entr'eux. (art. 14.) Par la même raison, si ces rayons sont encore rompus par un autre plan parallele ou oblique au premier, ils seront encore paralleles entr'eux après chaque réfraction. Dans la rigueur, cela ne doit s'entendre que des rayons de la même couleur, comme on l'expliquera dans le Chapitre sixieme.

Réfraction d'un pinceau de rayons divergents & convergents.

Fig. 12.

31. Les rayons d'un pinceau QAB divergents du point Q, & tombant sur une droite ACB ou sur le plan qu'elle représente, sont rompus de manière qu'ils sont divergents d'un autre point q, placé dans le rayon QC, prolongé & perpendiculaire au plan; car ce rayon pénétre en ligne droite cette surface; (art. 15.) mais tous les autres, comme QA, sont rompus, & chacun l'est d'autant plus que le point d'incidence A est plus éloigné de C (art. 16), parce que l'angle d'incidence QAE, & par conséquent celui de réfraction, devient plus grand. (art. 14.) C'est pourquoi tous les rayons rompus sont divergents d'un certain point q, qui est du même côté (art. 11 & 12) de la surface AB que le point Q. On a trouvé par d'autres raisonnements & par expérience que si le corps réfringent est une glace de miroir, la plus grande distance des deux foyers QC, qC est à la moindre, comme 3 est à 2; & si c'est de l'eau, comme 4 est à 3; c'est-à-dire, en même proportion que celle des sinus d'incidence & de réfraction dans ces divers milieux. (art. 13.) Au contraire, si les rayons incidents sont convergents vers q, les rayons rompus seront convergents vers Q. (art. 11).


UN. OF MICH.


Fig.15.
P
Q
R
T
A
B
E
r
t
q
p
E
A
C
16.
E
F
G
H
B
D
18.
A
E
C
D
B
F
G
H
A
E
C
D
B
F
G
H
E
A
D
C
F
B
G
19.
B
b
A
a
c
C
20.
B
F
G
E
A
C
H
21.
B
h
g
G
F
f
E
H
e
A
C
E
e
23.
F
Q
E
f
q
24.
F
Q
E
25.
Q
F
q
E
q
R
Q

32. La figure 13 représente une image *pqr* d'un objet PQR, formée par un plan réfringent ACB, de la manière qu'on l'a décrit dans l'article 25. Les raisons de AP à A*p*, de BR à B*r*, &c. sont toutes égales.

Réfraction qui produit les images.

33. La figure 14 fait voir de quelle manière un pinceau de rayons paralleles tombant sur un arc de cercle ACB ou sur la surface sphérique qu'il représente, devient convergent après la réfraction, ou divergent par rapport au foyer T. Le rayon QC, qui passe par E, centre de la surface, & qui par conséquent lui est perpendiculaire, la traverse en ligne droite sans réfraction. (art. 15). Mais tous les autres rayons étant paralleles à QC, tombent sur cette surface avec divers degrés d'obliquité à raison de sa courbure continue ; & chacun d'eux, à mesure qu'il est plus éloigné de QC, tombe de plus en plus obliquement, & par conséquent est de plus en plus rompu. (art. 16). Il faut donc que les rayons rompus soient convergents & se réunissent autour d'un certain point T du rayon non rompu & prolongé QC, s'ils se rompent vers ce rayon ; ou qu'ils en soient divergents, s'ils se rompent en s'écartant de ce rayon. On voit de quel côté ils se rompent en menant une perpendiculaire EA à la surface en A, & en examinant la position du milieu plus dense. (art. 12). De là il suit que si la surface du milieu plus dense est convexe, les rayons rompus seront convergents vers T, & qu'ils seront divergents de T, si elle est concave. On a trouvé en poussant plus loin ce raisonnement, & par diverses expériences, que si le corps réfringent est du Verre, la plus grande des distances CT, TE, est à la moindre comme 3 est à 2 ; & que si c'est de l'eau, c'est comme 4 est à 3, c'est-à-dire, en raison des sinus qui déterminent les réfractions dans ces corps.

Réfraction des rayons paralleles sur une surface sphérique.

34. Dans les cas précédents si T est le foyer des rayons incidents, les rayons rompus seront paralleles au rayon perpendiculaire TC qui passe par E (art. 11). Mais si l'on recule ce foyer T au point Q dans la ligne TC prolongée, les angles d'incidence & de réfraction croîtront ou décroîtront en même tems ; & par conséquent les rayons rompus, qui auparavant étoient paralleles à TC, seront inclinés à cette ligne ; de sorte qu'ils appartiendront à un autre foyer *q* du côté opposé de la

Réfraction d'un pinceau de rayons divergents & convergents sur une surface sphérique.

surface par rapport à Q, si Q est plus loin de la surface que T, & au contraire s'il est du même côté de la surface. L'une des propriétés principales de ces foyers correspondants Q, *q* est celle-ci. Comme les angles d'incidence & de réfraction croissent ou décroissent en même tems (art. 14.), il suit que les foyers Q, *q* doivent tous deux se mouvoir du même côté dans la ligne QE prolongée; & par conséquent lorsqu'ils sont tous deux du même côté de la surface ou de son centre, ils doivent tous deux s'en éloigner ou s'en approcher; & s'ils s'en approchent, ils se réuniront tous deux au centre ou à la surface, lorsque l'arc AC sera fort petit. Mais si les foyers Q, *q* sont de part & d'autre de la surface ou de son centre, lorsque l'un s'en éloignera, l'autre s'en approchera, & au contraire.

Réfraction des divers pinceaux qui forment des images dans une surface sphérique.

35. La figure 15 fait voir de quelle manière l'image *pqr* d'un objet PQR se forme par divers pinceaux de rayons rompus dans une surface sphérique dont les axes ou rayons non rompus sont PE*p*, QE*q*, RE*r*. Les propriétés de ces images sont les mêmes que celles qui sont formées par la réflexion d'une surface sphérique, & qu'on a déja décrites dans l'article 29.

Réfraction par deux surfaces paralleles.

Fig. 16.

36. Un rayon de lumiere EF qui tombe sur une glace de verre plate ou sur tout autre milieu terminé par deux plans paralleles, représentés par les lignes AB, CD, en sortira après deux réfractions en F & G par une ligne GH, parallele au rayon incident EF. Car puisque la ligne FG que le rayon décrit en traversant les plans paralleles, est également inclinée à tous les deux, elle sera autant pliée en sortant par G qu'en remontant par F (art. 11), & ces inclinaisons égales étant contraires, les rayons incident EF & émergent GH seront paralleles.

Réfraction par deux surfaces sphériques paralleles.

37. Les lignes décrites par les rayons incident & émergent EF & GH étant prolongées, seront plus proches l'une de l'autre, lorsque le Verre est plus mince, & lorsqu'elles le traverseront moins obliquement, parce que les inclinaisons en F & G seront alors moindres (art. 16); & dans ces cas, si le verre n'est pas plan, mais un peu courbe, tel qu'il est représenté dans la figure 17, par les deux arcs AB, CD, les lignes EF, GH seront encore à fort peu près paralleles. Car les surfaces courbes rom-

pent le rayon EFGH de la même manière que le feroient deux plans qui toucheroient ces surfaces en F & G (art. 19). Mais ces plans sont à fort peu près paralleles, lorsque la ligne FG est peu inclinée aux surfaces, & ils sont exactement paralleles lorsque cette ligne est perpendiculaire aux deux surfaces.

38. On appelle lentille un Verre ou un corps transparent, terminé d'un côté par une surface plane, représentée par la ligne EF, & de l'autre par une surface courbe, représentée par l'arc ACB, ou terminé des deux côtés par des surfaces sphériques ACB, EDF. On la conçoit comme produite par le mouvement de la figure ACB, FDE autour de la ligne CD qui la traverse perpendiculairement à ses deux côtés par le milieu. Cette ligne CD prolongée est donc l'axe de la lentille, & passe par les centres G & H de ses surfaces. Les points C & D où elle coupe les surfaces, se nomment les sommets de la lentille; & le point du milieu entre les surfaces, est le centre de la lentille. On appelle Menisque la lentille M, parce qu'elle ressemble à une petite lune; elle est concavo-convexe. L'épaisseur CD de toutes ces lentilles est ordinairement si petite qu'on a rarement occasion d'y faire attention. Ce que c'est qu'une lentille. Fig. 18.

39. Un prisme de Verre est un corps figuré comme un coin qui a trois côtés; il est terminé par deux triangles paralleles ABC, *abc*, & par trois plans ou côtés bien polis, qui se rencontrent sur trois lignes paralleles A*a*, B*b*, C*c*, menées des trois angles d'une base aux trois angles de l'autre; & lorsqu'on le voit par sa base il n'est représenté que par le triangle ABC, comme dans la figure 20. Ce que c'est qu'un prisme. Fig. 19.

40. Lorsqu'un rayon de lumiere EFGH est rompu en F & G en traversant les côtés AB, BC d'un prisme, la route du rayon émergent GH s'écarte toujours de celle EF du rayon incident, & tourne du côté le plus épais du prisme, plus ou moins, selon que l'angle réfringent ABC est plus grand ou plus petit; & si l'angle réfringent est constant ou invariable & les réfractions fort petites, la quantité de la déviation sera aussi donnée, quoiqu'on varie à volonté, la position du rayon incident. Car en supposant d'abord que le rayon FG en dedans du prisme soit également incliné aux côtés AB, BC, il est évident par les positions des perpendiculaires à ces deux côtés Réfraction d'un rayon simple par un prisme.

en F & G, que les réfractions se font de B vers AC. (art. 12). Supposons maintenant que FG soit inclinée différemment à AB & à BC, en tournant autour du point F, pendant qu'elle deviendra toujours moins oblique à l'un des côtés, comme AB, elle deviendra toujours plus oblique à l'autre côté BC. Par conséquent si l'on suppose qu'un rayon traverse cette ligne variable FG, il se rompra toujours plus en traversant le côté BC, & toujours moins en traversant AB; de sorte que la réfraction totale du rayon composé des deux, ou des angles EFG, FGH, continuera d'être la même dans toutes les positions. On peut continuer la circulation de la ligne FG jusqu'à ce qu'elle devienne perpendiculaire au côté AB, auquel cas sa réfraction est nulle. On peut aussi la continuer jusqu'à ce que la réfraction se fasse de l'autre côté de F, ce qui diminue l'accroissement perpétuel de la réfraction en G, & conserve la réfraction totale invariable. Lorsque FG est perpendiculaire à AB, si l'on tourne le dernier plan BC vers le premier BA sur l'arête B, & que le rayon qui vient le long de FG tombe toujours moins obliquement sur BC, la réfraction en G décroîtra continuellement (art. 14, 15.), jusqu'à s'anéantir, lorsque l'angle réfringent ABC disparoît. Enfin si l'on suppose que plusieurs rayons entrent paralleles entr'eux, ils sortiront aussi tous paralleles les uns aux autres (art. 30). Donc la quantité de déviation d'un rayon ne dépend nullement de son passage par la partie plus épaisse ou plus mince d'un prisme, ni de ses angles avec les côtés du prisme; mais elle est proportionelle à la quantité de l'angle réfringent ABC, & d'autant plus exactement que cet angle & les réfractions faites par ses côtés sont moindres.

Réfraction par les côtés d'une lentille.

Fig. 21.

41. Par la même raison, lorsqu'un rayon de lumiere EFGH traverse le tranchant d'une lentille convexe ou concave, ou les côtés d'un globe, sa partie émergente GH s'écarte toujours de la route de la partie incidente EF vers la partie plus épaisse du Verre, parce que les réfractions en F & G sont les mêmes que si elles étoient produites par deux plans FA, GC qui toucheroient la surface sphérique en F & G (art. 19), & ainsi l'on doit regarder les côtés du Verre comme inclinés l'un à l'autre de la même manière que les côtés d'un prisme.

42. D'où

42. D'où il suit que la déviation de la route du rayon émergent, par rapport à celle du rayon incident décroît continuellement à mesure que le rayon s'approche toujours plus du milieu du Verre, jusqu'à ce que, au milieu, les rayons incidents & émergents sont paralleles entr'eux, ou ne sont qu'une même ligne lorsque le rayon se confond avec l'axe du Verre. Car l'angle formé par les plans tangents décroît continuellement à mesure que le rayon F G s'approche du milieu, jusqu'à ce que à la fin il disparoisse, lorsqu'ils deviennent paralleles, comme dans l'article 36.

Réfraction par le milieu d'une lentille.

43. Lorsqu'un pinceau de rayons tombe sur un Verre, celui qui passe par son centre, ou point du milieu, se nomme l'axe du pinceau; & parce que sa partie incidente E F, & émergente G H, ne sont qu'une même ligne ou deux lignes paralleles (art. 42), on peut toujours prendre sa route totale dans toutes les expériences d'Optique pour une seule ligne droite physique, ne s'en écartant que très peu, lorsque le Verre a peu d'épaisseur, & lorsque le pinceau n'y tombe pas trop obliquement; parce que les lignes paralleles E F, G H prolongées sont plus proches l'une de l'autre, à proportion que la ligne F G est plus courte, & que les inclinaisons en F & G sont plus petites.

Ce rayon est considéré comme une ligne droite, & se nomme l'axe du pinceau.

44. Tous les rayons comme E F G H, *efgh*, qui se coupent mutuellement dans un globe réfringent, & qui le traversent à égales distances de son centre, ensorte qu'ils touchent un globe concentrique, sont également rompus. Car en ce cas les cordes F G, *fg* étant égales, leurs obliquités sur la surface du globe sont aussi égales, & par conséquent les réfractions du rayon E F G H en F & G sont égales entr'elles, & égales à celles du rayon *efgh* en *f* & *g*. Ce qui est évident, si l'on conçoit que les rayons deviennent les cordes F G, *fg*. Donc l'angle formé par les parties incidentes & émergentes d'un rayon, prolongées jusqu'à leur rencontre, sera égal à l'angle formé par celles de l'autre rayon, c'est-à-dire, qu'ils seront tous deux également rompus.

Les rayons à égales distances du centre d'un globe sont également rompus.

Fig. 22.

45. Tous les rayons E F G H, *efgh*, qui se coupent mutuellement dans un point donné d'une lentille, ou qui la traversent à égales distances de son centre, sont également rompus, pourvû qu'ils ne tombent pas fort obliquement sur cette lentille.

Aussi bien que ceux à égales distances du centre d'une lentille.

Fig. 21. Imaginons une ligne FG en dedans de la lentille, qui soit d'abord également inclinée à ses côtés, & qu'ensuite elle tourne un peu autour de l'un ses points, jusqu'à ce qu'elle arrive à la position *fg*; pendant qu'elle devient toujours plus oblique à l'un des côtés du Verre, par exemple à F*f*, elle devient aussi toujours moins oblique à l'autre côté G*g*. Par conséquent si l'on suppose qu'un rayon de lumière suit cette ligne variable *fg*, il sera toujours plus rompu en entrant par F*f*, & toujours moins en sortant par G*g* (art. 16); de sorte que la réfraction totale du rayon, composée de ses deux réfractions ou des angles *efg*, *fgh* pris ensemble, sera toujours la même dans toutes les positions de cette ligne. La circulation de la ligne *fg* autour du point donné, étant continuelle, la réfraction en *g* deviendra enfin nulle, & elle tombera de l'autre côté, comme on l'a expliqué dans l'article 40; ce qui rendra toujours la réfraction totale invariable. Pour la conserver ainsi, il faut seulement que les rayons FG, *fg*, soient toujours à la même distance de l'axe de la lentille, autant qu'il est possible; & il n'y a que la variation de cette distance qui puisse faire varier la réfraction totale (art. 40), parce qu'alors l'inclinaison des plans tangents, comme l'angle réfringent du prisme, est seule altérée.

Réfraction d'un pinceau de rayons paralleles par un Verre.

46. Lorsqu'un grand pinceau de rayons paralleles tombe directement ou un peu obliquement sur toute la surface d'un Verre qui est plus épais au milieu qu'aux bords, tous les rayons émergents se rompent de tous les côtés vers celui qui passe par le milieu du Verre; & au contraire, si le Verre est plus mince au milieu qu'aux bords, ils se rompent tous en dehors en s'écartant du rayon du milieu (art. 41); & comme dans ces deux cas, les réfractions sont égales à toutes les distances égales du milieu tout autour, & qu'elles sont plus grandes à de plus grandes distances du milieu (art. 40); les rayons émergents viendront se réunir, à fort peu près, vers quelque point F du rayon du milieu, si le Verre est convexe; ou ils seront divergents de ce point F, si le Verre est concave.

Fig. 23 & 24.

Réfraction des rayons paralleles qui viennent de deux côtés opposés.

47. Lorsque des rayons paralleles viennent de deux côtés opposés, & tombent sur les côtés opposés d'une lentille; les distances des foyers des rayons émergents de chaque côté du centre de la lentille, seront égales, quelque inégaux que soient

Planche 3.

Fig 27.

29.

30.

31.

32.

33.

35.

les demi diamètres des deux surfaces ; ou quoique l'un des côtés soit plan & l'autre sphérique. Car puisque deux rayons qui viennent directement l'un contre l'autre, sont à égales distances de l'axe commun des pinceaux, & qu'après s'être croisés, ils s'écartent également de leur route en sortant du Verre (art. 44, 45) ; ces deux rayons émergents étant prolongés couperont l'axe à distances égales E F, E f du centre du Verre. Lorsque ces rayons sont paralleles à l'axe de la lentille, leurs foyers F, f se nomment les principaux foyers de la lentille, & EF, E f se nomme distance ou longueur du foyer.

48. Au contraire, si les rayons reviennent directement, ou du foyer F en arrière dans les Verres convexes, ou vers ce foyer dans les Verres concaves, les rayons émergents seront tous paralleles à FE, axe du pinceau (art. 11). Par conséquent si ce foyer F est reculé vers Q plus loin que le Verre, les rayons émergents appartiendront à un foyer q de l'autre côté du Verre. Mais si Q est placé plus près du Verre que F, les rayons émergents appartiendront à un foyer q du même côte du Verre que Q. Parce que pendant que les rayons prennent ces différentes situations, leurs réfractions n'en sont pas altérées, s'ils conservent leurs distances respectives au centre du Verre (art. 44 45). Par conséquent si l'un des foyers conjugués ou correspondants Q, q est mis en mouvement le long de l'axe du pinceau, soit directement ou obliquement, l'autre sera mû du même côté. Donc si ces foyers sont de part & d'autre du Verre, pendant que l'un s'approchera, l'autre s'écartera du Verre, & s'ils sont du même côté, ils s'approcheront ou ils s'éloigneront tous deux en même tems du Verre ; & ils s'approcheront tellement l'un de l'autre en venant au Verre, que lorsque l'un se confondra avec sa surface, l'autre s'y confondra aussi à fort peu près, pourvû que les Verres soient fort minces, & que le rayon soit fort peu éloigné de l'axe du Verre. Ces foyers ne peuvent donc pas se confondre à la surface d'un globe, parce que les points d'incidence & d'émergence sont trop éloignés l'un de l'autre. Il est à remarquer que les propriétés des surfaces concaves dans les Verres, sont les mêmes que celles des surfaces convexes ; ce que l'on voit en imaginant que les rayons prennent une route contraire dans les mêmes lignes prolongées ; ainsi les rayons di-

Réfraction d'un pinceau de rayons divergents ou convergents dans un Verre.

Fig. 25.

vergents deviennent convergents, comme on l'a marqué dans les figures, par les lignes noires & ponctuées.

Réfraction de divers pinceaux de rayons divergents & convergents.

49. Si divers foyers Q, R de rayons incidents sont à égales distances EQ, ER du centre d'un Verre, les foyers des rayons émergents seront à d'autres distances égales E*q*, E*r* du même centre dans les lignes EQ, ER prolongées, pourvû qu'aucun de ces rayons ne tombe très obliquement sur le Verre. Prenez un point A au dedans du Verre, qui ne soit pas fort éloigné de son axe Q*q*, par lequel passe un rayon du foyer Q au foyer *q*. Menez la droite AE, & pendant que la figure QAE*q* est conçue tourner un peu autour du centre E, & venir à la position RBE*r*, les extrêmités des lignes EQ, EA décriront de petits arcs QR, AB, *qr* autour du centre commun E. Soit ensuite un autre rayon appartenant au foyer R qui soit rompu en traversant le point B, & après son émergence il appartiendra au point *r*; parce que les réfractions totales des deux rayons QA*q*, RB*r*, qui passent à distances égales AE, BE du centre du Verre sont égales (art. 44, 45), & le reste des rayons qui appartenoient à R, appartiendront au même point *r*, parce qu'il est placé dans l'axe du pinceau (art. 46).

Fig. 26.

Réfraction de divers pinceaux de rayons paralleles.

50. Donc les foyers de tous les pinceaux des rayons paralleles qui ne tombent pas trop obliquement du même côté, ou des côtés opposés d'un Verre, sont tous également éloignés de son centre; car la preuve est la même lorsque les distances égales E*q*, E*r* croissent également jusqu'à devenir infinies, c'est-à-dire, jusqu'à ce que les rayons de chaque pinceau deviennent paralleles.

Etant donné le foyer des rayons incidents, trouver celui des émergents.

51. Donc si Q, foyer des rayons incidents, est donné, & que l'on demande le foyer *q* des rayons émergents, on menera l'axe QE du pinceau, & du centre E avec le diamètre EF, longueur du foyer de la lentille (que l'on trouve par expérience) on décrira un arc FG qui coupera un rayon incident QA en G. Joignez EG & menez A*q* parallele à EG, le point *q* où cette ligne rencontre l'axe du pinceau, sera le foyer des rayons émergents; car supposant d'autres rayons outre GA, qui viennent de G ou aillent vers G, ils sortiront tous paralleles à leur axe GE prolongé (art. 50).

Fig. 27.

52. On peut aussi considérer de cette manière la réfraction d'un pinceau de rayons à travers toutes sortes de Verres. Par

la réfraction sur la premiere surface AB, les rayons sont disposés en dedans du Verre, de manière à être divergents ou convergents par rapport au foyer T, que l'on peut regarder comme le foyer des rayons incidents sur la seconde surface; de manière que par leur réfraction, ils sont tous dirigés vers un autre foyer F. Par exemple, soit Q le foyer des rayons incidents sur un prisme de Verre, QC perpendiculaire à son premier côté AB; ajoutez QT à QC égale à la moitié de QC, T sera le foyer des rayons QA, QB, &c. après la réfraction qui se fait à la surface AB (par l'art. 31); & T étant encore le foyer des rayons incidents en *a* & *b* sur la seconde surface *ab*; menez T*c* perpendiculaire à *ab*, & ôtez-en T*q* égale à un tiers de T*c*, *q* sera le foyer des rayons émergents *qa*, *qb* prolongés (art. 31). Donc les foyers des rayons incidents & émergents dans un prisme sont toujours à fort peu près à égales distances du prisme, pourvû que les réfractions & l'angle refringent soient petits; car alors les perpendiculaires TC, T*c* sont à fort peu près égales, & dans le Verre QC & *qc* en sont les deux tiers respectivement. Donc lorsque les plans AB, *ab* sont paralleles, TC & T*c* se confondent, & Q*q* est un tiers de C*c* épaisseur du Verre.

Réfraction à travers diverses surfaces sous une autre vue.

Fig. 28.

53. L'image *pqr* formée par un Verre plat ABb*a* est droite, parallele & égale à l'objet PQR, & elle est du même côté du Verre avec l'objet, mais plus proche du Verre d'un tiers de l'épaisseur du Verre; parce que nous avons fait voir que les foyers *p*, *q*, *r* des divers pinceaux qui viennent de P, Q, R sont à cette distance dans les lignes PA, QC, RB menées des divers points de l'objet perpendiculairement au Verre.

Images formées par un Verre plat.

Fig. 29.

54. L'image formée par un prisme est toujours droite & égale à l'objet, du même côté du prisme & à la même distance que l'objet, si l'angle réfringent du prisme & les réfractions sont petites. Prenez deux rayons PE, QE qui, venant des extrêmités de l'objet, traversent le point E si proche du point angulaire de l'angle réfringent, que cette distance ne mérite aucune attention. Or puisque les réfractions totales des rayons PEN, QEO sont égales (art. 52), ils se couperont mutuellement de manière que l'angle PEQ sera égal à l'angle NEO; & parce que la distance E*p* du foyer *p* du pinceau qui vient de P est

Images formées par un prisme.

Fig. 30.

égale à EP (art. 25), & que celle Eq est aussi égale à EQ; l'image pq sera droite & égale à l'objet & à la même distance du prisme. On auroit prouvé la même chose en imaginant deux rayons PA, QB qui viennent des extrêmités de l'objet, paralleles entr'eux, ou se coupant en quelque point E; parce que les rayons émergents prolongés, seront en conséquence paralleles (art. 30), ou se couperont en quelque autre point e du même côté du prisme & à la même distance, & ils formeront des angles égaux en E & e, comme ils faisoient lorsqu'ils se coupoient au point angulaire du prisme (art. 40).

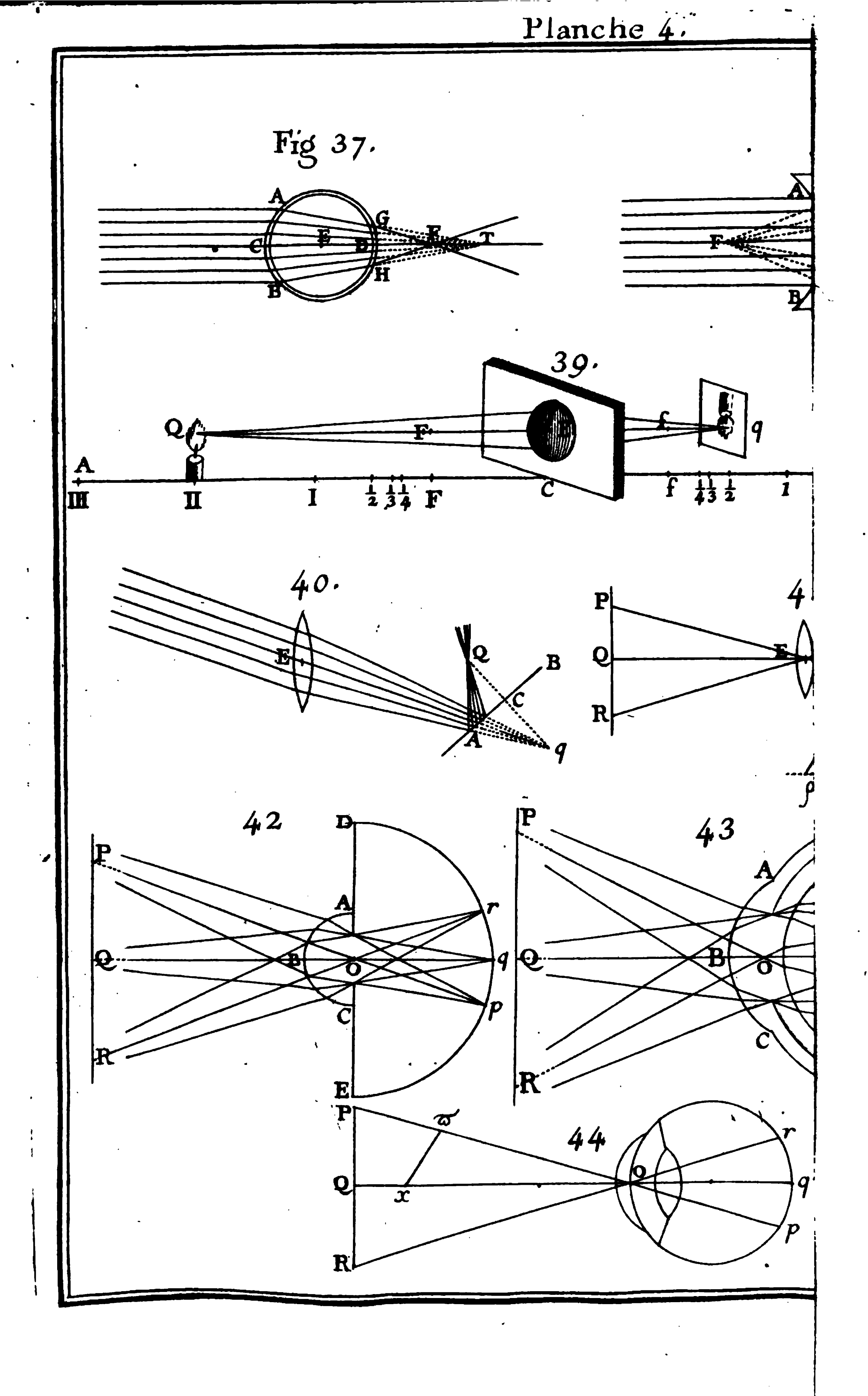
Fig. 31.

Images formées par des Verres de toute espece.

55. Les figures 32, 33 & 34 font voir de quelle manière différens pinceaux rompus à travers un Verre de chaque espece forment une image; & comme les axes PEp, QEq, REr des divers pinceaux passent en quelque manière en lignes droites par le centre du Verre: les propriétés de ces images sont les mêmes que celles des images qui se font par réfraction ou par réflexion sur une surface simple, & qu'on a expliquées dans l'article 29, excepté que l'image d'un objet qui touche un globe de Verre ne se confond pas avec l'objet, mais en est éloignée par la raison qu'on en a donnée à la fin de l'art. 48. Selon la théorie, l'image d'un objet circulaire devroit être à fort peu près circulaire (art. 49); mais lorsque l'objet est petit, aussi bien que son image, & qu'il est placé à une grande distance du Verre, la différence de leurs figures devient physiquement insensible, soit qu'on les considére comme des arcs circulaires ou comme des lignes droites; sur-tout si l'on fait attention que tous les rayons d'un pinceau ne se croisent pas précisément dans un point unique de l'axe, mais en différens points qui en forment une partie sensible, comme on le verra par les expériences suivantes.

56. Lorsque les rayons de lumière tombent sur la surface raboteuse & non polie d'un corps opaque ou transparent, ils ne sont plus réfléchis ou rompus réguliérement, selon les loix & propriétés des surfaces polies; mais ils sont dispersés de tous les côtés par les inégalités de la surface raboteuse, de la même manière que s'ils venoient d'un corps lumineux.


UNIV.
OF
MICH.


Fig 37.
A
G
E
F
T
C
D
H
B
A
F
B
39.
Q
F
f
q
A
III
II
I
1/2
1/3
1/4
F
C
f
1/4
1/3
1/2
1
40.
E
Q
B
C
A
q
P
4
E
Q
R
42
D
P
A
r
Q
B
O
q
C
p
R
E
43
P
A
Q
B
O
C
R
P
ϖ
44
r
Q
x
O
q
p
R

Détail de quelques expériences faciles qui servent à prouver les propriétés précédentes des Verres & à en découvrir quelques autres.

57. Si la lumière qui vient du point A & passe par un trou quarré *bcde* est reçue sur un plan BCDE parallele au plan du trou, ou si la figure BD est l'ombre du plan *bd*, & que la distance AB soit double de A*b*; la longueur & la largeur de l'ombre BD seront chacune double de la longueur & de la largeur du plan *bd*; & si la distance AB est triple de A*b*, ces dimensions seront triples; & ainsi de suite, ce que l'on peut aisément éprouver avec une chandelle placée en A.

1re. Expérience qui fait voir que les largeurs des pinceaux sont comme leurs distances au foyer.

Fig. 35.

58. Donc la surface de l'ombre BD à la distance AB double de A*b*, peut se diviser en quatre quarrés, & à une distance triple en neuf quarrés, égaux chacun au quarré B*d*, comme on voit dans la figure. Donc la lumière qui tombe sur le plan *bd* étant arrivée à une distance double s'y répand uniformément dans une espace quadruple, & est par conséquent quatre fois moins dense en chaque partie de cet espace, & dans une distance triple elle est neuf fois moins dense, dans une distance quadruple, 16 fois moins dense qu'à la premiere, & ainsi de suite, selon la progression des surfaces quarrées *bcde*, BCDE, &c. Par conséquent la quantité de cette lumière raréfiée répandue sur une surface d'une grandeur donnée & d'une figure quelconque, éloignée successivement à ces diverses distances, ne sera qu'un quart, un neuvieme, un sixieme de toute la quantité qu'elle recevoit à la premiere distance A*b*; & en général les densités & les quantités de lumière, reçues sur un plan donné, diminuent en même proportion que les quarrés des distances de ce plan au corps lumineux augmentent, & au contraire elles augmentent en même proportion que ces quarrés diminuent. Quant aux lumières des différents points d'un corps, qui suivent cette regle, elles composent une lumière qui la suit aussi.

Donc la densité & la quantité de lumière sur un plan donné, sont en raison réciproque des quarrés des distances.

59. Lorsque la corde perpendiculaire BC d'un petit angle BAC est divisée en un nombre quelconque de parties égales BH, HI, IC, les lignes HA, IA, menées des points de

Les parties égales des petits objets comprennent

des angles égaux dans l'œil.

Fig. 36.

division au point A, divisent l'angle BAC en un même nombre de parties qui sont à fort peu près égales entr'elles; car elles le seroient exactement si la ligne BC étoit l'arc d'un cercle décrit du centre A, dont il diffère d'autant moins que l'angle en A est plus petit; & ainsi la proposition est très-exacte dans les angles très-petits.

Les petits angles compris par la même perpendiculaire sont en raison réciproque de sa distance au point angulaire.

60. Si la distance AB est double ou triple de A*b*, la corde BC sera double ou triple de la corde *bc* du même angle en A. Divisez BC en trois parties BH, HI, IC, égales chacune à *bc*, les rayons HA, IA, diviseront l'angle BAC en autant de parties égales (57). Donc si deux angles *b*A*c*, BAH sont compris par la même ligne ou par les lignes égales *bc*, BH, la grandeur du premier angle *b*A*c* sera à celle du second BAH, comme la seconde distance BA est à la premiere *b*A.

2°. Expérience pour mesurer la distance du foyer d'un globe d'eau & de Verre.

Fig. 37.

61. Prenez un globe vuide de Verre ou un matras bien rond & bien mince, & ayant fait un petit trou d'environ un pouce de diamètre dans un morceau de papier gris, vous les colerez sur un côté du ventre du matras que vous remplirez d'eau. Présentez alors au soleil le côté qui est couvert, ensorte que ses rayons, tombant perpendiculairement sur le trou, puissent traverser le milieu de l'eau; les rayons émergents se réuniront au foyer, dont la plus courte distance au matras sera égale au demi diamétre du globe, comme on le verra si l'on reçoit les rayons rompus sur un papier à cette distance. On voit par l'article 37 que cet effet vient uniquement de la réfraction de l'eau, & nullement de celle de son enveloppe de Verre, & l'on en sera plus assuré si l'on reprend l'expérience avec le matras vuide; car la lumière qui passe par le trou étant reçue sur le papier, sera aussi large que le trou dans toutes les distances du papier au matras. Si l'on fait la même expérience avec un globe solide de Verre, la distance de son foyer à la partie la plus voisine du globe, sera le quart de son diamétre.

3°. Expérience pour mesurer le foyer seulement après la première réfraction.

62. Colez un morceau de papier blanc & mince au côté du matras qui est vis à vis du trou du papier gris; & lorsque la lumière du Soleil qui vient de ce trou tombera sur le papier blanc, mesurez avec un compas sa largeur GH, vous la trouverez à fort peu près la moitié de la largeur AB du trou du papier gris. Ce qui fait voir que si les rayons convergents AG, BH

étoient

étoient prolongés & pouvoient aller en droite ligne en ſortant de l'eau aſſez loin, ils ſe réuniroient à un foyer T, dont la diſtance DT au point le plus proche de la boule ſeroit environ la moitié de CT (art. 57) diſtance au point le plus éloigné, & ſeroit par conſéquent égale au diamétre CD; & ainſi CT eſt à TE comme 4 eſt à 3, comme on l'a dit dans l'article 33. Si le papier blanc eſt colé ſur la partie poſtérieure d'une boule de Verre ſolide, on trouvera le diamétre GH du cercle de la lumière, égal à un tiers de AB; par conſéquent les rayons AG, BH ſont convergents vers un foyer T dont la diſtance au point D eſt un tiers de ſa diſtance au point C (art. 57); c'eſt-à-dire que CT eſt à TD comme 3 eſt à 1, & par conſéquent CT eſt à TE comme 3 eſt à 2, ainſi qu'on l'a dit dans l'art. 33. Si l'on fait l'expérience avec une chandelle allumée, placée dans une grande diſtance; pendant que la chandelle s'approche du ballon, la grandeur de la tache GH augmente continuellement; ce qui fait voir que le foyer T s'éloigne du ballon, conformément à l'article 34.

63. Si l'on couvre l'un des côtés d'une lentille convexe avec un papier percé de pluſieurs petits trous, & qu'on l'expoſe directement au Soleil, les rayons qui paſſent par ces trous paroîtront ſur un papier blanc, que l'on tiendra fort proche derrière la lentille comme autant de taches blanches, & ces taches ſe réuniront à meſure que l'on éloignera le papier de la lentille, juſqu'à ce qu'au foyer elles ne forment qu'une ſeule tache. On pourra donc meſurer la diſtance de ce foyer au Verre & on ne la trouvera pas ſenſiblement altérée en préſentant l'autre côté du Verre au Soleil (art. 47), ni en l'inclinant un peu vers les rayons incidents (art. 50); & pourvû que cette petite inclinaiſon ſe faſſe ſans donner aucun mouvement au milieu du Verre, le foyer ou la tache qui paroît ſur le papier ne changera pas ſenſiblement de place: ce qui fait voir que l'axe du pinceau oblique continue, comme auparavant, d'être en ligne droite (art. 43). Si l'on éloigne encore plus le papier du Verre, les taches ſe ſépareront les unes des autres. 4e. Exper. pour meſurer le foyer d'une lentille convexe.

64. Si l'on couvre de la même manière une lentille concave & qu'on l'expoſe au Soleil, les taches de la lumière qui paſſe par les trous & tombe ſur le papier derrière le Verre, s'écar- 5e. Exper. pour trouver le foyer d'une lentille concave.

Fig. 38. teront toujours plus les unes des autres, à mesure que le papier s'écarte du Verre. Ce qui fait voir que les rayons émergents sont continuellement divergents par rapport au foyer placé devant le Verre. Lorsque la distance *ab* de deux taches quelconques, est double de la distance AB des deux trous correspondants dans le papier par où elles passent, la distance E*f* entre le papier & le Verre, est alors égale à la distance EF de son foyer (art. 57), & par ce moyen on peut la mesurer.

On trouvera par ces expériences que la distance EF du foyer d'une lentille plano-convexe ou plano-concave est égale au diamétre de sa surface convexe ou concave, c'est-à-dire, de toute la sphére dont elle est partie; ce qui prouve l'art. 33ᵉ, en tenant le côté plan du Verre perpendiculaire aux rayons incidents, afin qu'ils puissent le pénétrer sans se rompre. En second lieu, que la distance EF du foyer d'une lentille double-convexe ou double-concave, dont les convexités ou concavités sont égales, est le demi-diamétre de l'une des deux surfaces, & que par conséquent la distance du foyer d'un Verre de convexités ou concavités inégales, doit avoir une longueur intermédiaire entre le diamétre & le demi diamétre de la surface qui est la plus convexe ou la plus concave. Car si l'on conçoit qu'un Verre de convexités ou concavités inégales s'applatit toujours davantage, la distance de son foyer deviendra toujours plus grande (art. 40, 41) jusqu'à ce qu'enfin elle devienne le diamétre de la surface qui reste, comme on l'a dit ci-devant.

On peut faire des expériences semblables avec un miroir convexe ou concave couvert d'un papier plein de trous, pour prouver l'article 26ᵉ.

6ᵉ. Exper. pour faire voir la rélation des foyers conjugués d'une lentille avec son foyer principal.

65. Ayant trouvé la distance EF, du foyer d'un Verre convexe & l'ayant placé dans un trou d'une planche mince CE perpendiculairement à une longue table ou au plancher; on menera par le point C directement sous le milieu du Verre une longue ligne AB perpendiculaire à la planche; sur laquelle on mesurera la distance CF du foyer de C en F, de F en I, de I à II, de II à III, &c. & encore de l'autre côté de C à *f*, de *f* à 1, de 1 à 2, de 2 à 3, &c. & ensuite prenant $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. de la distance du foyer, on la marquera de F vers I

Fig. 39.

& de f vers 1, avec les fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. aux points de division comme dans la figure. Enfin ayant obscurci la chambre, si l'on place une lumière en Q au dessus de la marque I, les rayons qui traverseront le Verre se réuniront en q sur un papier placé au-dessus de la marque 1, & si l'on écarte la chandelle en II, & le papier à $\frac{1}{2}$, les rayons s'y réuniront encore de même. Lorsque la lumière est placée en III, & le papier à $\frac{1}{3}$, en IV & le papier à $\frac{1}{4}$, &c. & ainsi des autres, on aura le même effet; ce qui prouve l'art. 48[e]. Outre cela, il paroît que fq varie en raison réciproque de FQ, c'est-à-dire, qu'il décroît en même proportion que FQ croît, & au contraire.

7[e]. Exper. pour faire voir le renversement & la grandeur de l'image.

66. Si l'on place une seconde chandelle de l'autre côté de la premiere, & à la même distance du Verre, l'union de ses rayons formera une autre image sur le papier q du côté opposé de l'axe QEq; & l'on trouvera que la distance entre les deux images est en même proportion à la distance entre les chandelles, que la distance des images au Verre est à la distance des chandelles au Verre. Ces observations font voir pourquoi l'image d'une seule chandelle est renversée sur le papier, & pourquoi sa grandeur varie, lorsqu'elle change de place: parce que, ce que l'on a observé des deux chandelles peut s'appliquer à deux points quelconques de la même chandelle; de sorte que cette expérience éclaircit suffisamment ce que nous avons dit des images dans l'art. 55[e]; & ce que l'on a éprouvé avec une lentille convexe, peut s'éprouver de même avec un miroir concave placé dans le trou de la planche.

8[e]. Exper. pour redresser les images des objets dans une chambre obscure.

Fig. 40.

67. Si les rayons du Soleil ou de la Lune ou d'une chandelle éloignée que l'on a rendus convergents vers un foyer q par le moyen d'une lentille convexe E sont interceptés par un miroir AB, ils en seront réfléchis de manière qu'ils deviendront convergents vers un foyer Q autant éloigné en devant du miroir que q l'est par derriere. On peut en faire l'expérience en présentant un morceau de papier blanc en Q, pour y recevoir les rayons réfléchis. Si donc on suppose que les rayons réfléchis reviennent directement du point Q vers le miroir AB, ils en seront réfléchis de manière qu'ils deviendront divergents vers q: ce qui prouve les articles 23 & 24.

Si l'on place une lentille convexe dans le trou d'une fenêtre, & que l'on obscurcisse la chambre, la figure 41[e] fait voir de quelle manière les images des objets extérieurs, comme PQR, que l'on avoit vues renversées sur le papier perpendiculaire, comme *pqr*, paroissent droites par la réflexion en bas sur un papier horizontal $\pi\chi\rho$, lorsque le dos du spectateur est tourné vers la lentille.

9[e]. Exper. pour faire voir les degrés de clarté & de distinction d'une image.

68. Quelle que soit la figure & la grandeur du trou dans le papier qui couvre une partie de la lentille, la figure & la grandeur d'un objet sera la même, qu'elle étoit lorsque la lentille n'étoit pas couverte; parce que chaque petite partie d'un pinceau de rayons a le même foyer que le pinceau total. Mais la clarté de la peinture diminuera à proportion que le trou sera plus petit; parce que la quantité de lumière qui éclaire chaque point de la peinture, diminue en même proportion. Si la lentille est fort épaisse & fort large, cette diminution de son ouverture augmentera sensiblement la distinction de la peinture, parce que les rayons qui tombent sur les bords de ce Verre ne sont pas rompus exactement au même point où tombent ceux du milieu, ce qui sera évident par l'expérience suivante.

10[e]. Exper. comment se forme une caustique par le globe ou par le cylindre.

69. Lorsque la lumière d'une chandelle ou du Soleil est rompue à travers un globe, ou un matras bien rond plein d'eau, & qu'elle tombe sur un papier blanc que l'on tient parallele & fort proche de l'axe de la lumière, la figure lumineuse qui s'y forme est terminée par deux courbes brillantes que l'on nomme caustiques; lesquelles en venant du globe s'approchent l'une de l'autre & de l'axe du pinceau, jusqu'à ce qu'elles le touchent en un point où elles forment un angle aigu, dont la pointe est le foyer du pinceau.

Il est évident par la clarté de ces courbes qu'elles se forment par les intersections successives de chaque rayon avec son voisin, en les prenant dans un ordre successif d'un côté du globe à l'autre, & que par conséquent la clarté du papier en dedans des courbes & son obscurité en dehors, vient de la multitude des intersections des rayons en dedans, & de ce qu'il n'y en a point du tout en dehors.

On voit aussi par la figure & la position de la caustique,

que chaque rayon coupe le rayon voisin, avant que de couper l'axe. Car si chaque rayon coupoit son voisin dans un point de l'axe, ils se couperoient tous dans un seul & même point; & ainsi la figure de la lumière sur le papier, ne seroit composée que de deux espaces angulaires brillants, terminés, non par des courbes, mais par des lignes droites qui se couperoient au foyer; & par conséquent, chaque espace angulaire, à égales distances de part & d'autre du foyer, seroit également brillant; ce qui est contraire à l'expérience.

Si chaque rayon coupoit le rayon voisin après avoir coupé l'axe, leurs intersections successives formeroient une courbe brillante, qui auroit un angle aigu au foyer, comme ci-devant; mais elles s'écarteroient de plus en plus de l'axe, en venant du globe; ce qui est aussi contraire à l'expérience. Il est donc évident par la figure & la position de la caustique, que chaque rayon coupe le rayon voisin avant que de couper l'axe, & que le foyer du pinceau est le point de l'axe où les rayons les plus proches le coupent; que de plus les rayons du pinceau incident qui sont plus éloignés de l'axe, le coupent en divers points qui sont d'autant plus éloignés du foyer.

Caustique imaginaire formée par un globe ou par par un cylindre.

70. Donc, puisque la réfraction totale d'un rayon n'est pas altérée, pendant qu'il passe à égales distances du centre du globe, & que par conséquent il touche un cercle concentrique au globe; il s'ensuit que pendant que l'on fait mouvoir la chandelle peu-à-peu vers le globe, les rayons les plus proches de son centre de l'autre côté, deviennent d'abord paralleles à l'axe; & bientôt après ils en sont divergents par rapport à un autre point de l'axe un peu plus loin derriere la chandelle, que n'étoit le premier point, d'où les rayons les plus proches étoient divergents; & ainsi de suite. Par conséquent lorsque les rayons émergents sont divergents, chaque couple contigu étant prolongé en arriere, coupe l'axe avant que de se couper mutuellement, & ces intersections successives, d'où chaque couple est divergent, forment une caustique imaginaire, qui commence à l'angle aigu du foyer, & s'écarte de l'axe en reculant par derriere le globe.

Caustiques formées par une lentille convexe.

71. Un grand pinceau de rayons rompus par une lentille convexe se forme aussi en caustique ou en partie d'une caustique

jointe au foyer de la lentille, laquelle s'en écarte plus ou moins, selon que la lentille est composée de plus grands ou de plus petits segments des sphéres dont elle a la convexité. Car en imaginant deux plans qui coupent deux segments opposés du globe & par où les rayons le traversent, leurs réfractions dans les segments, lorsqu'ils seront réunis, seront les mêmes que lorsqu'ils sont séparés par la partie moyenne du globe, & par conséquent les caustiques formées par la lentille & par le globe ont les mêmes propriétés.

On peut s'assurer de la vérité de ces propriétés des caustiques, en couvrant un côté du globe, ou d'une lentille convexe épaisse, avec un grand cercle de papier gris, dont le diamétre est percé d'un rang de petits trous à égales distances les uns des autres. Car les taches de lumière qui passent par ces trous, paroissent sur un papier blanc à égales distances les unes des autres, lorsque le papier est perpendiculaire aux rayons & proche du Verre. Mais à mesure qu'on l'éloigne, les intervalles entre les taches extérieures, deviennent toujours plus petits que les intervalles entre les taches intérieures & se réunissent bientôt.

Et par une lentille concave.

72. Au contraire, si l'on couvre avec le même papier une lentille concave, à mesure qu'on éloignera le papier de la lentille, les intervalles entre les taches extérieures deviendront toujours plus grands qu'entre les taches intérieures. Ce qui fait voir que les rayons extérieurs sont plus divergents des points qui sont plus proches du concave, que ne sont ceux d'où les rayons intérieurs sont divergents. Mais cette expérience ne réussira pas avec les Verres concaves ordinaires dont se servent ceux qui ont la vue courte, parce qu'ils ne sont ni assez concaves, ni assez larges, ni assez épais pour rendre cet effet sensible.

Réfraction trop grande des rayons extérieurs.

73. On voit par ces caustiques réelles & imaginaires que les rayons extérieurs d'un pinceau sont trop rompus, ou ce qui revient au même, que les rayons intérieurs le sont trop peu pour pouvoir se réunir tous à un seul point après la réfraction, & que par conséquent les angles d'incidence des rayons extérieurs sont trop grands, tant à la première qu'à la seconde surface du globe ou de la lentille.

74. Par conséquent il se formera des caustiques semblables par les réfractions d'un pinceau de rayons sur une simple surface, excepté seulement que ces caustiques s'approcheront ou s'éloigneront plus lentement de l'axe que les premieres, parce que chaque couple de rayons contigus n'aura plus qu'une simple réfraction qui les rende convergents ou divergents.

Caustiques formées par réfraction dans une seule surface sphérique.

75. On démontrera dans le Livre suivant, que les rayons d'un grand pinceau, étant rompus par une seule surface plane, sont aussi divergents des points d'une caustique imaginaire; laquelle commence à leur foyer, & s'écarte de la surface, lorsque la réfraction se fait en passant d'un milieu rare à un milieu plus dense, & elle s'en approche lorsque les rayons passent d'un milieu dense à un milieu rare.

Et par une surface plane.

76. Les intersections successives des rayons contigus d'un grand pinceau qui est réfléchi par une surface concave sphérique ou cylindrique, forment encore une caustique, que l'on peut voir sur la surface du lait, ou sur un mêlange blanc & opaque de liqueurs contenues dans une tasse de porcelaine blanche, ou sur le fond d'une tabatière dont les bords sont bien polis, lorsque la lumière d'une chandelle ou du Soleil ou d'une fenêtre éloignée l'éclaire.

Caustiques formées par la réflexion sur une surface concave sphérique ou cylindrique.

77. Pendant que les points d'incidence restent fixes, imaginez que toutes les lignes décrites par les rayons réfléchis s'approchent les unes des autres vers le centre, jusqu'à ce qu'elles soient réunies au foyer du pinceau; & supposant que les rayons reviennent en arrière par ces mêmes lignes, après cette seconde réflexion, ils s'éloigneront tous de leur premier foyer & s'approcheront vers l'autre côté du cenrre (art. 27), & les rayons extérieurs, dont les premières intersections avec l'axe étoient les plus éloignées du centre, en seront maintenant les plus proches de l'autre côté (art. 27); desorte que si le corps lumineux est placé entre le principal foyer & le centre, il se formera une autre caustique au delà du centre.

Autre caustique formée en de-là du centre du miroir concave.

78. Ainsi pendant que ce point lumineux se meut peu-à-peu vers la surface, lorsqu'il arrive au principal foyer, les rayons qui sont les plus proches de l'axe lui deviennent d'abord paralleles & bientôt après divergents par rapport à un point

Caustique imaginaire par la réflexion du concave.

derrière le concave; ensuite les rayons qui joignent ceux-ci deviennent aussi paralleles à l'axe, après quoi ils sont divergents par rapport à un autre point de l'axe, un peu plus éloigné que le premier derrière la surface; par conséquent chaque couple de rayons réfléchis & contigus, étant prolongé en arrière, coupe l'axe avant que de se rencontrer; & ces intersections successives d'où chaque couple est divergent, forment une caustique imaginaire derrière le concave, laquelle commence à l'angle aigu du foyer & s'écarte de l'axe en s'éloignant de la surface.

Caustique imaginaire pour la réflexion du côté convexe d'une surface.

79. Pendant que les points d'incidence restent fixes, imaginez que toutes les intersections de l'axe du concave sont poussées au foyer, & que les rayons en sont divergents sur le côté convexe de la surface; les rayons réfléchis prolongés se sépareront tous depuis l'autre foyer, de manière qu'ils formeront une caustique imaginaire & les rayons les plus éloignés de l'axe, dont les intersections sont poussées plus avant vers la surface, s'en approcheront davantage après la réflexion. (art. 27).

Observation générale sur les caustiques.

80. Dans toutes ces caustiques par réfraction & par réflexion sur des surfaces planes & sphériques, le concours de deux rayons contigus (prolongés) s'écarte plus du foyer & de l'axe, selon que leurs points d'incidence sont plus éloignés de l'axe. On doit observer qu'un pinceau de rayons réfléchis par une surface plane ne forme aucune caustique, parce qu'ils sont exactement divergents d'un seul point. (art. 23).

La figure sphérique ne sçauroit rompre ou réfléchir les rayons à un seul point.

81. Par où l'on voit qu'une surface sphérique ayant partout le même degré de courbure, ne sçauroit réfléchir ni rompre tous les rayons d'un grand pinceau à un seul point, & qu'une surface simple propre à cet effet, doit devenir moins courbe peu-à-peu, en s'éloignant de l'axe (art. 73, 76), & que si l'un des côtés d'une lentille est sphérique, il ne faut pas que l'autre soit plan, mais qu'il soit convexe au milieu pour raccourcir le foyer des rayons du milieu, & qu'il soit concave vers la circonférence pour prolonger le concours des rayons extérieurs. Cependant les rayons du milieu d'un pinceau sont tellement réunis ensemble par la réflexion & par la réfraction dans les surfaces & lentilles sphériques, & les rayons

extérieurs

extérieurs ſont diſperſés ſi légérement ſur un plan qui paſſe par le foyer perpendiculairement à l'axe, que la confuſion qu'ils produiſent dans une image, en y mêlant les rayons des autres pinceaux, eſt rarement ſenſible, lorſque le Verre a une ouverture modérée; & comme les degrés inégaux de réfrangibilité des rayons de différentes couleurs (qu'on expliquera dans le 6ᵉ chapitre) produiſent des aberrations beaucoup plus grandes par rapport au foyer, que celles qui viennent de la figure ſphérique, il ne vaut pas la peine de donner aux Verres d'autres figures que la ſphérique, ſur-tout ſi l'on fait attention à la grande difficulté qui en réſulteroit dans l'opération méchanique.

CHAPITRE III.

Sur l'Oeil & la manière dont ſe fait la Viſion.

82. SI l'on fait attention à ce qu'on a dit dans les articles 33 & 35, on imaginera aiſément une conſtruction paſſable d'un œil artificiel en cette manière. Prenez un hémiſphére tranſparent ABC pour repréſenter la partie antérieure de l'œil & un autre concentrique DqE, oppoſé au premier, pour en repréſenter le fond. Faites le demi-diamètre Oq du ſecond, triple du demi-diamètre OB du premier, & enſuite rempliſſez d'eau toute la capacité des deux Par ce moyen les rayons de lumière qui viennent des points P,Q,R, &c. des objets éloignés, après s'être rompus à la ſurface ABC, ſe réuniront en autant de points p, q, r, de la cavité DqE & y formeront une image; & parce que la ſurface ſphérique ne rompt pas exactement tous les rayons d'un grand pinceau à un point unique (art. 81), mais ſeulement ceux qui ſont proches de ſon axe; on corrigera ce défaut en couvrant toute la baſe AC du petit hémiſphére à l'exception d'un trou médiocre vers ſon centre O; ce qui réuſſit mieux que ſi l'on couvroit toute la ſurface à l'exception d'un trou dans le milieu B. Car dans ce dernier cas la ſurface ABC ne recevroit

Œil artificiel décrit par Hughens.

Fig. 42.

pas les rayons des points latéraux P, R, auſſi directement que ceux du milieu de l'objet, étant expoſée à tous également, lorſque le trou n'eſt ouvert qu'au centre O.

Comparé à l'œil naturel.

83. Quoique cette conſtruction de l'œil paroiſſe d'abord n'être pas mauvaiſe, nous allons voir bientôt que l'Auteur de la nature en a ſagement retranché certaines choſes & ajouté d'autres abſolument néceſſaires, quoique nous ne puiſſions pas toujours découvrir ſes deſſeins. En premier lieu il n'a pas employé un hémiſphére entier ABC, mais en ayant retenu le milieu, il en a retranché beaucoup tout autour, ſans cependant reſſerrer l'étendue des objets que l'on peut voir d'un coup d'œil. Il a pour cela plié en dedans les extrêmités du plus grand hémiſphére vers D & E, en réduiſant par ce moyen la forme de l'œil à une figure plus ronde, pour faciliter ſon mouvement de tous les côtés dans la cavité qui le contient. Il lui a donc donné la forme qui eſt exprimée dans la figure 43, laquelle repréſente la ſection d'un œil humain par ſon axe & dont toutes les parties ſont doubles de l'œil vivant pour les rendre plus ſenſibles.

Deſcription de l'œil humain.

84. ABC eſt la partie tranſparente de l'enveloppe de l'œil & ſe nomme cornée; le reſte ATYC eſt opaque & fait partie d'une plus grande ſphére. En dedans de cette enveloppe extérieure, les Anatomiſtes en diſtinguent deux autres, dont l'intérieure ſe nomme retine, parce qu'elle reſſemble à un filet délié compoſé des fibres du nerf optique YVT liées enſemble, & elle eſt blanche vers les parties *p*, *q*, *r*, au fond de l'œil. La cavité de l'œil n'eſt pas remplie d'une ſeule liqueur, mais de trois différentes. Celle qui eſt contenue dans l'eſpace extérieur ABCOEGFDO ſe nomme l'humeur aqueuſe, parce qu'elle eſt parfaitement fluide comme l'eau; celle qui eſt contenue dans l'eſpace intérieur E*pqr*DFG eſt un peu plus épaiſſe comme le blanc d'un œuf, & ſe nomme l'humeur vitrée. La troiſiéme humeur FG eſt formée comme une lentille de convexités inégales; elle eſt placée entre les deux autres & arrêtée aux enveloppes voiſines par des filaments qui regnent tout autour; on la nomme l'humeur criſtalline; elle eſt dure comme le blanc d'un œuf durci au feu, mais elle eſt auſſi claire que les deux autres & n'en différe que par un plus

grand degré de puissance réfractive. Car les rayons qui viennent des points P, Q, R ayant reçu un degré de convergence par la réfraction de la cornée ABC deviennent un peu plus convergents par les autres réfractions aux surfaces du cristallin FG; de sorte que se réunissant en autant d'autres points *p*, *q*, *r* sur la rétine, ils représentent les points P, Q, R d'où ils viennent; & peut-être que les rayons sont dirigés par ces secondes réfractions, de manière à rendre la cavité *pqr* propre à les recevoir; laquelle auroit été sans cela partie d'une plus grande sphére (art. 73. 80) selon l'idée de l'œil artificiel de la fig. 42.

85. Outre cela la lentille FG étoit très-nécessaire pour une autre raison, & principalement pour aider l'œil à prendre la forme propre à lui faire distinguer les objets dans toutes les distances, ce qui manquoit à l'œil artificiel. Il y a pour cela deux moyens par le secours de cette lentille FG, lorsqu'on veut voir des objets proches qui sont à la main; soit en l'approchant de la cornée extérieure, ou en augmentant sa convexité, ou peut-être en faisant l'un & l'autre en même temps. On l'approche de la cornée par la pression des muscles contre les côtés de l'œil & par conséquent contre l'humeur vitrée, & lorsque le cristallin change de figure & devient plus rond pour appercevoir les objets voisins, les filaments DF, EG dans la plus grande tension aident à l'applatir, & peuvent peut-être se relâcher par la pression latérale dont on vient de parler, & peut-être que ces deux altérations se font en même-temps. Le trou ou la prunelle O, n'est pas placé au centre de la cornée ABC, comme dans l'œil artificiel, mais un peu plus proche du bord. On n'en fait pas la raison, à moins que cela ne contribue aussi à faire tomber les images dans la cavité de la rétine (dans toutes ses parties), laquelle sans cela auroit été partie d'une plus grande sphére (art. 73. 80.)

Le cryſtallin rend toutes les images distinctes.

86. Le diamétre AY de la sphére de l'œil est d'environ un pouce du pied du Rhin qui est le même que l'ancien pied Romain; & le diamétre de la cornée extérieure est d'environ trois cinquiemes d'un pouce. La largeur de la prunelle O n'a point de mesure fixe, étant plus grande ou plus

Quelques dimensions de l'œil humain.

petite, comme on peut l'éprouver, selon que la lumière qui tombe sur l'œil est moins ou plus grande; elle se resserre aussi à l'approche d'un petit objet, lorsqu'on fait effort pour le voir distinctement. Sa construction est admirable, en ce que pendant qu'elle change de grandeur elle conserve sa figure ronde. Tout ceci est extrait de la Dioptrique de Mr. *Hughens* prop. 31. Voici ce qu'ajoute *Nevvton* dans son Optique p. 12.

Les peintures sur la rétine sont la cause de la vision.

87. Cette explication de l'œil & de la cause de la vision est encore appuyée sur les preuves suivantes. Lorsque les Anatomistes ont enlevé du fond de l'œil cette enveloppe extérieure & épaisse qu'ils appellent la dure mere, ils voient à travers les enveloppes plus minces les images des objets qui y sont vivement représentées & ces images portées par le mouvement le long des fibres des nerfs optiques dans le cerveau sont la cause de la vision. Car selon que ces peintures sont parfaites ou imparfaites, on voit l'objet parfaitement ou imparfaitement. Si l'œil est teint de quelque couleur (comme dans la jaunisse) de manière que les images qui sont au fond de l'œil soient teintes de cette couleur, tous les objets paroîtront avoir la même couleur.

D'où viennent les peintures confuses dans les yeux des viellards, & comment on les corrige par des verres convexes.

88. Si les humeurs de l'œil s'affoiblissent par la vieillesse de manière qu'en s'attenuant elles rendent la cornée & l'enveloppe de l'humeur cristalline moins convexe ou plus applatie qu'auparavant, la lumière n'y sera pas assez rompue, & faute de réfraction suffisante elle ne sera pas convergente au fond de l'œil, mais un peu au-delà; par conséquent elle ne donnera au fond de l'œil qu'une image confuse: & la peinture n'étant pas distincte, l'objet paroîtra confus en même proportion. C'est la raison de l'affoiblissement de la vue dans les vieillards, & c'est pour cela que les besicles fortifient leur vue. Car les verres convexes suppléent au défaut de l'applatissement de l'œil & en augmentant les réfractions, ils rendent les rayons plus convergents; de sorte qu'ils se réunissent distinctement au fond de l'œil, si le verre a le degré convenable de convexité.

D'où viennent les images confuses

89. Le contraire arrive à ceux qui ont la vue courte, & dont les yeux sont trop gros. Car la réfraction étant trop

grande, les rayons font trop convergents & fe réuniffent avant que d'arriver au fond de l'œil; par conféquent la peinture qui fe fait au fond de l'œil & la vifion qui en réfulte ne font pas diftinctes, à moins qu'on n'approche tellement l'objet de l'œil que le point où les rayons fe réuniffent ne vienne fe rendre au fond de l'œil (art. 34. 48), ou à moins qu'on ne corrige la rondeur de l'œil & la réfraction par un verre concave & de la concavité requife, ou enfin à moins que l'œil par la vieilleffe ne s'applatiffe & ne prenne la figure convenable. Car ceux qui ont la vue courte voient beaucoup mieux les objets dans leur vieilleffe, & c'eft pour cela qu'ils paffent pour avoir la vue plus durable. Tel eft l'extrait de cet article d'Optique de Newton.

dans les yeux de ceux qui ont la vue courte & comment on les corrige par des verres concaves.

90. Pour déterminer la grandeur des peintures fur la rétine, il fuffit de confidérer un feul rayon dans chaque pinceau; parce que fi la peinture eft diftincte, tous les rayons de chaque pinceau fe ramaffent en un feul & même point de la rétine; ou ce qui revient au même, on peut regarder la prunelle comme réduite à un feul point : & pour une plus grande fimplicité, ou pour aider l'imagination, on peut fuppofer que ce point O eft un petit trou au centre de l'hémifphére creux & obfcur DqE, qui ne reçoit qu'un feul rayon en ligne droite de chaque point fans aucune réfraction. Car alors les longueurs des images pqr croîtront & décroîtront autant que l'angle pOr ou autant que POR; ce qui eft la propriété de l'œil naturel, comme on va le voir dans l'art. fuivant : & fi le demi-diamétre Oq de cet hémifphére creux eft d'environ $\frac{5}{8}$ d'un pouce qui eft l'axe de l'œil humain, les peintures des mêmes objets auront toujours la même groffeur dans les yeux des deux efpéces à fort peu près (art. 97.).

On peut regarder la prunelle comme un point.

Fig. 42.

91. Les diamétres ou longueurs des peintures des objets fur la rétine fe mefurent par les angles que forment les rayons qui viennent de l'extrêmité de l'objet en tombant dans l'œil, ou leur font proportionnelles, fi ces angles font petits. Car foient deux ou plufieurs objets PQ & $\pi\chi$, paralleles ou obliques l'un à l'autre, compris par le même angle POQ ou πOχ en O; puifque les particules de la lumière qui viennent de P & π décrivent la même ligne PπO, elles feront rompues

Les diamétres des peintures dans la rétine font comme les angles compris par l'objet à l'œil.

Fig. 44.

vers le même point p de la rétine, & de même celles qui viennent de Q & χ se rompent au même point q, & ainsi les images pq des objets PQ, $\pi\chi$ comprises par le même angle en O, ont la même grandeur. Ce qu'il falloit premiérement prouver.

Les images des objets peintes sur la rétine de l'œil d'un mort se sont trouvées par expérience parfaitement bien formées & proportionnées dans toutes leurs parties (art. 87), c'est-à-dire, que la proportion des parties pq, qr de toute l'image pqr, s'est trouvée la même que celle des parties PQ, QR de tout l'objet PQR & cette dernière proportion est à fort peu près la même que celle des angles POQ, QOR compris par les parties PQ, QR (art. 59), & ainsi la proportion est prouvée lorsque les objets PQ, QR sont tous deux à la même distance de l'œil. Et puisqu'on vient de faire voir que les objets PQ & $\pi\chi$ ont la même peinture pq; il s'ensuit que la proportion des peintures des objets $\pi\chi$ & QR est la même que celle des angles $\pi O\chi$, QOR compris par ces objets dans l'œil.

Ils sont en raison réciproque, des distances de l'objet à l'œil.

92. Lorsqu'un objet s'approche de l'œil, le diamétre de son image sur la rétine croît en même proportion que la distance entre l'objet & l'œil décroît, & au contraire il décroît en même proportion que cette distance croît. Car le diamétre de l'image croît en même proportion que l'angle compris par l'objet dans l'œil (art. 91); & cet angle, lorsqu'il est petit, croît en même proportion que la distance entre l'œil & l'objet décroît (art. 60).

Fig. 44.

La clarté des images n'est pas altérée par la distance de l'objet à l'œil.

93. Le degré de clarté de l'image d'un objet peinte sur la rétine, est toujours le même à toutes les distances de l'œil à l'objet, pourvû qu'aucun des rayons ne soit arrêté dans sa route & que l'ouverture de la prunelle ne change pas. Par exemple, lorsque l'œil s'approche d'un objet deux fois plus près qu'auparavant, sa peinture sur la rétine devient double en longueur & double en largeur, & par conséquent quadruple en surface; puisque la surface seroit double si sa longueur seule ou sa largeur seule étoit double. Mais la quantité de rayons qui entrent par la même ouverture de la prunelle à la demi-distance de l'objet, est aussi quadruple (art. 58); &

étant répandue également sur la quantité quadruple de la surface dans la rétine, elle est précisément aussi dense qu'auparavant, lorsque l'objet étoit à une double distance.

94. Delà il suit que l'apparence affoiblie des objets éloignés ne peut venir que de l'opacité de l'atmosphére qui empêche une partie de leur lumière de venir à l'œil. C'est pour cela que nous trouvons que le Soleil, la Lune & les Etoiles ont une lumière très-foible auprès de l'horizon, & toujours plus brillante en s'élevant au dessus de l'horizon; parce que la traînée des vapeurs qui se trouvent dans la route des rayons est plus longue & plus épaisse auprès de l'horizon & devient moins épaisse & plus courte à mesure que les objets sont plus élevés, & par conséquent elle forme moins d'obstacle au passage des rayons.

D'où vient la foiblesse des images des objets éloignés.

95. La sensibilité de l'œil, ou sa force pour discerner les objets sans inconvénients, avec différentes quantités de lumière, a une étendue très-grande. Par exemple, je trouve que la disproportion entre les quantités de lumière qui viennent du Soleil & de la Lune sur l'horizon, à hauteurs égales, n'est pas moindre que celle de 90 mille à 1, lorsque la Lune est pleine, & qu'elle n'est pas moindre que celle de 180 mille à 1, lorsque la Lune est dans ses quartiers. Et la proportion entre les parties de lumière du Soleil & de la Lune, de quelque nature qu'elles soient, qui sont réfléchies à nos yeux par le même objet pendant le jour & pendant la nuit, ne peut gueres différer de la proportion des lumières totales. Supposant donc que l'ouverture de la prunelle soit peut-être 8 ou 9 fois moindre, pendant le jour que pendant la nuit (c'est-à-dire, environ 3 fois moindre en diamétre) la proportion des quantités de lumière du jour & de la Lune, que le même objet renvoie à l'œil pour éclairer une image de la même grandeur, ne sera pas moindre que celle de 20 mille à 1, lorsque la nuit a un degré moyen de la lumière de la Lune. Je dis qu'elle ne sera pas moindre, parce que les nombres que nous donnons ici sont tirés d'une regle établie sur ce principe, que la Lune renvoie toute la lumière qu'elle reçoit du Soleil; ce qui ne sçauroit être vrai, vû les grandes taches obscures qui paroissent sur son disque, & il est très-probable qu'une

Comparaison de leurs degrés de clarté par la lumière du jour & par celle de la Lune.

grande partie de la lumière incidente est absorbée & perdue même dans les taches les plus brillantes.

Voici le principe d'où dépend la regle précédente : la lumière du jour est à celle de la Lune, comme la surface d'un hémisphére dont le centre est à notre œil, à la partie de cette surface qui paroît être occupée par la partie éclairée de la Lune ; de sorte que tout le Ciel couvert de Lunes ne produiroit que la lumière du jour. Cela paroîtra assez évident par les réflexions suivantes, quoique j'aie trouvé une autre méthode. La lumière du jour vient d'une infinité de réflexions des rayons du Soleil qui viennent de toutes sortes de corps à nos yeux. Car si cela n'étoit, nous ne verrions rien dans le monde même pendant le jour, excepté le Soleil, les étoiles & les corps lumineux (art. 2). Delà vient que la lumière du jour est toujours la même dans le lieu où nous sommes, soit que le Soleil brille ou ne brille pas, parce que sa lumière nous est réfléchie par une grande quantité de terre, d'air & de nuages qui s'étendent tout autour de nous, à la distance de plus de cent milles ; de sorte que l'absence des rayons du Soleil dans un pays altére à peine la lumiere du jour. D'ailleurs la Lune nous paroît pendant le jour comme un nuage dans l'air d'une clarté moyenne ; quelques-uns paroissant plus obscurs & d'autres plus brillants que la Lune même. Les rayons du Soleil étant donc interceptés pendant la nuit par tous les nuages visibles & n'étant réfléchis à nos yeux que par la Lune seule ; il s'ensuit que la lumière du jour est à celle de la Lune, comme les surfaces apparentes de toutes les nues visibles sont à la surface apparente de la partie visible de la Lune, considérée uniquement comme un nuage qui reste éclairé ; & ces deux lumières, quelles que soient les distances de la Lune & des nuages, sont précisément les mêmes que si tous ces corps étoient placés à égales distances de nos yeux, & s'ils formoient la surface d'un hemisphére (art. 93.) dont les parties sont les vraies mesures des parties de la lumière qui vient à nous.

Preuve expérimentale par les miroirs ardents.

96. On voit aussi la grande disproportion entre la lumière du Soleil & celle de la Lune par les expériences qu'on a faites avec des miroirs ardents ; soit par la réfraction des rayons

rayons à travers de grandes lentilles ou par la réflexion des miroirs concaves de verre ou de métal. Ces miroirs réunissant les rayons du Soleil dans le foyer & y formant une petite image ronde du Soleil, produisent une chaleur plus violente & qui brule plus promptement que les fournaises les plus ardentes; puisqu'ils fondent & calcinent les métaux les plus durs, qu'ils vitrifient les briques & les pierres en moins d'une minute. (*Voyez les transact. philos. abr. vol.* 1, *pag.* 211 & *vol.* 4, *p.* 190). Cependant les rayons de la Lune étant ramassés par les mêmes verres, ne produisent aucune chaleur sensible, & ne font aucun effet sur les meilleurs Thermometres placés à leur foyer (*Voyez trans. philos. vol.* 1, *p.* 213, & *Mém. de l'Acad. Royale des Sciences* 1705), quoique ces miroirs augmentent sensiblement la clarté de cette lumière. En mesurant la largeur de l'image ronde qui est au foyer & la comparant avec la largeur du miroir, on trouve que quelques-uns de ces miroirs réunissent les rayons incidents dans un espace environ deux mille fois plus petit que celui qu'ils occupoient dans leur incidence. Mais par le calcul précédent, la lumière de la pleine Lune doit être condensée environ 90 mille fois (art. 95) pour la rendre aussi dense & aussi ardente que les rayons directs du Soleil. Il n'est donc pas surprenant que la chaleur des rayons de la Lune ne soit pas sensible au foyer du miroir, étant même alors 40 ou 50 mille fois moins dense que les rayons directs du Soleil. Car on a trouvé par des expériences qu'on a faites avec ces miroirs que les degrés de chaleur sont en raison des densités des rayons; ce qui étant comparé avec l'échelle des degrés de chaleur de divers corps naturels, déterminée par *Nevvton* dans les trans. philos. (n°. 270 ou dans l'abrégé, *vol.* 4. *part.* 2. *p.* 1. & *dans les Mémoires de l'Acad.* 1703), on voit qu'il y a une très-grande disproportion entre les degrés de lumière que l'œil peut supporter & les degrés de chaleur qui sont sensibles au toucher.

La vue est limitée par la grandeur & la distance.

97. Le Dr. *Hook* nous assure que l'œil le plus subtil ne peut pas bien distinguer une distance dans le Ciel, comme une tache dans le corps de la Lune, ou la distance de deux étoiles, qui comprend dans l'œil un angle moindre qu'une

demi-minute. (*Voyez ses remarques sur la machine céleste d'Hevelius p.* 8). Si l'angle n'est pas plus grand, les deux étoiles paroîtront à l'œil nud, comme une seule étoile. J'ai assisté à une expérience où l'un de mes amis qui avoit les meilleurs yeux de la compagnie, pouvoit à peine distinguer un cercle blanc sur un fond noir, ou un cercle noir sur un fond blanc ou opposé à la lumière du jour, lorsqu'il comprenoit dans son œil un angle moindre que les deux tiers d'une minute ; ou ce qui revient au même, lorsque sa distance à l'œil surpassoit 5156 fois son propre diamétre : ce qui s'accorde assez avec l'observation du Dr. *Hook*. D'où je conclus, par une regle que je donnerai dans le Livre suivant (art. 374) que le diamétre de la peinture de ce cercle sur la rétine n'étoit que la 8000e partie d'un pouce tout au plus. Et c'est ce que l'on peut appeller un point sensible de la rétine. On voit combien ce point est petit, en faisant attention que la largeur du cheveu le plus fin est visible à la longueur du bras.

Détermination de la grandeur apparente à l'œil nud.

98. La grandeur apparente d'un objet est une quantité d'étendue visible, qui est mesurée par l'angle que deux rayons (art. 90) qui viennent des extrêmités de l'objet forment en tombant dans l'œil, ou lui est proportionnelle. Car on voit les extrêmités des objets dans les directions de ces rayons & à proportion qu'ils forment un angle plus grand ou plus petit dans l'œil, la grandeur de l'image sur la rétine est plus longue ou plus courte (art. 91) & produit par conséquent la sensation d'une étendue visible plus grande ou plus petite, composée d'un plus grand ou plus petit nombre de points visibles, qui répondent au nombre des points sensibles de la rétine (art. 97) de quelque grandeur que l'on suppose ces points.

Comment elle varie.

99. La grandeur apparente d'un objet donné est en raison réciproque de sa distance à l'œil, c'est-à-dire, que si l'objet s'approche de l'œil, sa grandeur apparente croît à proportion, comme sa distance décroît ; & au contraire elle décroît à proportion, comme sa distance croît. Car la grandeur apparente d'un objet est déterminée par la quantité de l'étendue visible proportionnelle à l'angle que l'objet renferme dans l'œil (art. 98); & cet angle croît à fort peu près, en même proportion que la distance réelle entre l'œil & l'objet décroît. (art. 60).

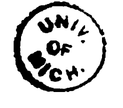

UNIV.
OF
MICH.

Planche 5.

Fig 45.

46.

47.

48.

49.

51.

160. La grandeur apparente d'un objet vû par l'œil nud, comparée à sa grandeur apparente lorsqu'il est vû à travers un verre, se nomme souvent pour abréger, sa vraie grandeur. Et en parlant de la grandeur apparente d'un objet, j'entends toujours parler de celle de son diamétre, de sa longueur ou de sa largeur ou de quelqu'autre ligne principale, & non de sa surface ou de sa solidité, à moins que je ne le spécifie en particulier.

Quand est-ce qu'on l'appelle vraie grandeur.

REMARQUES.

Sur l'art. 85.

Variation de figure dans les yeux parfaits.

Fig. 45.

1. Si l'on voit un objet distinctement & successivement à trois différentes distances de l'œil, dont la premiere soit la moindre où l'on puisse le voir distinctement, la seconde double de la premiere, & la troisieme infinie; il est remarquable qu'il se fait autant d'altération dans la figure de l'œil pour voir l'objet distinctement à la premiere & à la seconde distance dont la différence est fort petite, qu'il s'en fait pour le voir à la seconde & à la troisieme dont la différence est infinie. Car soit BCDE l'axe de l'œil prolongé à l'infini; BC, BD, BE, les trois distances de l'objet à la cornée AB & CA, DA, EA, trois rayons qui tombent sur un point donné de la cornée, parmi lesquels EA est parallele à l'axe. Pour avoir la vision distincte des points C, D, E, il est clair que chacun des rayons CA, DA, EA doit être successivement rompu au même point sur la rétine où il coupe l'axe de l'œil. Supposons d'abord que le point F soit donné, ou que la longueur de l'axe BF soit immuable; alors il faudra que la quantité de chaque rayon varie; & parce que la distance CD est supposée égale à CB ou CA, l'angle CAD sera égal à CDA, & par conséquent à DAE. Donc en imaginant que chaque rayon revienne du point fixe F, successivement aux points C, D, E, il faudra diminuer toute la quantité de ses réfractions de l'angle CDA, & ensuite de l'angle égal DAE; & ainsi les changements de figure des surfaces réfringentes seront les mêmes lorsque l'objet passera de C en D, & lorsqu'il passera de D en E.

2. Supposons en second lieu que les figures des surfaces réfringentes soient inaltérables, & que F soit leur foyer principal, c'est-à-dire, celui des rayons qui tombent paralleles sur la cornée après la réfraction par toutes ces surfaces, & que de même G soit leur autre foyer principal, c'est-à-dire, celui des rayons qui tombent paralleles derrière le crystallin, & qui sont rompus à travers toutes les surfaces. Je trouve par le calcul que BG n'est que 5 ou 6 dixiemes d'un pouce; & par conséquent si l'on fait GC égal à CD, en comptant les distances de l'objet depuis G au lieu de les compter depuis B, le cas présent ne sera pas beaucoup différent du prisme. Car soit un pinceau venant de C qui se rompe vers c, & un autre de D vers d; nous verrons dans l'art. 273 que Fc est en raison réciproque de GC (tout comme si les réfractions ne se faisoient qu'à travers une lentille); c'est-à-dire, Fc : Fd :: GD : GC :: 2 : 1, c'est-à-dire, que les variations cd & dF du mouvement de la rétine sont

égales entr'elles, pendant que la distance varie du simple au double & du double à l'infini.

3. Enfin si l'on suppose que la vision distincte se fait successivement par la variation, en partie du mouvement de la rétine, & en partie de la figure des surfaces réfringentes, on voit aisément que les variations de toutes ces parties prises ensemble doivent être encore égales dans les deux cas précédents. Quant à l'opinion d'*Hughens*, que le crystallin s'approche de la cornée pour voir distinctement les objets proches; j'ai calculé autrefois sur les mesures de l'œil que j'avois alors, que si le crystallin pouvoit se mouvoir jusqu'à toucher la cornée, ce mouvement seroit trop petit pour faire aucun changement dans nos preuves. Mais outre cela ce mouvement est arrêté par l'uvée qui, selon Mr. *Petit*, est plus près du crystallin que la cornée. Il a aussi trouvé que la surface de l'uvée dans l'œil de l'homme n'étoit pas sphérique, mais plane. *Voyez les Mémoires de l'Académie* 1728, *p.* 206, *in*-4°.

Dans les vues courtes.

4. Donc si ceux qui ont la vue courte peuvent lire distinctement un petit caractère à deux différentes distances, dont la plus grande ne soit pas double de la plus petite, ce que la plûpart peuvent faire, à ce que je crois; il s'ensuit qu'il se fait autant d'altérations de figures dans leurs yeux que dans les yeux parfaits, pour voir distinctement à toutes les distances intermédiaires entre l'infini & la plus grande des deux; & c'est pour cela que ceux qui ont la vue courte voyent distinctement à toutes les distances avec un seul concave de la figure convenable; autrement il leur auroit falu des concaves de différentes figures pour les distances différentes.

5. Il suit delà que la cause des courtes vues n'est pas l'impuissance de varier la figure de l'œil & la quantité de la réfraction, mais c'est que cette quantité totale est trop grande pour la distance de la rétine à la cornée.

Sur l'art. 87.

Histoire des opinions sur la vision.

6. Il y a eu de grandes disputes parmi les anciens Philosophes, pour sçavoir si la vision venoit des rayons qui entroient dans l'œil ou de ceux qui partoient de l'œil vers l'objet. A la fin la derniere prévalut, & fut adoptée par *Euclide*, *Ptolomée*, *Alhazen* & autres anciens Opticiens, qui crurent qu'il étoit plus convenable que ces émanations, qu'ils appelloient rayons visuels, vinssent des corps animés que des corps inanimés.

7. On dit que *Jean Bap. Porta* fut le premier qui découvrit les peintures des objets extérieurs qui paroissent sur la muraille d'une chambre obscure & qui se forment par le passage des rayons de lumière au travers d'un petit trou dans la muraille opposée. Il en parla fort au long dans sa *Magie naturelle*, imprimée en 1560, & il donne le moyen de rendre ces peintures distinctes. D'où il conclud qu'il a non-seulement décidé la grandeur, mais encore qu'il a trouvé la vraie cause de la vision; car, dit-il, l'image entre par la prunelle & se peint sur la surface du crystallin, qui est comme la muraille de la chambre obscure, & la prunelle est comme le petit trou par où les images entrent dans la chambre obscure. Il suit en cela l'opinion de *Vitellion* & de quelques autres qui s'imaginoient que la vision commençoit lorsque le crystallin étoit éclairé, mais qu'elle n'étoit complete que lorsqu'elle se réunissoit, pour ainsi dire, dans le nerf optique; que la vision étoit distincte lorsque les rayons tomboient perpendiculairement sur le crystallin, & confuse lorsque les rayons des objets collatéraux y tomboient obliquement.

8. On s'en tint à ces idées de la vision jusqu'à 1600, où *Kepler* fit la grande découverte (dans ses *Paralipomenes sur Vitellion*), & fit voir par sa Géométrie de quelle manière les rayons étoient rompus à travers toutes les humeurs de

l'œil, pour former une image distincte sur la rétine, de là même manière que les images se forment par un globe de verre plein d'eau. Il découvrit aussi la cause des défauts de la vue; c'est-à-dire, d'où vient que ces peintures sont confuses, & il fit voir comment on pouvoit les rendre distinctes par des verres convexes ou concaves, dont on avoit admiré les effets pendant deux ou trois siécles sans pouvoir en rendre raison.

9. La raison qu'on apporte ordinairement pour expliquer comment les objets nous paroissent droits malgré le renversement de leurs images dans la rétine, est aussi de *Kepler*. Il dit que notre ame recevant une impulsion du rayon P*p* dans la partie inférieure de la rétine, considére ce rayon comme venant du point le plus haut de l'objet, & que de même recevant l'impulsion du rayon R*r* dans la partie supérieure de la rétine, elle le regarde comme venant de la partie inférieure de l'objet. *Descartes* a éclairci cette solution en imaginant un aveugle qui tient dans ses mains deux bâtons qui se croisent & qui pousse l'en haut & l'en bas d'un objet avec ces deux bâtons; cet homme jugera que l'en haut de l'objet est la partie qu'il touche avec le bâton inférieur, & que l'en bas est celle qu'il touche avec le bâton supérieur. Mais nous ferons voir dans la suite que cette raison n'est pas satisfaisante. Fig. 44.

Taches dans l'œil.

10. Les vieillards sont sujets à avoir des taches, des filets, & comme des mouches volantes qui sont toujours devant leurs yeux; mais principalement lorsqu'ils regardent un objet blanc ou fort clair. Voici ce qu'en dit M. *de la Hire* dans son Mémoire sur *les différents accidens de la vue*. Ces taches ne sont pas toutes de même nature; il y en a qui sont permanentes & qui ne changent pas de place à l'égard de l'axe de la vision, car on les voit toujours dans le même endroit par rapport au point de l'objet qu'on regarde attentivement; les autres sont flottantes & changent continuellement de place; les unes & les autres n'ont pas une figure constante. Les premieres ne sont que comme des taches obscures faites sur un corps blanc, & les dernieres paroissent comme les nœuds du bois de sapin qui sont coupés sur une planche; elles ont une partie fort claire qui est environnée de filets noirs, & on y voit plusieurs fils noirs irréguliers qui les accompagnent avec des espéces de fils posés en différentes manières dont le milieu paroît fort clair, & les deux bords obscurs.

11. Ce qui forme les taches permanentes, est arrêté en quelque endroit de l'œil, ou dans la rétine, ou dans l'humeur vitrée qui est fort proche de la rétine; car l'opacité des enveloppes ou des humeurs dans les parties éloignées de la rétine, en interceptant une partie des rayons de chaque pinceau, ne pourroit produire qu'une obscurité uniforme ou une lumière foible dans chaque partie de la rétine, & non pas un défaut total dans une seule partie. Nous en avons un exemple dans les Transact. philos. n°. 384. Une femme voyant de l'œil gauche trois mots imprimés, n'appercevoit que les deux extrêmes, & nullement celui du milieu; ensuite les regardant de l'œil droit, elle n'appercevoit de quatre mots que trois seulement, l'un des deux du milieu étant couvert d'une tache noire; mais en les regardant avec les deux yeux elle les voyoit tous.

12. M. *de la Hire* attribue la cause de ces taches permanentes à de petites gouttes de sang extravasé dans la rétine; mais il trouve qu'il est plus difficile d'expliquer comment se forme la seconde espéce de taches. Les mauvais morceaux de verre & de glace de miroir qui ne sont point encore polis, font voir des apparences toutes semblables à ces taches quand on les expose

aux rayons du Soleil, & qu'on reçoit sur un papier blanc ces rayons qui ont passé au travers. Il pense donc que les grains & les filets qui forment ces taches, doivent nécessairement flotter dans l'humeur aqueuse de l'œil, & former un foyer plus court que celui de cette humeur, ce qui porte leur image sur la rétine. Ces grains & ces filets étant transportés en différents endroits de l'humeur aqueuse, font paroître les taches en différents endroits des objets qu'on regarde.

Opacité de la cornée.

13. Il arrive souvent que la cornée devient opaque, & j'ai oui dire qu'on guérissoit cette maladie avec du verre réduit à une poudre impalpable, & que l'on souffloit tous les jours dans l'œil, pourvû que l'opacité n'eût pas pénétré toute l'épaisseur de la cornée.

Opacité du crystallin.

14. L'opacité du crystallin se nomme *Cataracte*, & on la guérit en l'abattant, c'est-à-dire, en perçant un côté de la cornée avec une aiguille très-fine, & tirant le crystallin de sa place vers un côté de l'œil; alors le malade est obligé de se servir d'un verre très-convexe pour suppléer au crystallin.

Partie de la rétine insensible à la lumière.

15. M. *Mariotte* est l'auteur d'une expérience curieuse, qui fait voir qu'un objet dont la peinture tombe sur la base du nerf optique dans l'endroit où il entre au fond de l'œil, n'est pas apperçu lorsque l'autre œil est fermé. Il décrit cette expérience dans une lettre à M. *Pecquet* (*Recueil de ses Oeuvres, tom.* 2, *pag.* 496). »J'avois, dit-il, souvent observé par l'anatomie tant des hommes »que des animaux, que jamais le nerf optique ne repond justement au milieu »du fond de l'œil, c'est-à-dire, à l'endroit où se fait la peinture des objets »qu'on regarde distinctement, & que dans l'homme il est un peu plus haut »& à côté tirant vers le nez. Pour faire donc tomber les rayons d'un objet »sur le nerf optique de mon œil, & éprouver ce qui en arriveroit; j'attachai sur un fond obscur, environ à la hauteur de mes yeux, un petit rond »de papier blanc pour me servir de point de vue fixe; & cependant j'en »fis tenir un autre à côté vers ma droite, à la distance d'environ deux pieds, »mais un peu plus bas que le premier, afin qu'il put donner sur le nerf »optique de mon œil droit pendant que je tiendrois l'œil gauche fermé. »Je me plaçai vis-à-vis du premier papier, & m'en éloignai peu à peu, »tenant toujours mon œil droit arrêté dessus; & lorsque je fus à la distance »d'environ neuf pieds, le second papier qui étoit grand de près de quatre »pouces, me disparut entierement. Cependant je ne pouvois pas attribuer »cela à l'obliquité de cet objet, d'autant que je remarquois d'autres objets »qui étoient encore plus à côté; de sorte que j'eusse pu croire qu'on me »l'avoit subtilement ôté, si je ne l'eusse retrouvé en remuant tant soit peu »mon œil. Je fis ensuite la même expérience en d'autres distances, éloignant »ou approchant les papiers l'un de l'autre à proportion. Je la fis encore avec »l'œil gauche, en tenant le droit fermé, après avoir fait porter le papier à la »gauche de mon point de vue; de sorte que par la situation des parties de »l'œil, il n'y a pas lieu de douter que ce ne soit sur le nerf optique que se »fait ce défaut de vision. La même chose arriva à plusieurs de mes amis, mais »non pas toujours précisément à même distance.

Conséquence remarquable de cette expérience.

» 16. Cette expérience m'a depuis donné lieu de douter que la vision se fit »dans la rétine, suivant l'opinion commune, & m'a fait conjecturer que »c'étoit plutôt dans cette autre membrane qu'on voit au fond de l'œil au »travers de la rétine, que l'on appelle choroïde; car si c'étoit dans la rétine, »il semble que la vision devroit se faire par tout où cette rétine se rencon-

»tre; & comme elle couvre tout le nerf, aussi bien que le fond de l'œil, il »n'y auroit pas de raison pourquoi il ne se feroit point de vision à l'endroit du »nerf optique où elle est. Au contraire, si c'est dans la choroïde, on verra clai»rement que la raison pour laquelle la vision ne se fait point à l'endroit du »nerf optique, est parce que cette membrane part des bords de ce nerf, »& n'en couvre point le milieu, comme elle fait le reste du fond de l'œil.

17. On voit les objections de M. *Pecquet* dans la Réplique de M. *Mariotte* dont voici l'extrait. » Vous dites dans votre premiere objection que *si on leve »la sclérotique & la choroïde d'un œil bien frais, & qu'on laisse la rétine éten»due sur l'humeur vitrée, alors on ne voit pas bien au travers de cette membrane*; »d'où vous concluez qu'elle n'a pas assez de transparence pour laisser passer »sur la choroïde une lumière suffisante pour la vision. Je ne demeure pas »d'accord de cette conséquence, puisqu'il peut y avoir beaucoup de diffé»rence entre la rétine d'un animal mort exposée à l'air, & celle d'un animal »vivant exactement enfermée entre l'humeur vitrée & la choroïde. Les di»verses dispositions changent ordinairement la qualité des choses. La graisse »qui est transparente étant fondue, devient opaque en se refroidissant; & »la cornée d'un œil qu'on tient quelques heures dans un air chaud, devient »trouble, & peu à peu entierement opaque. Prenez un œil encore tout chaud »d'un bœuf fraichement tué, & coupez-le en deux un peu au-dessous du »cryftallin, en sorte qu'une bonne partie de l'humeur vitrée demeure éten»due sur la rétine; alors vous verrez distinctement les diverses couleurs de »la choroïde, la base du nerf optique, les troncs des petits vaisseaux qui en »sortent, & leur épanchement dans l'épaisseur de la rétine, avec tant de »netteté, que vous ne pourrez même discerner s'il y a une rétine au delà de »l'humeur vitrée. Voici une autre expérience qui prouve la transparence de »la rétine. Mettez de nuit une chandelle allumée fort près de vos yeux, & »faites qu'un chien éloigné de huit ou dix pas vous regarde, alors vous »verrez dans ses yeux une lumière assez éclatante que je soutiens procéder »de la réflexion de la lumière de la chandelle, dont l'image est peinte sur la »choroïde du chien, laquelle ayant beaucoup de blancheur fait cette ré»flexion très-forte; car si elle procédoit du crystallin ou de la rétine, on »verroit les mêmes apparences dans les yeux des hommes & dans ceux des »oiseaux & des autres animaux qui ont la choroïde noire. Il est donc mani»feste par cette expérience que les rayons lumineux passent avec beaucoup »de force jusques sur la choroïde, & que la rétine en reçoit fort peu d'im»pression. On peut faire la même expérience dans les yeux des chats, où »cette lumière paroît bleuâtre; ce qui fait voir qu'elle procéde de leur cho»roïde qui a beaucoup de cette couleur; mais cette couleur, ni aucune »autre qui soit dans la choroïde, ne cause point de confusion au sens de la »vue, puisque les sens ne reçoivent point d'impression de leurs propres »organes. Objections.

» 18. Les corps noirs s'échauffent plus au Soleil, & prennent feu plutôt »que ceux qui sont blancs, & c'est pour cela que la lumière agit plus for»tement sur eux; c'est aussi la cause pourquoi les hommes & les oiseaux »voyent plus distinctement que la plûpart des autres animaux; car leur cho»roïde étant noire, & par conséquent très-sensible à la lumière, ils étrécis»sent beaucoup leur prunelle, ce qui fait que les rayons qui y passent de »chaque point des objets, sont tous fort proches de l'axe du crystallin, &

»se réunissent plus exactement dans un point que dans les yeux de la plûpart »des animaux qui ont la choroïde blanchâtre vers l'axe de la vue, & par »conséquent moins sensible à la lumière, & qui tiennent en récompense la »prunelle de leurs yeux fort dilatée lorsqu'ils ont besoin d'une grande lu-»mière; ce qui empêche leur vision d'être distincte, à cause que les rayons »qui tombent sur l'extrêmité du crystallin, coupent l'axe trop près dans »leur réfraction (art. 75). Il est vrai que pour suppléer en quelque façon »à ce défaut, ils ont un petit crystallin au milieu d'un grand, & ce petit »crystallin étant d'une consistance plus épaisse que celle du grand, sa réfraction »est aussi plus forte, & fait que les rayons qui viennent d'un point hors de l'œil »& tombent sur le crystallin près de l'axe de la vue, se rompent davantage en »passant par ce petit crystallin, & par ce moyen se réunissent mieux au fond de »l'œil avec les rayons qui tombent sur l'extrêmité du grand crystallin, ce qui rend »leur vision moins confuse, quoiqu'elle ne soit jamais si distincte que celle des »hommes & des oiseaux qui n'ont qu'un crystallin. Les poissons ont aussi »un double crystallin, car autrement leur vision seroit encore plus confuse »que celle des animaux qui vivent dans l'air; parce que leur crystallin étant »sphérique, les rayons coupent l'axe plus inégalement que s'il étoit lenticu-»laire; & s'il n'étoit sphérique, son foyer se feroit très loin, à cause que »la réfraction des rayons qui passent de l'eau dans le crystallin est très-»petite.

19. Venons maintenant à la preuve que je tire du défaut de vision sur la »base du nerf optique. Il faut premierement demeurer d'accord que dans »cette expérience presque tous les hommes perdent de vue un rond de pa-»pier blanc tout entier, dont le diamètre est la neuvième ou dixième partie »de sa distance jusqu'à l'œil. Or le triangle visuel dont le diamètre de ce »papier est la base, & le sommet le centre de la vue, est proportionnel au »triangle, dont la base est le diamètre de la peinture de ce papier sur le fond »de l'œil & le sommet le même centre de la vue; lequel centre étant éloigné »de 6 ou 7 lignes de la base du nerf optique, dont la largeur est environ »de $\frac{3}{4}$ de ligne, cette base sera aussi environ la 9e ou 10e partie de sa distance »jusqu'au centre de la vue, & ainsi l'image du rond de papier, tombant sur »la base du nerf, la couvrira précisément; & puisqu'alors le papier dispa-»roît entierement, il s'ensuit que toute la base du nerf optique est insensible »à la lumière. D'où je conclus que la choroïde est le principal organe de la »vue, puisque son absence cause le défaut de vision; & que la rétine ne »l'est pas, puisqu'elle se trouve en cet endroit, & qu'elle y paroît disposée »de même qu'au reste du fond de l'œil.

» Vous dites que le tronc des vaisseaux qui sortent de la base du nerf peut »être la cause de ce défaut de vision; mais vous ne pouvez pas nier qu'ils »ne soient très-petits, & qu'on a de la peine à discerner les petits trous „par où ils passent lorsqu'on coupe le nerf plus haut que son insertion dans „l'œil: & parce que souvent ils sortent de la base par deux petits trous „différents, le diamètre de chacun desquels n'occupe pas la huitieme partie „de celui de la base; il s'ensuit que si le reste de la base du nerf optique „étoit sensible à la lumière, on ne perdroit de vue, à une distance de 10 „pieds, qu'un papier de deux pouces de diamètre tout au plus; & quelque-„fois en fixant un œil sur un petit papier, il en disparoîtroit deux autres „très-petits, séparés l'un de l'autre, sans perdre de vue ce qui seroit entre „deux, ce qui repugne à l'expérience.

„20. Pour

„20. Pour confirmer davantage mon opinion, j'ajoute ici quelques ob-
„ servations. La premiere est que la prunelle se dilate à l'ombre, & s'étrécit
„ à la vue d'une grande lumière, & il est difficile de trouver la cause de ce
„ mouvement involontaire, sans supposer que la choroïde est sensible à la
„ lumière. Car alors il est aisé de juger qu'étant blessée par une vision trop
„ forte, elle peut dilater ou resserrer ses fibres qui sont continues avec celles
„ de l'uvée antérieure, en sorte qu'elle étrécit son ouverture, & que
„ n'étant pas blessée elle se relache; au lieu que si l'on suppose que la
„ rétine est l'organe de la vue, il est difficile d'expliquer comme se fait cet
„ étrécissement.

21. Les autres arguments de l'auteur sont tirés de la construction des yeux des oiseaux. J'ai répété son expérience dans une chambre d'où j'avois banni toute lumière sensible, excepté celle qui y entroit par le trou de la serrure, & ce trou disparut totalement lorsque sa lumière tomba sur la base du nerf optique. Ce qui fait voir que ce nerf est totalement insensible à la lumière; & cependant en regardant d'un seul œil des objets d'une couleur uniforme, nous ne nous apperçumes d'aucun défaut ou tache noire & ronde, comme celle de la femme dont on a parlé ci-devant.

22. M. *Picard* a fait voir (*Transf. philos. n°. 35.*) de quelle maniere on peut perdre de vue un objet avec les deux yeux ouverts. Attachez à une muraille un rond de papier blanc d'un pouce ou deux de diamètre, & faites deux marques à côté, l'une à main droite & l'autre à main gauche, chacune environ à deux pieds de distance du papier & un peu plus haut. Placez-vous ensuite directement devant le papier à la distance de 9 ou 10 pieds, & tenez le bout de votre doigt vis-à-vis de vos deux yeux, de manière qu'il cache à l'œil droit la marque qui est à gauche, & à l'œil gauche la marque qui est à droite. Si vous restez ferme dans cette situation, & que vous regardiez de vos deux yeux par le bout de votre doigt, le papier qui n'en est point du tout couvert disparoîtra totalement; ce qui est fort surprenant, parce que sans cette rencontre particuliere des nerfs optiques, où la vision ne se fait pas, le papier paroîtroit double, comme vous le trouverez si votre doigt n'est pas bien placé.

23. Quant à la dispute sur la rétine & la choroïde, je joins ici une remarque tirée de la dissertation de M. *de la Hire* sur les *différents accidens de la vue.* „ Pour trouver quelque éclaircissement dans cette difficulté, il faut
„ considérer ce qui arrive aux autres sens, & il me semble que par compa-
„ raison on peut très bien prouver que la rétine est le principal organe de la
„ vue, quoiqu'elle ait un endroit qui ne soit pas sensible à l'impression des
„ objets extérieurs. Je dis donc que la rétine est le principal organe de la
„ vue, comme étant une expansion du nerf optique, puisqu'on ne doit pas
„ rechercher le sentiment autre part que dans les nerfs; mais que cet organe
„ doit recevoir l'impression de la lumière d'un organe moyen qui la reçoit de
„ l'objet, comme il arrive aux autres sens. D'où il est évident qu'il faut que
„ ce soit la choroïde, puisqu'elle touche la rétine; & qu'étant d'une couleur
„ obscure, elle est plus propre à être ébranlée par les impressions de la
„ lumière, que si elle étoit blanche & transparente. La nature agit de la
„ même manière dans le sens de l'oüie; car la lame spirale est propre par
„ sa nature & par sa disposition à recevoir les ébranlements différents de
„ l'air, qu'elle communique aux ramifications du nerf auditif qui lui sont

„ jointes. Il arrive aussi la même chose dans les autres sens, comme l'a „ observé M. *Duverney* dans la page 96 *de l'organe de l'ouie*; car les nerfs sont „ d'une nature trop tendre & trop délicate pour être exposés à nud à l'action „ des corps extérieurs : c'est pourquoi il faut que les membranes qui recou- „ vrent les nerfs & qui sont comme un organe moyen, reçoivent des im- „ pressions propres & particulieres pour les communiquer aux nerfs avec la „ disposition qui convient à la sensation.

Rayons qui paroissent aux chandelles.

24. Cet auteur nous explique aussi la cause de ces rayons qui paroissent monter & descendre dans la flamme des chandelles; en voici les circonstances. Lorsque l'on panche un peu la tête en bas & qu'on regarde la chandelle, on voit seulement le rayon d'en bas; & au contraire lorsqu'on leve la tête, on ne voit que des rayons en haut; & enfin pour voir des rayons en haut & en bas, il faut tenir la tête droite & fermer presque l'œil. Pour expliquer ces effets, il faut considérer que l'œil est toujours humecté d'une eau glaireuse qui se ramasse en plus grande quantité au bord des paupieres que dans les autres endroits, à cause qu'elles frottent sur la cornée. Cette liqueur qui s'attache aux paupieres en s'y élevant, forme une cavité entre la paupiere & la cornée; & les rayons qui viennent du point lumineux B, en passant au travers de cette cavité vers H, se détournent vers la perpendiculaire, & passent dans l'œil vers la partie supérieure de la rétine. C'est pourquoi si la paupiere H se trouve vis-à-vis l'ouverture de la prunelle, comme il arrive lorsque la tête est un peu baissée; il s'ensuit que les rayons de la lumière, qui se rompent vers le bord H de la paupiere supérieure, rencontrent la rétine & forment le rayon lumineux qu'on voit au dessous du point B en BN. Mais si l'on baisse trop la tête, & que la saillie du sourcil & de la paupiere puisse empêcher que les rayons de la lumière ne donnent plus sur la petite cavité formée par l'humeur de l'œil au bord de la paupiere supérieure H, le rayon lumineux qui paroît au dessous du point B disparoîtra, comme il arrive en effet, quoiqu'on voye encore le point lumineux B par le moyen des rayons qui tombent à l'ordinaire sur la partie de la cornée qui est entre les deux paupieres, & qui peuvent entrer dans l'œil par l'ouverture de la prunelle, ce qui est confirmé par l'expérience. Il est évident que dans cette position il ne sçauroit paroître de rayon au dessus du point B, parce que la paupiere inférieure I est au dessous de l'ouverture de la prunelle.

Fig. 46.

Mais si la tête est élevée, l'œil étant fixé sur la chandelle, la paupiere inférieure s'élevera aussi au dessus du bord inférieur de la prunelle; & les rayons qui passent par la concavité aqueuse en I, se rompront en bas vers la partie inférieure de la rétine; d'où il arrivera qu'on verra un seul rayon BM au dessus du point lumineux; on n'en verra point au dessous, parce que la paupiere supérieure est alors au dessus de la prunelle.

Donc si la tête est droite, & que les deux paupieres soient approchées l'une de l'autre, en sorte que leur intervalle soit moindre que le diamétre de la prunelle, il est évident que les rayons paroîtront au dessus & au dessous du point lumineux.

Ces explications sont confirmées par l'expérience en plaçant un corps opaque P entre l'œil & la lumière, pour intercepter les rayons qui tombent sur ces cavités en H & en I; car lorsque le rayon BN paroît au dessous de la chandelle, si l'on fait monter peu à peu le corps opaque vers la prunelle,

il ne fera aucun effet; mais si on le fait descendre, le rayon sous la chandelle disparoîtra avant que la chandelle disparoisse.

25. Quoique le sentiment de M. *Robault* sur les rayons qui paroissent aux chandelles ne puisse pas se soutenir, on ne peut pas nier pourtant que l'épaisseur des paupieres ne réfléchisse la lumière en dedans de l'œil, dans quelques positions de l'œil & de la chandelle; mais cette lumière réfléchie fait une apparence fort différente des rayons dont nous avons parlé. Aussi-tôt que j'eus trouvé cette explication, je resolus de la faire imprimer en particulier; mais ayant rencontré le petit traité qui a pour titre *l'Ophtalmographie* par M. *Briggs*, Médecin anglois, j'y vis en général la même explication de cette apparence.

26. La manière dont ces Messieurs ont expliqué ces apparences auroit été fort bonne, si les extrêmités de ces rayons avoient paru colorées; mais comme elles ne le sont pas, ces effets ne peuvent gueres venir de ces grandes réfractions, mais plutôt par les inflexions des rayons en haut & en bas aux bords des paupieres supérieure & inférieure, comme on le verra dans la suite. Leur vraie cause.

27. Pour déterminer les verres les plus propres aux vues foibles, il faut trouver les limites de la vision distincte & confuse, ou les distances de l'œil aux endroits où un objet commence à paroître confus, en mesurant la moindre distance à laquelle celui qui a la vue longue peut voir distinctement un grand caractère imprimé, & le lire aisément, & de même en mesurant la plus grande & la moindre distance où celui qui a la vue courte peut voir distinctement un petit caractere & le lire aisément; ou, encore plus exactement, en plaçant l'extrêmité d'une longue regle fort proche de l'œil, ou plutôt un peu au dessous, & observant les plus grandes & les moindres distances où les lignes menées le long de la regle commencent à paroître confuses. J'appellerai Verres les plus propres aux vues foibles, ceux qui sont les moins concaves ou les moins convexes parmi ceux qui peuvent procurer une vision distincte par la raison que je donnerai ci-après. Sur les art. 88, 89. Détermination des verres pour les vues foibles.

28. Soit $E\gamma$ la moindre distance où les petits objets paroissent distincts à l'œil d'une personne qui a longue vue, & EQ la moindre distance où il cesse de les voir distinctement. Prenez vers q, QF à QE, comme QE à $Q\gamma$, & EF sera le foyer du verre convexe qui étant placé près de l'œil, lui fera voir un objet distinctement dans tous les points entre Q & F, & peut-être même au delà de F; car les rayons qui viennent du point Q, sortent du verre & entrent dans l'œil, comme s'ils étoient venus distinctement de q à l'œil nud, comme on le verra dans l'article 239; & en supposant que Q s'éloigne de l'œil, q s'en éloignera aussi à l'infini dans des points où l'œil nud peut voir distinctement: donc les rayons rompus étant divergents de tous ces points, produiront la vision distincte de l'objet Q jusqu'en F, & encore plus loin si l'on peut voir distinctement par des rayons convergents. Fig. 47.

29. Donc si l'on veut voir distinctement à une distance qui ne soit pas moindre que la moitié de Eq, c'est-à-dire, aussi près qu'avec l'œil nud, la lentille convexe la plus propre sera celle dont le foyer est $E\gamma$; car en supposant $Q\gamma$ égal à QE, le point F tombera sur le point q par la proportion précédente.

30. Soit EF la plus grande distance où un objet en F paroît distinct à l'œil d'une personne dont la vue est courte; ce sera aussi la longueur du foyer Verres pour les vues courtes.

d'une lentille concave qui, étant approchée de l'œil en E, sera la plus propre à faire voir distinctement les objets éloignés, parce que les rayons d'un pinceau qui vient d'un objet éloigné, & qui par conséquent tombe parallele sur la lentille, en sortiront pour aller à l'œil, comme s'ils étoient venus directement à l'œil nud d'un objet en F; & par conséquent la peinture d'un object éloigné, formée sur la rétine par les rayons rompus dans la lentille, sera aussi distincte que la peinture d'un objet en F, vû par des rayons non rompus.

31. Soit EQ la moindre distance où la même personne peut voir distinctement un objet à l'œil nud; dites comme QF est à QE, ainsi QE est à Qq; & plaçant Qq vers F, le point q sera le point où elle verra l'objet distinctement au travers de cette lumière. Car on fera voir dans l'art. 239 que les rayons d'un pinceau qui tombent sur la lentille convergents vers Q, seront après la réfraction convergents vers q; & au contraire les rayons qui viennent de q, sortiront de la lentille étant divergents par rapport à Q; & en supposant que le point q s'éloigne de l'œil, le point Q s'en éloignera aussi dans des points où l'œil nud peut voir distinctement; mais si le point q s'approche de l'œil, le point Q s'en approchera aussi dans des points où l'œil ne peut pas voir distinctement, par la supposition.

32. Par conséquent si QF, espace entre les limites de la vision confuse, n'est pas moindre que QE, le verre dont le foyer est EF, fera paroître distinctement tous les objets qui sont au delà de F, portée de l'œil nud. Car en ce cas Qq ne peut pas être plus grand que QF, comme on le voit par la proportion précédente.

Fig. 49.

33. Mais si cette personne a besoin de deux verres concaves pour lire ou pour écrire, il faut que la distance Eq ne soit pas trop grande. Soit donc QF les limites de la vision confuse comme ci-devant; prenez vers q, FG à FE, comme FE à Fq & la lentille concave dont le foyer est EG sera la plus propre à ce dessein. Car on verra par l'art. 239 que les rayons d'un pinceau qui tombent sur ce verre, convergents vers F le seront vers q après la réfraction, & au contraire; par conséquent cette personne verra l'objet distinctement aussi loin que le point q, & aussi près que le point F, si QF n'est que la moitié de EF. Car en supposant que les rayons tombent sur la lentille convergents vers Q, dites comme QG est à QE, ainsi QE est à QH, les rayons rompus seront convergents vers H & par conséquent H sera le point le plus proche que l'on puisse voir distinctement au travers de ce verre. Mais si Q divise également EF, il est évident que QH est moindre que QF; parce qu'alors QG, QF, QH sont en proportion continue.

Regles pour le choix des verres convexes & concaves.

34. Ainsi on peut fournir une personne des verres les plus convenables quoiqu'elle soit fort éloignée de la boutique où on les vend. Il suffit d'envoyer à l'ouvrier les foyers calculés par les regles précédentes. Mais si elle a entre les mains des verres à choisir, elle peut mieux s'en assurer par l'expérience, en ne choisissant que les verres les moins concaves ou les moins convexes de tous ceux qui conviennent à sa vue. Ce sont ceux que j'ai calculés & que j'ai appellé les plus propres aux vûes foibles. Car puisqu'ils ne peuvent pas se joindre entièrement à l'œil, moins un verre est concave & moins il diminue les peintures des objets sur la rétine. Il faut aussi accoutumer l'œil à la conformation de ses membranes

& de ses humeurs, qui est la plus propre à voir les objets aussi loin qu'il est possible, & par conséquent il faut empêcher que la vue ne devienne toujours plus courte. D'un autre côté, moins un verre est convexe, & moins il grossit les peintures des objets sur la rétine, & ainsi il accoutume l'œil à la conformation qui est nécessaire pour voir les objets aussi près qu'il est possible. Ces deux choses empêchent en quelque façon que la vue ne devienne toujours plus longue. Car lorsque la peinture sur la rétine est fort grande, il n'est pas nécessaire qu'elle soit aussi distincte, que lorsqu'elle est plus petite, pour donner l'idée du même nombre de parties d'un objet; & par conséquent l'œil sera plus en liberté de s'écarter de la conformation qui convient au verre, & de retomber dans celle où il est porté, & qui n'est propre qu'à distinguer les objets éloignés.

Regles pour prévenir la vue courte.

35. On observe qu'en général les personnes dont les yeux sont le plus employés à voir des objets éloignés, comme les gens de la campagne, les navigateurs, les voyageurs & autres, ont besoin de lunettes plutôt que les autres; & d'un autre côté, on voit que le plus grand nombre de ceux qui ont la vue courte, se trouve parmi les écoliers, les gens de métier & autres qui sont toujours avec des livres ou des objets fort proches; de sorte qu'il paroît que l'œil, comme toutes les autres choses, est incliné à conserver la conformation à laquelle il est le plus accoutumé.

36. Parmi le grand nombre de ceux qui ont la vue courte, il est probable qu'il y en a peu qui soient nés avec ce défaut, ou dont les peres ayent eu la vue courte. Car ordinairement ce défaut ne paroît qu'à l'âge de 20 ou 25 ans, & peut-être qu'on pourroit le prévenir en accoutumant les yeux des enfants à toutes sortes de conformations, c'est-à-dire, en les faisant regarder souvent à travers toutes sortes de verres, & les faisant lire, écrire ou travailler avec des lunettes de différentes convexités. Car qu'elle que soit la force qui oblige l'œil à se conformer de lui-même à la vision distincte, elle peut bien s'affoiblir & perdre son étendue d'un côté ou d'un autre, faute d'un exercice assez varié. J'ai oui parler de certaines personnes qui avoient la vue si étendue, qu'elles pouvoient voir distinctement à travers des verres de toutes sortes de figures, & peut-être qu'il y a des enfants qui ont le même avantage, & qui par l'exercice pourroient s'y maintenir. De s'imaginer qu'un tel exercice des yeux pourroit les affoiblir en quelque manière, c'est une opinion qui selon moi n'a aucun fondement, pourvû qu'on ait soin d'éviter les objets qui sont trop brillants.

Courte vue par accident.

37. Le Dr. *Briggs* dans son *Ophtalmographie* p. 34, parle d'une personne âgée de plus de 70 ans qui s'étoit servi de lunettes convexes pendant dix ans, & qui ayant pris froid en lisant trop près d'une fenêtre en hyver, devint tout-à-coup si myope, qu'elle ne pouvoit pas distinguer les objets à 3 pieds de distance; & après qu'elle fut guerie de sa fluxion occasionnée par le froid, elle continua de lire sans lunettes les plus petits caractères. Je connois un jeune Gentilhomme qui est devenu myope subitement en sortant d'un bain froid, où il ne s'étoit pas entièrement plongé, & depuis lors il s'est servi pendant plusieurs années d'un verre concave. On dit communément que la vue des myopes se fortifie dans la vieillesse; je ne sçai si c'est là un fait ou seulement une hypothése.

38. On remarque que ceux qui ont la vue courte écrivent en petits

Propriété des vues courtes.

caractères & aiment les petits caractères, parce qu'ils en voient plus d'un coup d'œil; qu'ils ne regardent pas les personnes avec qui ils sont en conversation, parce qu'ils ne peuvent pas voir le mouvement de leurs yeux ni leurs gestes, & que par conséquent ils ne sont attentifs qu'à leurs paroles; qu'ils voient plus distinctement & un peu plus loin avec une forte lumière, qu'avec une lumière foible, parce que la forte lumière resserre leur prunelle, & par conséquent les pinceaux des rayons en entrant & en tombant sur la rétine: ce qui diminue leur mélange, & par conséquent la confusion apparente. Aussi pour voir plus distinctement ils ferment presque leurs paupieres, & c'est pour cela qu'on les a appellés *myopes*. Une chandelle allumée à une grande distance leur paroît ronde & fort grande, parce que la rétine coupe les pinceaux à une bonne distance de l'image, & par conséquent cette section participe à la figure de la prunelle autant qu'à l'image de la chandelle. D'un autre côté les objets noirs leur paroissent plus petits, parce que les pinceaux contigus qui viennent des objets voisins plus brillants, se répandent sur la peinture des objets noirs.

Lunettes pour les plongeurs.

39. *Hughens* a déterminé la convexité des lunettes qui conviennent aux plongeurs dans la mer, & il a trouvé que si la convexité des verres étoit égale de part & d'autre, elle devoit être la même que celle de la cornée, dont le diamétre est d'environ $\frac{2}{3}$ d'un pouce. Il est certain, dit-il, (*dans sa Dioptrique p.* 118) que les poissons hors de l'eau, & les autres animaux dans l'eau, ne sçauroient voir aucun objet distinctement. Les plongeurs voient les objets dans l'eau de la même manière que les vieillards les voient dans l'air au travers d'un verre très-concave & fort proche de l'œil. Car puisqu'on trouve par expérience que l'humeur aqueuse qui est auprès de la cornée, a la même puissance réfractive que celle de l'eau; il s'ensuit que lorsque l'œil est dans l'eau, il ne sçauroit y avoir de réfraction lorsque les rayons entrent dans la cornée. Et quoique la cornée ait une puissance réfractive différente de celle de l'eau, cependant comme elle est fort mince & terminée par des surfaces paralleles jointes à des fluides également réfringents, elle transmet tous les rayons presque en droite ligne (art. 17). Donc les rayons paralleles, qui par la réfraction dans la cornée, en sortant de l'eau, devenoient convergents vers le crystallin, y tomberont paralleles, & par conséquent le crystallin ne sera pas capable de les ramasser en un point sur la rétine; & ainsi la vision sera confuse. D'un autre côté les réfractions à la cornée d'un poisson hors de l'eau sont fort grandes, au lieu que dans l'eau il n'y en a aucune ou qu'elle est beaucoup moindre; & ainsi les rayons se couperont avant que de tomber sur la rétine & paroîtront confus. Mais pour corriger la confusion dans les yeux humains qui sont dans l'eau, il faut trouver la convexité d'une lentille, qui étant appliquée à l'œil, transmette les rayons au crystallin, avec le même degré de convergence qu'ils ont lorsque l'œil est hors de l'eau. Le sinus d'incidence est au sinus de réfraction en passant de l'eau dans le verre, comme 9 est à 8, & la surface de la cornée est une portion d'une sphère dont le diamétre est $\frac{2}{3}$ d'un pouce du pied du Rhin ou de l'ancien pied Romain. Soit AC une section de cette surface par son centre B. Le sinus d'incidence est au sinus de réfraction en passant de l'air dans l'humeur aqueuse, comme 4 est à 3. Donc en prenant BD triple de BA, les rayons paralleles dans l'air, seront rompus par l'humeur aqueuse

Fig. 50.

vers le point D. Mais lorsque l'œil est dans l'eau, cette réfraction dans AC est nulle; donc il faut appliquer sur AC une lentille convexe qui réunisse les rayons paralleles au même point D. Soit EAF une lentille dont un côté est plan & l'autre convexe vers l'œil & soit AH son demi-diamétre. Donc puisque les rayons paralleles sont réunis en D, nous avons HD est à DA comme 9 est à 8, c'est-à-dire, en raison de la réfraction du verre sous l'eau, & en divisant, HA : AD :: 1 : 8. Mais AD : AB :: 4 : 1 ou :: 8 : 2. Donc par égalité, HA : AB :: 1 : 2. Mais AB est $\frac{3}{10}$ d'un pouce. Donc AH est $\frac{3}{20}$ d'un pouce. Ce qu'il falloit trouver. Mais si au lieu de cette lentille plano-convexe, on employe une lentille de convexités égales, elles doivent être chacune la même que celle de la cornée, c'est-à-dire, qu'elles doivent être portions d'une surface sphérique dont le diamétre est $\frac{3}{5}$ d'un pouce. Tel est le calcul d'*Hughens*.

Perfection dans les yeux des poissons.

40. C'est une opinion commune que le défaut de réfractions des rayons visuels à la cornée de l'œil d'un poisson, est compensé par la sphéricité de l'humeur crystalline; en sorte qu'il n'est pas nécessaire que la distance de la cornée à la rétine soit plus grande que dans les autres animaux, dont les crystallins sont lenticulaires. Mais c'est là une méprise. Car en imaginant qu'une lentille soit formée de deux petits segments égaux du crystallin sphérique, la distance de son foyer sera plus courte que celle de toute la sphére de trois quarts de son diamétre, en la mesurant depuis sa surface la plus éloignée, quelle que soit la puissance réfractive du milieu, comme on pourra aisément le conclure des art. 227 & 232. Aussi a-t-on observé que les poissons ont les yeux plus grands que les animaux terrestres à proportion de leurs corps. Il est vrai qu'il y a un avantage dans le crystallin sphérique, en ce que l'œil peut saisir un plus grand nombre d'objets d'un seul coup, pourvû que la cornée soit assez protubérante, & que la prunelle soit grande, comme elle l'est dans les yeux des poissons. C'est que les rayons des objets collateraux tombent perpendiculairement sur les côtés d'un crystallin sphérique & obliquement sur un crystallin lenticulaire. Par conséquent les peintures des objets collateraux sur une rétine concentrique à un crystallin sphérique, seront aussi distinctes que celles des objets placés directement devant les yeux. Par ce moyen les animaux, dont les yeux sont placés de chaque côté de leurs têtes, ont l'avantage de voir tout autour d'eux presque d'un coup d'œil; ce qui est une grande perfection dans la vision & pour la conservation de leurs vies, & cela dans les poissons pour compenser le défaut de l'ouie.

Antiquité des lunettes.

41. Mr. *Guilleaume Molineux* dans sa *Dioptrique* p. 207 & 251, nous rend compte parfaitement de l'antiquité des lunettes dont il fixe l'invention environ à l'an 1300. Quand la Dioptrique n'auroit d'autre usage que celui des lunettes pour aider les vues foibles, je crois que l'avantage que les hommes en retireroient ne seroit inférieur à aucun de ceux qu'ils retirent des autres arts qui ne sont pas absolument nécessaires à la vie. Car comme la vue est le plus parfait & le plus étendu de tous nos sens, & que nous faisons plus fréquemment & plus constamment usage de nos yeux dans toutes nos actions & dans tout ce qui nous intéresse, que de nos autres sens; il est évident que l'instrument qui soutient les yeux lorsqu'ils s'affoiblissent, qui supplée à leurs défauts, en les rendant utiles dans un temps où ils ne seroient presque plus d'aucun usage, doit être regardé comme très-avantageux. Il est évident par

le silence des anciens qu'ils n'avoient aucune connoissance des lunettes. L'unique remede qu'ils apportoient à la foiblesse de leurs yeux, étoit les *collyres*; & lorsqu'ils leur manquoient, ils étoient presque dans les ténébres par rapport aux petits objets. Il est bien parlé dans les histoires, des miroirs ardents *d'Archiméde* qui brulerent les vaisseaux de *Marcellus* à une grande distance des murs de *Syracuse*. Mais soit que ce fait soit vrai ou non, (quoique je sois porté à le croire faux) il n'est pas dit qu'il fit ce merveilleux effet avec des lentilles de verre. Peut-être qu'il y avoit employé des miroirs concaves, & l'on ne peut pas nier que les anciens n'eussent quelque connoissance de la Catoptrique. Car *Archiméde* lui-même a écrit un Livre, à ce qu'on dit, *de speculis ustoriis parabolicis*, mais qui n'a jamais vû le jour.

Passage prétendu de Plaute.

42. *Pancirollus* dans le second Livre *de rebus inventis*, tit. 15, cite ce passage de *Plaute*. *Cedo vitrum, necesse est conspicilio uti*, lequel, dit-il, ne peut s'entendre que des lunettes. Mais ce passage est une pure fiction. Il est certain cependant que les lunettes étoient connues dans le 14e siécle, mais peu auparavant. Car Mr. *Spoon* dans ses *recherches curieuses de l'antiquité*, differt. 16 cite une lettre de Mr. *Redi* à *Paul Falconieri* où cet Auteur fixe l'invention des lunettes entre 1280 & 1311 sur le témoignage d'un manuscrit latin qui est dans la Bibliothéque des Freres Prêcheurs de Ste Catherine à Pise, fol. 16, où il est dit, que *Frater Alexander de Spina, vir modestus & bonus, quacunque vidit aut audivit facta, scivit & facere. Ocularia ab aliquo primo facta, & communicare nolente, ipse fecit & communicavit corde hilari & volente.* Cet *Alexander de Spina* étoit natif de *Pise* où il mourut l'an 1313. Mr. *Redi* a dans sa bibliothéque un manuscrit de 1299 *di governo della famiglia de Scandro di Pipozzo*, où il est dit : *mi truovo cosi gravoso di anni, che non arei valenza di legere è scrivere senza vetri appellati okiali, truovati novellamente per commodita delli pouveri veki, quando affiebolano del vedere.* C'est-à-dire, je me trouve si accablé d'années, que je ne puis ni lire ni écrire sans ces verres qu'on appelle besicles, & que l'on a inventé nouvellement au grand avantage des pauvres vieillards, lorsque leur vue s'affoiblit. Le Dictionnaire Italien *de la Crusca* au mot *Occhiale*, remarque que le Frere *Jordan de Rivalto* qui mourut à *Pise* en 1311, dans un Livre de Sermons écrit en 1305 dit à son Auditoire dans l'un de ces Sermons, qu'il n'y avoit pas vingt ans qu'on avoit trouvé l'art de faire des lunettes, & que c'étoit l'une des meilleures & des plus nécessaires inventions du monde. Vers le même temps, 1305, *Bernard Gordon* fameux Médecin de *Montpellier* dans son *Lilium Medicina* recommande un certain collyre en ces termes; *& est tanta virtutis, quod decrepitum faceret legere litteras minutas absque ocularibus.* Et l'an 1363, *Guidon de Chauliac* dans son Livre intitulé, *la grande Chirurgie*, après avoir proposé divers collyres, dit, s'ils ne vous réunissent pas, vous pouvez vous servir de lunettes.

Bacon inventeur des lunettes.

43. Voilà donc la date de l'invention. Mais quel est l'Inventeur? Nous croyons que c'est le *Frere Bacon* qui mourut en 1292 & fut enterré à *Oxford*. On en jugera par ses propres paroles. Dans son Livre de perspective part. III. distinct. 2. ch. 3. il dit : *si vero corpora non sunt plana per qua visus videt, sed spharica; tunc est magna diversitas, nam vel concavitas corporis est versus oculum, vel convexitas, &c.* par où l'on voit qu'il connoissoit parfaitement les verres concaves & convexes. De plus dans le même endroit *distinct. ult.* il ajoute,

il ajoute ; *de visione fractâ majora sunt ; nam de facili patet , maxima posse apparere minima , & e contra ; & longè distantia videbuntur propinquissimè , & è converso. Sic etiam faceremus solem & lunam & stellas descendere secundùm apparentiam hic inferius , &c.* Cela fait voir qu'il connoissoit les télescopes, qui approchent les objets éloignés. J'ajoute ce qu'il dit dans son épitre *ad Parisiensem* sur les secrets de l'art & de la nature , chap. 5. *Possunt etiam sic figurari perspicua , ut longissimè posita appareant propinquissima & è contrario. Ita quod ex incredibili distantia legeremus litteras minutissimas & numeraremus res quantumcunque parvas & stellas faceremus apparere quò vellemus.*

44. Les citations que M *Molineux* nous donne ici du F. Bacon étant imparfaites , parce qu'il n'avoit pas le livre entre les mains , je vais y suppléer. Cet Auteur ayant donné différents canons (ainsi qu'il les appelle) pour déterminer l'angle visuel sous lequel un objet paroit par réfraction au travers d'une surface plane & sphérique & le lieu de son image ; il les applique à la solution de diverses apparences. Par exemple , d'où vient qu'un bâton paroit courbé dans l'eau , qu'une piece de monnoie au fond d'un bassin devient visible lorsqu'on y met de l'eau, quoiqu'elle ne fut pas visible auparavant ; d'où vient que le Soleil & la Lune paroissent souvent plus grands à l'horison à travers les vapeurs , & il ajoute (Rog. Bacon , *opus majus.* Lond. 1733 , p. 352). *Si verò homo aspiciat litteras & alias res minutas per medium crystalli, vel vitri, vel alterius perspicui , suppositi* (c'est-à-dire , *super impositi*) *litteris , & sit portio minor sphæræ, cujus convexitas sit versùs oculum , & oculus sit in aere ; longè melius videbit litteras & apparebunt ei majores. Nam secundùm veritatem canonis quinti de spherico medio infrà quod est res & citrà ejus centrum , & cujus convexitas est versùs oculum ; omnia concordant ad magnitudinem , quia angulus major est sub quo videtur , & imago est major , & locus imaginis est propinquior , quia res est inter oculum & centrum ; & ideò hoc instrumentum est utile senibus & habentibus oculos debiles. Nam litteram quantum-cumque parvam possunt videre in sufficienti magnitudine. Si verò sit portio major sphæræ vel medietas , tunc secundùm canonem sextum accidit majoritas anguli & majoritas imaginis , sed propinquitas deest, quia locus imaginis est ultrà rem , eò quod centrum sphæræ est inter oculum & rem visam ; & ideò non ita valet hoc instrumentum sicut si esset minor portio sphæræ. Et instrumenta planorum corporum crystallinorum secundùm primum canonem de planis & sphæricorum concavorum secundùm primum canonem & secundum de sphæricis, possunt facere hoc idem. Sed inter omnia portio minor sphæræ , cujus convexitas est versùs oculum , evidentiùs ostendit magnitudinem , propter tres causas simul aggregatas , ut notavi.* Un Auteur qui parle d'un petit segment d'une sphere de verre , de la force qu'il a pour grossir les lettres d'un livre , & de son usage pour les vues foibles , est certainement au fait de la théorie & de l'usage des lunettes.

Passage plus étendu du frere Bacon.

45. Cependant il s'est trompé en assurant que le petit segment d'une sphere grossit plus les lettres que le grand segment. Car c'est tout le contraire , & je ferai voir bientôt que lorsque l'épaisseur du segment est fort petite , il grossit très-peu les lettres ; & qu'à mesure que son épaisseur croît, il les grossit toujours plus & encore plus lorsqu'il devient une sphere entiere. Mais il n'est pas surprenant que cet Auteur tire une fausse conclusion d'un faux principe , car il prétend que les lettres paroissent moindres lorsque leur image est derriere elles , comme dans le grand segment , & plus grandes lorsqu'elle est devant. La seule conséquence que l'on peut tirer de ces diffé-

Ses méprises.

rentes distances de l'image, est qu'à l'œil d'un vieillard les lettres paroîtront plus distinctes par des rayons qui seront un peu moins divergents de l'image plus éloignée, & elles paroîtront plus confuses par des rayons qui seront un peu plus divergents de l'image voisine que s'il les voyoit avec l'œil nud. L'effet du plus petit segment est donc contraire au dessein des lunettes, qui n'est pas de grossir les lettres, mais de les faire paroître distinctes, en faisant tomber les rayons moins divergents sur l'œil, ou paralleles, ou même un peu convergents, selon l'âge différent ou selon la constitution de l'œil, & par conséquent on n'y peut réussir que par un petit degré déterminé de convexité.

Il n'a pas inventé les lunettes.

46. Delà il suit évidemment que notre Auteur n'a pas éprouvé les grands & les petits segments pour en comparer les effets; car il se seroit apperçu de sa méprise, & il auroit préféré les grands segments pour grossir davantage; ce qui est tout le but qu'il se propose. Supposons néanmoins qu'il ait suivi la théorie, & qu'il ait fait l'essai seulement d'un petit segment. Ce n'étoit pas sûrement un petit segment d'une grande sphere, comme ceux de nos lunettes, car il n'auroit pas pû grossir les lettres sensiblement étant appliqué immédiatement au dessus, comme il le dit. Les lunettes les plus convexes que l'on fait aujourd'hui étant posées sur un livre ne font pas cet effet, parce qu'elles sont trop minces. Il s'ensuit donc que s'il a éprouvé quelque segment, ç'a été le segment d'une petite sphere, assez épaisse pour grossir les lettres en dessous, & par conséquent il a dû être plus épais que nos lunettes de vieillards les plus convexes; & ainsi étant appliquées à leurs yeux, elles auroient fait paroître les objets confus par une quantité trop grande de réfractions. Or notre Auteur ne pouvoit pas corriger cette confusion par la théorie & par la raison, parce qu'il en ignoroit la cause, & il est clair qu'il n'a pas fait beaucoup d'expériences. *Kepler* est le premier qui a découvert cette cause, avec la maniere dont se fait la vision par des peintures sur la rétine, environ 300 ans après notre Auteur, & lorsque les lunettes étoient déja communes. Il étoit donc impossible, avant *Kepler*, d'expliquer l'effet des lunettes (c'est-à-dire, comment elles corrigent la confusion de la peinture sur la rétine) & beaucoup plus impossible de les inventer par la théorie & par la raison. Elles sont donc le résultat de quelque heureux hazard dans une multitude d'essais & d'expériences que l'on a peut-être tentées sur ces idées de notre Auteur: ce qui est tout l'honneur qu'on doit lui rendre avec justice. On verra dans la suite ce qu'il sçavoit sur les télescopes.

Il a emprunté sa théorie d'*Alhazen*.

Quant à la théorie & aux applications qu'il en fait, il les a toutes tirées d'*Alhazen* dont il parle souvent en d'autres occasions. *Alhazen* vivoit vers l'an 1100 de notre Seigneur. Parmi les expériences qu'il a faites pour appuyer ses théorêmes, il dit expressément que si un objet est appliqué à la base d'un grand segment d'une sphere de verre, il paroîtra plus grand. (*Optiq. l.* 7, *ch.* 48.) Il parle aussi de l'apparence d'un objet au travers d'un globe, & il prétend être le premier qui a découvert les réfractions des rayons dans l'œil.

Démonstration de la remarque 45.

Fig. 51.

47. Voici la preuve que j'ai promise de la remarque 45[e]. Soit O la place de l'œil, E le centre de la surface sphérique AC, OCED l'axe, & OAPB un rayon que l'on suppose venir de l'œil, & tomber sur un point P de l'objet PQ, lequel objet est supposé faire partie de la base du segment RACS & $\pi\chi$ une ligne parallele & égale à PQ, comprise par l'angle visuel

AOC. L'objet PQ paroit par réfraction être de la même grandeur que si étant placé en χ il étoit vu par l'oeil nud (par l'art. 104.), & par conséquent la grandeur apparente est à la véritable, comme OQ est à Oχ (art. 99 & 100.) Supposons maintenant l'arc AC fort petit, & que le rayon incident & rompu OAB reste fixe pendant que le segment RACS croît depuis zero jusqu'à devenir une sphere entiere. La raison de OQ à Oχ sera dabord une raison d'égalité, & ensuite elle croîtra continuellement (art. 12.) On peut calculer la quantité exacte de cette raison par le théorême qui suit de l'art 208. $O\chi = OQ - OE \times \frac{CQ}{CF}$, où F est le foyer des rayons qui sont paralleles dans la sphere.

48. M. *Bouguer*, de l'Académie Royale des Sciences, a trouvé par expérience que la lumière de la Lune est souvent 2000 fois plus foible à l'horison qu'à la hauteur de 66 degrés, & que la proportion de ses lumières aux hauteurs de 66 & 19 degrés est d'environ 3 à 2; que les lumières du Soleil doivent avoir les mêmes proportions entr'elles à ces hauteurs, qu'il a choisies, parce que ce sont les hauteurs méridiennes du Soleil aux solstices d'été & d'hyver dans la latitude du *Croisic* où il a fait ces observations. (*Essai de Dioptrique sur la gradation de la lumière*, p 22.) Voici de quelle manière il fit ses expériences. Lorsque la Lune avoit 19 degrés de hauteur, il reçut sa lumière perpendiculairement sur un papier blanc, & en même tems la lumière de 4 chandelles sur un autre papier blanc; ensuite il fit varier la distance des chandelles jusqu'à ce qu'il lui parut que leur lumière sur le papier étoit égale à celle de la Lune sur l'autre papier, & il trouva que la distance des chandelles au papier étoit de 50 pieds. Il répéta la même expérience lorsque la Lune fut à 66 degrés de hauteur. Il trouva que sa lumière étoit égale à celle des mêmes chandelles à 41 pieds de distance au papier. La proportion de ces lumières est donc comme le quarré de 50 au quarré de 41 (art. 58.) ou en nombres ronds, environ comme 3 est à 2. Il trouva de la même manière la lumière horizontale de la Lune, mais elle est sujette à de trop grandes variations en traversant plus de vapeurs.

Sur l'art. 94. L'atmosphere arrête beaucoup de lumière.

49. Par de semblables expériences, cet Auteur ingénieux trouve que la lumière de la pleine Lune est environ 300000 fois plus foible que celle du Soleil, en prenant un milieu entre plusieurs expériences. J'ai trouvé par la théorie qu'elle n'étoit pas plus de 90000 fois plus foible; la différence peut venir de la lumière qui se perd dans le corps de la Lune, & à laquelle on n'a pas égard dans la théorie: voici le procédé de M. *Bouguer*. Il reçut la lumière du Soleil à 31 degrés de hauteur, dans une chambre obscure avec une lentille concave placée dans un trou rond d'une ligne de diamétre, percé dans le volet d'une fenêtre. Recevant ensuite cette lumière à une distance de 5 à 6 pieds, dans un point où la divergence des rayons étoit de 108 lignes, & où la lumière étoit par conséquent affoiblie 11664 fois, puisqu'au lieu de n'occuper qu'un espace d'une ligne de diamétre, elle en occupoit un qui en avoit 108, & qui étoit 11664 fois plus grand (art. 58.), elle parut alors exactement égale à la lumière d'une bougie située à 16 pouces de distance. Dans un autre temps, lorsque la pleine Lune eût 31 degrés de hauteur, en recevant sa lumière fort proche du verre; & lorsque la divergence des rayons n'étoit que de 8 lignes, elle avoit si peu de force, qu'il fallut faire

Sur l'art. 95. Proportion de la lumière du jour & de la Lune par expérience. Ibid. p. 28.

mettre la bougie à 50 pieds de distance pour rendre les deux lumières égales. Pour trouver maintenant le résultat de ces deux observations ; on n'a qu'à considérer que la lumière de la Lune n'a été affoiblie que 64 fois par le verre concave ; & que si on l'avoit fait diminuer 11664 fois, de même que celle du Soleil, il auroit fallu mettre ensuite la bougie, non pas à 50 pieds de distance, mais à 675 (art. 58.) parce que les quarrés de 50 & 675 sont comme 64 à 11664. Mais puisque la lumière du Soleil, lorsqu'elle est diminuée 11664 fois, est égale à celle d'une bougie placée à 16 pouces de distance, & que la lumière de la Lune, diminuée un même nombre de fois, n'est égale qu'à celle de la même bougie portée à 675 pieds ou à 8100 pouces de distance ; il s'ensuit que la lumière du Soleil est à celle de la Lune, comme 65610000, qui est le quarré de 8100 pouces, est à 256, qui est le quarré de 16 ; & ainsi il paroît que le Soleil nous éclaire environ 256289 fois plus que la Lune. Mais en prenant un milieu entre plusieurs expériences, il conclud que le Soleil nous éclaire environ 300000 fois plus que la Lune, lorsqu'elle est à sa moyenne distance de la terre ; car lorsqu'elle est périgée & apogée, la proportion de ses lumières est d'environ 4 à 3. Telles sont les expériences de M. *Bouguer*.

Proportion de la lumière du jour à celle de la Lune démontrée par la théorie.

Fig. 52.

50. On peut démontrer ma regle en cette manière. Si le petit cercle *cfdg* représente le corps de la Lune à demi éclairée par le Soleil, & que le grand cercle *aeb* représente une enveloppe sphérique concentrique à la Lune & tangente à la terre ; *ab* un diamétre de cette enveloppe perpendiculaire à un grand cercle du corps de la Lune, représenté par son diamétre *cd* ; *e* le lieu de l'enveloppe qui reçoit la lumière de la pleine Lune de son hémisphère brillant *fdg* ; puisque la surface de la Lune est raboteuse comme celle de la terre, on peut supposer que les rayons du Soleil qui tombent sur chacune de ses parties avec quelque obliquité, en sont réfléchis de toutes parts, comme s'ils en venoient directement. Et par conséquent si le segment *df* brilloit seul, les points *a*, *e* en seroient également éclairés, & de même si le reste *dg* du segment brillant éclairoit seul, les points *b*, *e* en seroient également éclairés. Donc si la lumière en *a* est augmentée par la lumière en *b*, elle deviendra égale à la lumière de la pleine Lune en *e*. Et imaginant que l'on fasse le même transport de chaque point de la surface *hbik* aux points opposés dans l'hémisphère *kaeb*, le premier hémisphère restera totalement obscur, & le second sera éclairé uniformément par la lumière de la pleine Lune, qui vient d'une quantité de lumière du Soleil, laquelle immédiatement avant son incidence sur la Lune, auroit éclairé uniformément un plan circulaire égal à un grand cercle de la Lune, que l'on nomme son disque. Ainsi les quantités de lumière étant les mêmes sur les deux surfaces, la densité de la lumiere incidente du Soleil est à celle de la lumière de la pleine Lune, comme la surface demi-sphérique *hek* est à ce disque, c'est-à-dire, comme toute autre surface demi-sphérique dont le centre est à l'œil, est à la partie de cette surface qui paroît occupée par le disque de la Lune à fort peu près, parce qu'elle ne comprend qu'un petit angle dans l'œil, c'est-à-dire, comme le rayon de la demi-sphére est au sinus verse du demi-diamétre apparent de la Lune (par les théoremes *d'Archimede*), ou comme 10000000 est à 1106 $\frac{1}{4}$, ou comme 90400 à 1 en prenant le demi-diamétre moyen horizontal de la Lune de 16′ 7″. Dans la rigueur cette regle compare la lumière de la Lune sur la terre à la lumière du jour dans la Lune, dont la moyenne dans

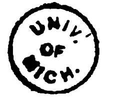

UNIV.
OF
MICH.

Fig 53.

54.

55.

56

57.

58.

59.

60

61.

Faure s

ses quadratures est la même que celle de notre lumière pendant le jour; mais elle est moindre lorsqu'elle est pleine en raison doublée de 365 à 366 ou environ, c'est-à-dire, des distances du Soleil à la terre & à la pleine Lune; & par conséquent la lumière de la pleine Lune sera à notre lumière du jour, environ comme 1 à 90900, s'il ne se perd aucun rayon dans la Lune.

51. Je dis en second lieu que la lumière de la pleine Lune est à toute autre lumière de la Lune, comme le disque entier de la Lune est à la partie qui paroît éclairée, en la regardant comme une surface plane. Car soit maintenant la terre en *b* & *d l* perpendiculaire à *f g*, *g m* à *e d*. Il est clair que *g l* est égale à *d m* & que *g l* est égale à une section perpendiculaire des rayons du Soleil, qui tombent sur l'arc *d g*, qui en *b* paroît égal à *d m*, l'œil ne pouvant pas distinguer les distances inégales de ses parties. De même en concevant la surface de la Lune comme composée d'une infinité de cercles physiques paralleles à *c f d g*, tels qu'ils sont représentés en A, la même raison a lieu pour chacun de ces cercles, comme pour *c f d g*. D'où il suit que la partie brillante de la surface visible en *b* étant réduite à un plan, comme elle est représentée en B par le croissant *p d q m p*, sera égale & semblable à la section perpendiculaire de tous les rayons qui tombent sur cette partie, représentés en C par le croissant *p g q l p*. Or tout le disque étant à ce croissant comme les quantités de lumière incidente, & la lumière qui tombe sur chaque partie raboteuse étant également raréfiée lorsqu'elle est divergente vers l'œil en *b*, que l'on considére comme équidistant de toutes ces particules; il s'ensuit que la lumière de la pleine Lune est à cette lumière de la Lune, comme tout le disque *p d q c* est au croissant *p d q m p*. Donc en composant cette raison avec celle de la remarque précédente, la lumière du jour est à celle de la Lune, comme la surface d'un hémisphére dont le centre est à l'œil, est à la partie de cette surface qui paroît occupée par la partie éclairée de la Lune. Fig. 53.

CHAPITRE IV.

Sur la Vision par le moyen des Verres.

Directions apparentes des points visibles déterminées.

101. TOut petit objet ou point d'un objet, vû par des rayons rompus ou réfléchis, paroît en quelque endroit de la direction de la ligne que le rayon visuel décrit après sa dernière réfraction ou réflexion en tombant sur l'œil.

Dans les expériences qui prouvent les loix de la réflexion & de la réfraction, (art. 18) la pointe placée en B étant vûe par un rayon que l'eau réfléchit, paroît en quelque point de la ligne AC prolongée, que le rayon visuel BCA décrit après la réflexion en C, lorsqu'il est arrivé à l'œil. Et comme toute ligne CE paroît élevée par la réfraction dans l'eau, tout de Fig. 1.

même que si c'étoit une continuation de la ligne AC, ainsi lorsqu'une rame droite est en partie plongée dans l'eau, elle paroît pliée, comme si la partie plongée étoit rompue à la surface & plus élevée que le reste. Car on voit cette partie de la rame dans la direction des rayons qui sont pliés en bas par la réfraction en sortant de l'eau, & qui par conséquent s'avancent vers l'œil, comme s'ils venoient d'un endroit de l'eau qui fut plus élevé que le lieu réel de la rame. De même chaque point P d'un objet, vû par le rayon P*a* AO deux fois rompu, soit en traversant les côtés d'un prisme ou d'une lentille concave ou convexe, ou d'un globe, ou d'un matras, ou d'un verre à boire plein d'une liqueur transparente, ou réfléchis par un miroir plan ou sphérique, paroît à l'œil en O en quelque point de la direction du dernier rayon rompu ou réfléchi AO. Enfin un objet P vû par l'œil en O au travers d'un verre à facettes, paroît d'un seul coup d'œil en autant de différents endroits *p*, *p* 1, *p* 2, qu'il y a de différentes directions O*a*, O*b*, O*c* des derniers rayons rompus prolongés, selon les différentes surfaces *de*, *ef*, *fg* du verre diversement inclinées à la surface opposée *dh*. Car ces surfaces, comme autant de différents prismes donnent aux rayons visuels P*ia*O, P*kb*O, P*lc*O autant de différentes réfractions en *i* & *a*, *k* & *b*, *l* & *c* & les font tomber sur l'œil en autant de différentes directions, *a*O, *b*O, *c*O (art. 40); & dans tous ces cas, lorsque les surfaces réfléchissantes ou réfractives de l'eau ou des verres sont agitées par le vent on autrement, les objets vûs par réflexion ou par réfraction paroissent s'agiter ou trembler, parce que les dernières directions des rayons visuels sont agitées & varient par ces mouvements.

Fig. 54.

Fig. 55.

Mais la raison pour laquelle un objet ou un point d'un objet paroît toujours dans la direction du dernier rayon rompu ou réfléchi, est que le lieu de son image dans la rétine est le même que si l'objet avoit réellement changé de place selon la direction de ce rayon & qu'on l'eût vû directement. Et comme nous n'avons aucune sensation des réflexions ou réfractions qui précédent sur le verre, mais seulement de leur action sur la rétine, nous formons le même jugement du lieu de l'objet que dans les cas les plus communs de la vision directe.

On verra dans le chap. suivant comment on juge de la place & de la position d'un objet par la place & la position renversée de sa peinture sur la rétine, & l'on verra que c'est là uniquement l'effet de l'expérience.

Détermination des directions apparentes des points visibles.

102. Ce qu'on a dit, fait voir clairement que tout point P d'un objet PQ vû par réfraction ou par réflexion paroît dans quelque point de la ligne p O menée du point correspondant p de sa dernière image à l'œil en O : puisque tous les rayons qui venoient de P, viennent après la dernière réfraction ou réflexion du point correspondant p de la dernière image, ou vont vers p. On verra dans l'art. 111 pourquoi je parle ici de la dernière image.

Fig. 54.

Et de leur situation apparente.

103. On voit aussi pourquoi un objet vû par des rayons rompus ou réfléchis paroît quelquefois renversé. Car lorsque les rayons rompus ou réfléchis AO, CO, ont la même situation l'un à l'égard de l'autre, que deux rayons qui viennent directement des mêmes points de l'objet à l'œil, ces points doivent paroître dans la même situation l'un à l'égard de l'autre dans ces deux cas. (art. 101.) Mais si les rayons qui viennent de ces points se sont croisés l'un l'autre avant que d'arriver à l'œil, ils doivent avoir une situation contraire à celle de deux rayons qui viendroient directement des mêmes points à l'œil ; & par conséquent ces deux points paroîtront à travers le verre dans une situation contraire. (art. 101). Et l'on peut ajouter que dans le premier cas, la peinture sur la rétine aura la même situation qu'elle auroit s'il n'y avoit point de verre, mais non pas toujours la même grandeur, & que dans le second cas elle aura une position contraire.

De la grandeur apparente d'un objet.

104. La grandeur apparente d'un objet PQ, vû par des rayons rompus ou réfléchis, soit qu'il paroisse droit ou renversé, est une quantité d'étendue visible, mesurée par l'angle AOC, que forment ensemble deux rayons AO, CO qui viennent de ses extrêmités P, Q après leur dernière réfraction ou réflexion, lorsqu'ils tombent sur l'œil. Ou autrement, l'objet paroît plus grand ou plus petit à proportion que l'angle AOC est plus grand ou plus petit, parce que ses extrêmités paroissent dans les directions des derniers rayons rompus ou réfléchis OA, OC (art. 101) & aussi parce que son image

ſur la rétine eſt plus grande ou plus petite à proportion que ces rayons forment un angle plus grand ou plus petit à l'œil. (art. 91).

Sa détermination. 105. Donc la grandeur apparente d'un objet PQ eſt auſſi meſurée par l'angle pOq que sa dernière image pq forme dans l'œil. Car les lignes AO, pO ne ſont qu'une ſeule ligne prolongée, auſſi bien que CO, qO, & par conſéquent les angles AOC; pOq ſont un même angle, lorſque l'image eſt en devant de l'œil & ſont des angles égaux lorſque l'image eſt derrière l'œil.

Comment elle varie. 106. Donc la grandeur apparente d'un objet croît ou décroît à proportion que l'œil s'approche ou s'éloigne de ſa dernière image (tout comme ſi c'étoit un objet réel, par l'art. 99) placée en devant de l'œil ou par derrière. Car lorſque l'image eſt fixe, l'angle pOq s'il eſt petit, croît en même proportion que Oq décroît & au contraire (art. 60).

Comment invariable. 107. Donc ſi la dernière image ſe trouve à une diſtance infinie, c'eſt-à-dire, ſi l'objet eſt placé dans le principal foyer d'une lentille, ſphére ou miroir concave, ſa grandeur apparente par rapport à l'œil placé dans un lieu quelconque, ſera invariablement la même, & égale à ſa grandeur apparente vûe par l'œil nud, en ſuppoſant qu'il ſoit mis à la place du centre de la ſphére, lentille ou miroir concave. Car puiſque tous les rayons de chaque pinceau, ſont paralleles à ſon axe PE, l'angle COA qui meſure la grandeur apparente de l'objet en chaque point O, ſera par-tout égal à l'angle QEP fait au centre E. La grandeur apparente de l'objet ſera auſſi invariable en quelque endroit qu'il ſoit placé, lorſque l'œil eſt fixé au principal foyer d'un verre ou d'un miroir qui rend les rayons paralleles convergents vers l'œil. Car en imaginant qu'ils reviennent de l'œil à l'objet, ils retomberont aux mêmes points de l'objet d'où ils étoient partis pendant qu'il ſe mouvoit le long de l'axe du verre ; & il n'y a que ces rayons qui puiſſent retourner des mêmes points de l'objet à l'œil placé dans ce foyer. Donc les diverſes parties de l'objet ſeront toujours vûes ſous les mêmes angles, & par conſéquent paroîtront toujours de la même grandeur. (art. 104).

Fig. 56. Fig. 57.

108. La grandeur apparente d'un objet vû par des rayons réflechis

réfléchis ou rompus, étant mesurée par l'angle que sa dernière image forme dans l'œil (art. 105), & sa grandeur apparente à l'œil nud dans un lieu quelconque étant mesurée par l'angle que l'objet même forme dans l'œil en ce lieu (art. 97), il s'ensuit que la première grandeur apparente est à la seconde, comme le premier angle est au second. Car les mesures sont proportionnelles aux choses mesurées.

Comparée à la vraie grandeur.

109. Par conséquent la grandeur apparente d'un objet vû dans un verre, sera égale à sa grandeur apparente à l'œil nud dans le même lieu, si l'on ôtoit le verre, 1°. lorsque l'objet touche une lentille fort mince ou une simple surface; car alors l'image est égale à l'objet & se confond avec lui (art. 55). 2°. Lorsque l'œil touche une lentille mince ou une surface réfléchissante. Car alors le rayon PAO passera de l'objet à l'œil par le milieu de la lentille à fort peu près, & par conséquent étant presque droit (art. 42), il formera presque le même angle avec l'axe que formeroit le rayon non rompu. Et lorsque le point d'incidence A se confond avec C sur une surface réfléchissante, les rayons incident & réfléchi PA, AO prolongés, forment aussi des angles égaux avec l'axe ou perpendiculaire QC (art. 8), & ainsi l'objet paroît sous le même angle où il paroîtroit à l'œil nud tourné de l'autre côté. 3°. Lorsque l'œil est au centre d'un miroir concave. Car alors les rayons incident & réfléchi PA, AO, se confondent avec le rayon direct PE (art. 10), & par conséquent ils forment les mêmes angles avec l'axe. 4°. Lorsque l'objet est au centre d'un miroir concave. Car alors l'image réfléchie est aussi au centre & égale à l'objet (art. 29). 5°. Lorsqu'un rayon venant directement de P en O, formeroit un angle avec l'axe, égal à l'angle AOC que le rayon rompu ou réfléchi PAO forme avec le même axe de l'autre côté.

Quand est-ce qu'elle est égale à la vraie. Fig. 56. Fig. 57.

110. Ces cas étant exceptés, la grandeur apparente d'un objet vû au travers d'une lentille concave est toujours moindre que la vraie, & lorsqu'on le voit droit au travers d'une lentille convexe ou d'un globe, elle est plus grande que la vraie. Car le rayon PAO venant de l'extrémité de l'objet à l'œil, s'éloigne de l'axe par la réfraction de la lentille concave, & par conséquent fait avec elle un angle moindre dans l'œil

Moindre que la vraie à travers le concave, & plus grande à travers le convexe. Fig. 58.

qu'un rayon qui vient directement de cette extrêmité à l'œil. Mais le même rayon se plie vers l'axe par la réfraction de la lentille convexe, & par conséquent fait avec elle un angle plus grand à l'œil que le rayon direct : & les grandeurs apparentes sont mesurées par ces angles.

Le tout appliqué à la vision par un nombre quelconque de verres.

111. Ce qui a été démontré jusqu'ici de la grandeur apparente d'un objet PQ, a la même force lorsqu'on suppose que l'objet PQ est une image formée par une autre verre ou par d'autres verres. Car les rayons en sont divergents de la même manière. Et c'est pour cela que j'ai toujours appellé *pq* la dernière image de l'objet.

Quelle partie de l'objet est visible dans une ouverture donnée.

112. Le lieu de l'œil en O étant donné, si l'on veut déterminer la partie de l'objet qui sera visible dans une portion ou ouverture donnée AC d'un verre réfringent ou réfléchissant, menez OA par le bord de l'ouverture & prolongez cette ligne jusqu'à ce qu'elle coupe l'image en *p*; ensuite par le centre du verre menez *p*E qui coupera l'objet en P, & PQ sera la partie vûe par l'ouverture AC. Car tout le pinceau des rayons qui viennent de P appartient à *p* après la réfraction ou la réflexion ; & par conséquent quelqu'un de ces rayons avancera vers l'œil dans la ligne AO qui passe par *p*. Si l'image est à une distance infinie, tous les rayons qui appartiennent à *p* seront paralleles à l'axe du pinceau : par conséquent on déterminera PQ en menant EP parallele à OA. Dans un miroir plan *p*P doit être menée parallele à *q*Q, ou perpendiculaire au miroir (art. 25.) pour déterminer la partie PQ qui sera visible par l'ouverture AC. Car ce verre doit être regardé comme ayant un centre infiniment éloigné.

Fig. 59.

Comment elle varie.

113. Donc si le verre & l'objet sont fixes, la partie exposée à la vue dans une ouverture donnée diminuera continuellement tant que l'œil s'éloignera du verre, à moins que l'image ne soit derrière l'œil ; car alors elle diminuera seulement jusqu'à ce que l'œil arrive à l'image ; & après qu'il l'aura passée, elle augmentera continuellement. La raison est que l'objet & l'image étant fixes dans les mêmes endroits, doivent croître ou décroître en même tems, étant l'un & l'autre terminés par les deux lignes P*p*, Q*q*, qui se coupent au centre E du verre.

Fig. 58.

114. Donc la partie exposée à la vue est la plus grande lorsque l'œil touche l'image ; & dans ce dernier cas, elle paroît infiniment grossie. Car si l'on conçoit la distance O*q* diminuée à l'infini, les parties *pq*, PQ, terminées par les lignes AO*q*, *q*EP, seront toutes deux diminuées à l'infini ; mais la grandeur de l'angle en O, compris par *pq* ou par AC, continuera d'être finie pendant que l'angle compris par PQ en O est diminuée à l'infini, & ainsi la disproportion entre ces angles, c'est-à-dire, entre la grandeur apparente & la vraie grandeur de la particule PQ, sera infiniment grande. L'objet paroîtra aussi infiniment confus, la prunelle étant ouverte, par la raison que l'on verra dans les articles suivants.

La plus grande & la moindre.

115. Lorsqu'un homme se regarde dans un miroir plan, son image remplit la même partie du verre en quelque endroit qu'il soit ; la longueur & la largeur de cette partie du miroir est toujours la moitié de la longueur & de la largeur de la partie correspondante de son corps ; car lorsque O & Q se confondent, OC est la moitié de O*q* ou Q*q* (art. 23), & par conséquent AC est la moitié de *pq* (art. 57) ou de PQ.

Grandeur d'un miroir suffisante pour qu'une personne voie tout son corps.

Fig. 59.

116. Jusqu'ici j'ai considéré la prunelle de l'œil comme n'étant pas plus grande qu'un point, & ne recevant qu'un seul rayon de chaque point de l'objet (art. 90.) ; par ce moyen la peinture sur la rétine sera distincte dans tous les cas. Mais lorsque la prunelle est ouverte, si l'image formée par le miroir est plus proche de l'œil que la moindre distance à laquelle nous pouvons voir les objets distinctement à la vue simple, l'apparence à travers le verre sera confuse, parce que les rayons sont trop divergents pour que l'œil puisse réduire une image si proche à une peinture distincte sur la rétine. D'un autre côté, lorsque les rayons sont convergents vers une image derrière l'œil, ils se réunissent à une peinture distincte avant que d'arriver à la rétine, parce que l'œil n'est pas accoutumé à se conformer à des rayons convergents, & ainsi la vision sera confuse dans ces deux cas ; mais on peut la rendre distincte en cette manière.

Vision confuse par les verres.

117. Les choses qui paroissent confuses lorsqu'on les regarde directement, peuvent devenir distinctes par des rayons rompus ou réfléchis en regardant à travers un petit trou dans

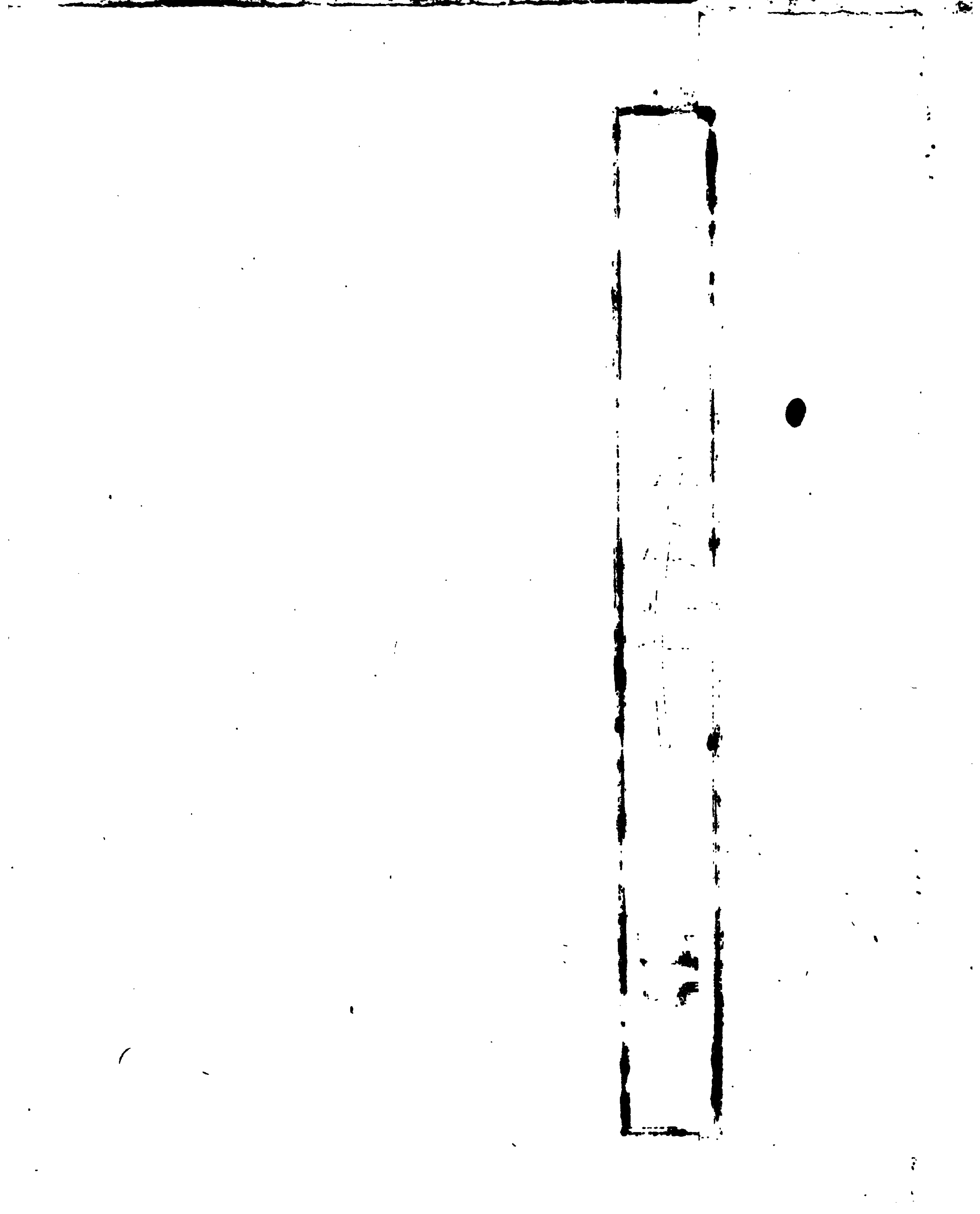
Comment on la rend distincte.

un morceau de papier, ou avec un verre convexe ou concave d'un degré convenable de convexité ou de concavité ; & pourvu que le trou ou le verre ſoient proches de l'œil, la grandeur apparente & la ſituation de l'objet ſera la même dans les deux cas. Car ſi le trou eſt aſſez petit pour ne recevoir qu'un ſeul rayon de chaque point différent de l'objet, ces rayons tomberont ſur la rétine en autant d'autres points différents, & produiront une image diſtincte ; & lorſque les pinceaux tombent ſur une lentille mince, leurs axes la traverſent en ligne droite par le milieu (art. 23), & par conſéquent ils arrivent aux mêmes points ſur la rétine où ils arrivoient en paſſant par le trou. Mais ſi l'on ſuppoſe que la lentille ait une figure telle que les rayons de chaque pinceau ſoient rompus en même tems par la lentille & par l'œil vers les points de leurs axes qui touchent la rétine, la peinture ſera encore diſtincte, & ſera la même en grandeur & en poſition qu'auparavant. La ſeule différence dans les effets du trou & de la lentille, ſera le degré de clarté de la peinture ſur la rétine.

Combien un microſcope ſimple groſſit.

Fig. 60.

118. Le microſcope ſimple n'eſt qu'un fort petit globule de verre ou une petite lentille de verre double convexe, dont le foyer eſt fort court. Un petit objet pq, vû diſtinctement à travers un petit verre AE par un œil joint au verre, paroît d'autant plus grand qu'il ne paroîtroit à l'œil nud placé à la moindre diſtance qL d'où on le verroit aſſez diſtinct, que cette derniere diſtance eſt plus grande que la premiere qE. Car ayant appliqué votre œil immédiatement au verre EA pour voir autant de parties de l'objet qu'il eſt poſſible d'en découvrir d'un ſeul coup d'œil (art. 114), éloignez ou approchez l'objet pq juſqu'à ce qu'il vous paroiſſe auſſi diſtinct qu'il eſt poſſible, par exemple, à la diſtance Eq. Alors imaginant que le verre AE ſoit enlevé & qu'on lui ſubſtitue une plaque mince avec un petit trou, l'objet paroîtra diſtinct & auſſi grand qu'auparavant (art. 17) lorſqu'on le voyoit à travers le verre, ſeulement il ne ſera pas ſi brillant ; & dans ce dernier cas, il paroît d'autant plus grand qu'il ne paroiſſoit à l'œil nud, à la diſtance qL, ſoit avec le petit trou, ſoit ſans le petit trou, que l'angle pEq eſt plus grand que l'angle pLq (art. 97.), ou que la derniere diſtance qL eſt plus grande que la premiere qE (art. 60).



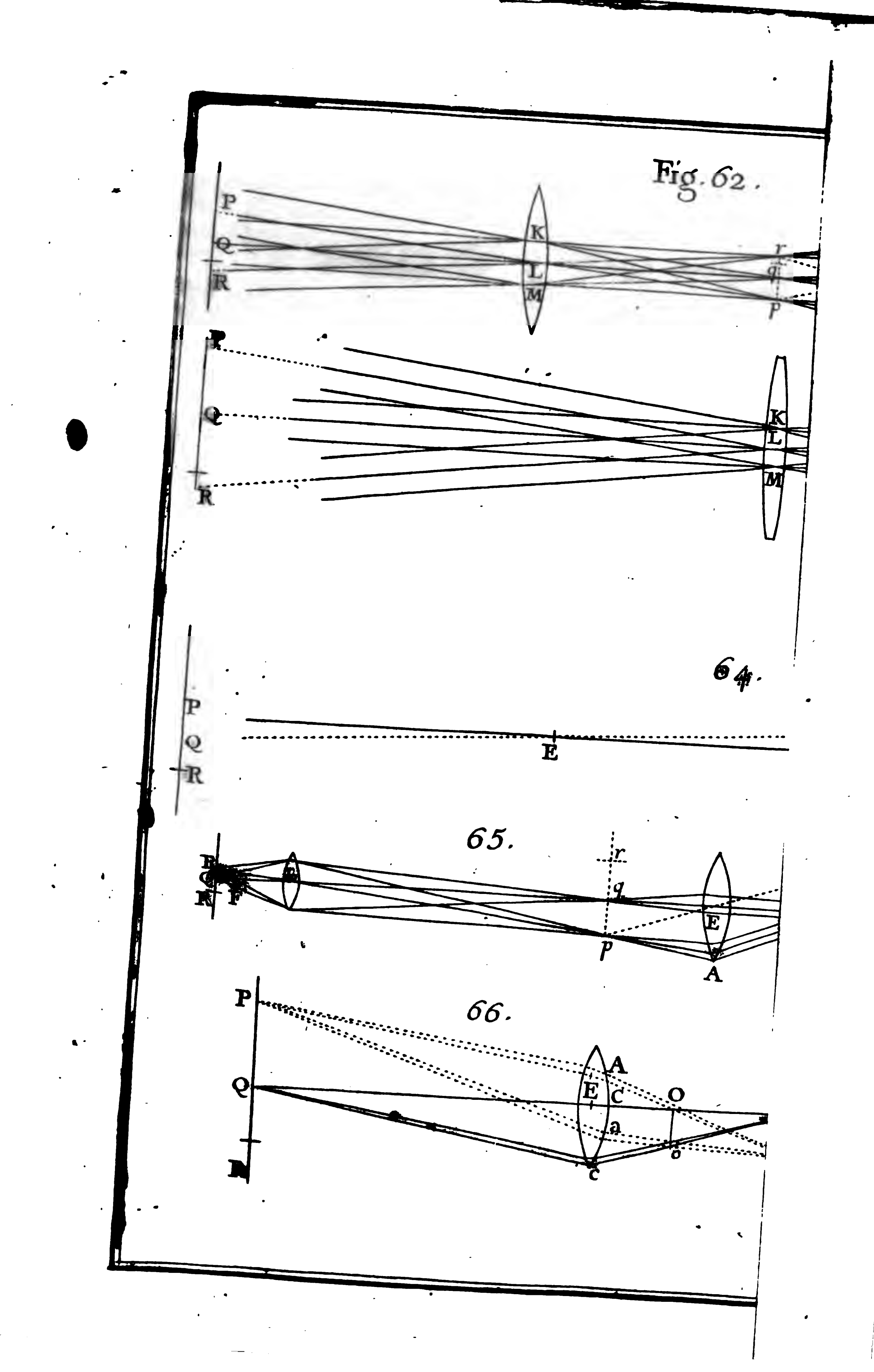


Fig. 62.
P
Q
R
K
L
M
r
q
p
P
Q
R
K
L
M
64.
P
Q
R
E
65.
r
q
p
E
A
66.
P
Q
A
E
C
O
a
o
c

119. Puisque l'interposition du verre n'a d'autre effet que de rendre l'apparence distincte, en aidant l'œil à augmenter la réfraction des rayons dans chaque pinceau, il est clair que l'augmentation de la grandeur apparente ne vient que de ce qu'on voit l'objet de plus près qu'on ne pourroit le faire avec l'œil nud. La distance Eq de l'objet au verre est celle du foyer. Si le verre est un petit globe dont le diamétre soit $\frac{1}{15}$ d'un pouce, la distance Eq de son foyer étant les $\frac{3}{4}$ de son diamétre (art. 61) sera $\frac{1}{20}$ d'un pouce, & si qL est de 8 pouces, distance ordinaire à laquelle on voit les petits objets, ce globule grossira à proportion de 8 à $\frac{1}{20}$ ou de 160 à 1.

Et en quelle manière.

120. Le télescope astronomique est composé de deux verres convexes en cette manière. PQ représente le demi-diamétre d'un objet éloigné & pq sa peinture formée par la lentille convexe L, laquelle étant du côté de l'objet, se nomme l'objectif. Dans l'axe prolongé QLq de ce verre, EA représente un autre verre plus convexe que L, tellement placé que comme qL est la distance du foyer du verre L, ainsi qE est celle du foyer du verre E, & EL la somme de ces distances. En cette situation des verres, je dis que l'objet paroîtra à l'œil dans un point O, distinct, renversé, & grossi en raison de qL à qE, c'est-à-dire, de la distance du foyer de l'objectif à celle du foyer de l'oculaire. Car les rayons qui sont divergents du point q de la peinture pq étant rompus par l'oculaire seront émergents sur l'œil en O par des lignes paralleles à l'axe qEO; parce que l'on suppose que qE est la distance du foyer de l'oculaire; & par la même raison les rayons qui sont divergents de tout autre point collatéral p de la peinture pq, seront émergents de l'oculaire, après les réfractions en A, en lignes paralleles à la ligne ou rayon pE; cette ligne étant l'axe d'un pinceau oblique de rayons dont une partie sont divergents de p sur le verre. Ainsi un œil qui peut voir distinctement par les pinceaux des rayons paralleles, étant placé quelque part en O, parmi les intersections de ces pinceaux, verra distinctement les points de l'objet. Mais à l'œil en O la grandeur apparente de la peinture pq ou de l'objet PQ, se mesure par l'angle EOA (art. 104) ou par l'angle qEp; & à l'œil nud en L, si on ôtoit le verre, la grandeur

Comment le télescope astronomique grossit.

Fig. 61.

apparente de l'objet seroit mesurée par l'angle QLP ou par son égal qLp, l'axe oblique PLp étant droit (art. 43). Donc la premiere grandeur apparente est à la seconde, comme l'angle qEp à l'angle qLp, & par conséquent comme la dernière distance qL à la premiere qE (art. 60).

Télescope composé de 4 verres convexes.

Fig. 62.

121. L'objet qui paroissoit renversé dans le premier télescope (art. 103), paroîtra droit & distinct à travers deux autres oculaires convexes qu'on ajoutera, éloignés l'un de l'autre de la somme de leurs foyers; & lorsque leurs foyers seront égaux, ils grossiront précisément autant qu'auparavant. Car les pinceaux des rayons paralleles EOF, AOB, &c. qui sont continués jusqu'au verre FB, forment par le moyen de ce verre une seconde image πx & le foyer π d'un pinceau oblique OB se déterminera par l'intersection de la ligne πx perpendiculaire à l'axe commun des verres & de l'axe oblique $F\pi$ parallele aux rayons incidents OB (par l'art. 55). Ce point π étant le foyer des rayons incidents sur le dernier verre GC, les rayons émergents CD seront paralleles à leur axe oblique πG, parce que les rayons qui viennent de x sont supposés sortir paralleles à l'axe direct. Donc l'objet paroîtra distinct & droit (art. 103) à l'œil en D où ces rayons émergents se croisent, & lorsque les verres F & G sont exactement égaux, l'image πx est exactement au milieu d'eux, & ainsi les triangles πFx, πGx sont exactement égaux. Donc l'angle CDG qui mesure la grandeur apparente à l'œil en D sera égal à l'angle πGx, ou πFx, ou BOF ou AOE qui la mesure pour l'œil en O.

Combien ils comprennent d'objets d'un coup d'œil.

Fig. 61, 62.

122. Dans un télescope d'une longueur donnée, la quantité des objets compris dans une seule vue, dépend de la largeur de l'oculaire. Car à mesure que AE est plus grand ou plus petit, l'angle ALE ou son égal PLQ est aussi plus grand ou plus petit, & cet angle comprend tous les objets que l'on peut voir d'une seule vue d'un côté de l'axe du télescope.

Télescope de Galilée.

Fig. 63.

123. La différence entre le télescope astronomique & celui de *Galilée* est qu'au lieu de l'oculaire convexe placé derrière l'image pour rendre les rayons de chaque pinceau paralleles lorsqu'ils vont à l'œil, on y place un oculaire concave AE qui est autant devant l'image. Cet oculaire ouvre les rayons de chaque pinceau qui étoient convergents vers q & p, &

les fait ſortir paralleles ſur l'œil, comme il eſt évident ſi l'on imagine que les rayons reviennent à travers l'oculaire dont nous ſuppoſons la diſtance au foyer Eq. L'œil doit être fort proche du verre pour recevoir autant de pinceaux qu'il eſt poſſible, & alors en ſuppoſant un rayon émergent d'un pinceau oblique prolongé en arrière le long de AO, la grandeur apparente de l'objet ſera meſurée par l'angle AOE (art. 104) ou par ſon égal qEp, qui eſt à l'angle qLp, ou QLP meſure de la vraie grandeur, comme qL eſt à qE, ainſi que dans l'autre téleſcope. Il eſt évident par l'article 103 que les objets dans ce téleſcope paroîtront droits.

124. La quantité d'objets compris d'une ſeule vue dans ce téleſcope ne dépend pas de la largeur de l'oculaire, comme dans le téleſcope aſtronomique, mais de la largeur de la prunelle, parce que la prunelle eſt moindre que l'oculaire, & que les pinceaux latéraux ne ſont plus convergents, mais divergents par rapport à l'axe des verres. C'eſt pour cela que la vue étant trop retrécie, ce téleſcope n'eſt pas auſſi utile que le premier.

Il comprend moins d'objets que le premier.

125. Le téleſcope de réflexion de *Nevvton* groſſit le diamétre d'un objet éloigné en raiſon de la diſtance du foyer du miroir concave à celle du foyer de l'oculaire convexe, & il le repréſente renverſé. Soit ST l'image d'un objet éloigné PQ formée par la réflexion d'un grand miroir concave AC & terminée par les lignes PESA, QETC menées par ſon centre E. Comme cette image ne peut pas être vûe par un oculaire placé directement au-devant, (car alors le ſpectateur interceptera les rayons qui vont au miroir concave) les divers pinceaux des rayons qui ſont convergents vers cette image en venant du grand concave AC, ſont réfléchis à côté par un petit plan poli, repréſenté par ac; & alors la ſeconde image $ſt$ formée par ce plan, ſera égale à la premiere image ST (art. 24, 25). Soit tl la diſtance du foyer du petit oculaire convexe kl. Les rayons qui viennent de chaque point $ſ$ ſeront rompus à travers ce verre juſqu'à l'œil en o par les lignes ko paralleles à l'axe oblique $ſl$, & ainſi la grandeur apparente de l'objet PQ à l'œil en o, ſera meſurée par l'angle kol ou $ſlt$ (art. 104); mais à l'œil nud en E,

Téleſcope de réflexion de Newton.

Fig. 64.

elle est mesurée par l'angle PEQ ou SET. Donc la première grandeur apparente est à la seconde, comme l'angle *slt* est à l'angle SET, ou (parce que leurs soutendantes *st*, ST sont égales) comme ET ou CT est à *lt* (art. 60) lorsque l'objet est éloigné. (art. 26). On a représenté ici le plan *acb* de beaucoup trop grand en comparaison du concave ACB pour éviter la confusion. Il est évident par l'art. 103 que l'apparence de l'objet est renversée ou tournée de droite à gauche.

Beaucoup plus court que les autres.

126. Les télescopes dioptriques qui grossissent beaucoup, étant fort longs & difficiles à manier, Mr. *Newton* proposa une méthode pour les accourcir (*Opt. p.* 95), & elle a réussi parfaitement, comme on verra par une table dans le livre suivant, des deux sortes de télescopes qui grossissent également avec une distinction égale. La raison pourquoi les télescopes dioptriques ne peuvent pas être accourcis autant que ceux-ci, en grossissant autant par la diminution de la distance du foyer des oculaires (art. 120) est celle-ci. Les images formées par la réfraction à travers les objectifs étant beaucoup plus imparfaites que celles qui se font par la réflexion d'un miroir concave, ne sçauroient être autant grossies par de si petits oculaires (art. 118) sans paroître confuses; & la principale cause de ces imperfections dans les images est l'inégale réfrangibilité des rayons de différentes couleurs, comme on le fera voir plus au long dans la suite.

Double microscope.

Fig. 65.

127. Le microscope double est composé de deux verres convexes placés en E & L. Le verre L proche de l'objet PQ est fort petit & fort convexe. La distance LF de son foyer est très-courte; la distance LQ du petit objet PQ n'est qu'un peu plus grande que LF; de sorte que l'image *pq* peut se former à une grande distance du verre (art. 48), & être par conséquent beaucoup plus grande que l'objet (art. 55). Cette peinture *pq* étant vûe par un oculaire convexe AE, dont le foyer est *q*E, paroît distincte comme dans un télescope. Or l'objet paroît grossi par deux chefs. 1°. Parce que si l'on voyoit sa peinture *pq* avec l'œil nud, elle paroîtroit d'autant plus grande que l'objet à la même distance, qu'elle est réellement plus grande que l'objet, ou d'autant plus que L*q* est

plus

plus grand que LQ (par l'art. 55) ; & en second lieu, parce que cette peinture paroît grossie à travers l'oculaire à proportion que la moindre distance où l'on peut la voir distinctement avec l'œil nud est plus grande que qE, distance du foyer de l'oculaire. (art. 118.) Par exemple, si cette dernière raison est de 5 à 1, & la première de Lq à LQ de 20 à 1, l'objet par ces deux chefs paroîtra 5 fois 20, ou 100 fois plus grand qu'à l'œil nud.

128. Pour rendre ces télescopes & microscopes propres à ceux qui ont la vue courte, il faut approcher un peu les verres E & L l'un de l'autre, afin que les rayons de chaque pinceau n'en sortent pas paralleles, mais qu'ils soient divergents en tombant sur l'œil (art. 48) ; alors la grandeur apparente sera un peu altérée, mais la différence n'en sera presque pas sensible.

Adapter les Télescopes & Microscopes aux vues courtes.

129. La clarté de l'apparence par un télescope ou microscope donné est plus ou moins grande à proportion de l'ouverture de l'objectif. Car en le supposant tout couvert de papier, excepté un petit trou au milieu, les grandeurs des peintures pq dans le foyer des verres & sur la rétine, n'en seront pas altérées ; mais le trou en L étant plus petit qu'auparavant, il y aura moins de rayons dans chaque pinceau, & par conséquent dans chaque point de ces peintures, & ainsi elles paroîtront plus obscures. Si l'ouverture de l'objectif reste la même, les objets paroîtront plus clairs ou plus pales, selon que la distance du foyer de l'oculaire sera plus longue ou plus courte ; c'est-à-dire, selon que le télescope ou le microscope grossiront moins ou plus (art. 120, 127) ; car la même quantité de lumière répandue sur une peinture plus petite ou plus grande, ou sur une partie moindre ou plus grande de la rétine, la rend plus claire ou plus obscure.

Clarté apparente par ces télescopes & microscopes.

130. Jusqu'ici j'ai toujours supposé l'œil placé dans quelque point O de l'axe commun des surfaces réfringentes ou réfléchissantes. Supposons maintenant qu'il soit placé dans quelque point o de la ligne Oo, perpendiculaire à l'axe Qq. Je dis que toutes les apparences seront les mêmes qu'elles étoient ci-devant, ou qu'au moins elles n'en différeront pas sensiblement. Car soit pq la dernière image d'un objet, & PQ la pénultième ou

Les apparences sont les mêmes lorsque l'œil est hors de l'axe des verres.

Fig. 66.

l'objet même ; menez les droites *po*, *qo*, qui rencontrent la surface voisine en *a* & *c* ; les points P & Q paroîtront à l'œil en *o* dans les directions de ces lignes *oa*, *oc*. Donc en menant *p*O qui rencontre la surface en A, puisque les directions OA, *oa*, dans lesquelles on voit P, sont du même côté que les directions OC, *oc*, dans lesquelles on voit Q ; il est évident que la situation apparente des extrêmités P, Q, est la même dans les deux positions de l'œil, & que la grandeur qui est mesurée par l'angle *aoc* (art. 104), ou *poq* ou *p*O*q* ou AOC est la même. Car les petits angles *poq*, *p*O*q*, étant soûtendus par la même image *pq*, à fort peu près à égales distances *po*, *q*O de *o* & O, sont à fort peu près égaux. La clarté apparente de l'objet est aussi la même, parce que la densité des rayons qui entrent dans la prunelle, dans chaque partie du plan perpendiculaire représenté par O*o*, est à fort peu près la même (art. 58) ; car les rayons viennent de la dernière image *pq*, ou vont vers elle, précisément comme si c'étoit un corps lumineux ; & enfin le degré de distinction apparente ou de confusion est aussi le même, parce que les angles que la prunelle placée en O & *o*, comprend en *p* & *q*, ou les inclinaisons mutuelles des rayons dans chaque pinceau, sont à fort peu près égales.

Remarque générale sur la vision. 131. Voici une observation générale qui merite attention. La distinction & la confusion apparente d'un objet, dépendant de l'inclinaison mutuelle des rayons dans chaque pinceau lorsqu'ils entrent dans l'œil (art. 116), la grandeur apparente dépend de l'inclinaison des rayons de différents pinceaux les uns à l'égard des autres, lorsqu'ils entrent dans l'œil (art. 104). La situation apparente dépend de la situation réelle des pinceaux extrêmes lorsqu'ils tombent sur l'œil. (art. 103) Enfin la clarté & l'obscurité apparentes dépendent de la quantité des rayons dans chaque pinceau, (art. 68).

REMARQUES.

Sur l'art. 118. 1. Mr. *Hughens* observe qu'une lentille convexe a quelque avantage sur un petit globule qui grossit autant ; c'est que la distance entre l'objet & la lentille est trois fois aussi grande que celle entre l'objet & la partie voisine

du globule (*Diop. pr.* 59) & ainsi la lentille laisse plus d'espace pour faire passer à côté la lumière qui doit éclairer l'objet ; par où l'on peut observer ses couleurs ; au lieu que s'il est transparent on ne peut le voir avec le globule que par la lumière qui le traverse. Il est vrai que c'est là un avantage dans les verres qui ne grossissent pas beaucoup ; mais dans les autres c'est peu de chose, parce que la distance à la lentille est très-petite. Il vaut mieux observer les objets opaques avec les microscopes doubles, qui les éloignent de l'oeil & de l'objectif ; & c'est là certainement l'un de leurs plus grands avantages sur les microscopes simples, qui en général grossissent plus que ceux là.

Comparaison des microscopes simples & doubles.

Sur les art. 120, 121, 122, 123.

Histoire de l'invention des Télescopes.

2. Nous sommes redevables à Mr. *Hughens* de l'histoire critique qu'il nous a donnée de l'invention des télescopes & des microscopes. Je vais la traduire ici & y faire quelques additions (*Dioptrique p.* 163) : Le plus utile & le principal objet de la Dioptrique est le télescope. Car pour ne rien dire des autres usages, il nous a fourni le moyen de faire dans le Ciel des découvertes qu'on ne sçauroit faire autrement, &c. Quelques-uns en attribuent la première invention (qui se fit par hazard) à *Jacques Metius* Hollandois & habitant d'*Alcmaer*. Mais je suis certain qu'un ouvrier avoit fait avant lui des telescopes à *Middelbourg* en *Zélande* vers l'an 1609. Il se nommoit *Jean Lippersheim* selon *Sirturus*, ou *Zacharie* selon *Borelli*, *de vero telescopii repertore*. Les télescopes que firent alors ces deux artistes n'avoient qu'un pied & demi de long. Il est pourtant certain que *Jean-Baptiste Porta* avoit donné des idées de cette science dans ses livres de *Dioptrique* & de *Magie naturelle* imprimés 15 ans avant 1609. Il parle dans ces Livres de certains Instruments qu'il avoit & qui lui faisoient voir les objets éloignés comme s'ils étoient fort proches, & de la combinaison des lentilles convexes & concaves (*Mag. natura l.* 17, *chap.* 10) ; mais ce qui prouve qu'il n'avoit pas fait de grands progrès dans cet art, c'est qu'on n'y fit pas grande attention & qu'il ne fit lui-même dans le Ciel aucune des découvertes qui ont été faites dans la suite. Ce qui fait croire que son invention ne venoit pas de son génie, mais de quelques expériences faites par hazard. Car quoiqu'il eut fait quelque progrès dans les Mathématiques, il ignoroit entièrement les principes fondamentaux de la Dioptrique, qui étoient nécessaires pour inventer par théorie les télescopes. Les artisants dont j'ai parlé les ignoroient encore plus. Mais il n'est pas surprenant que le hazard ait produit cette découverte après l'invention des verres convexes & concaves. Il est bien plus surprenant qu'on ait tant tardé à connoître les télescopes.

Observations télescopiques par *Galilée* & *Hughens*.

3. Dès que la nouvelle de ces télescopes hollandois se fut répandue en Europe, *Galilée* en fit d'autres de la même espèce, & bientôt après il en fit un beaucoup meilleur. Il lui servit à découvrir les montagnes & les vallées qui sont dans la Lune, les taches du Soleil & par-là sa rotation autour de son centre ; les satellites de Jupiter, les phases de Venus semblables à celles de la Lune & leurs variations apparentes ; la grande différence entre les diamétres apparents des planetes & des étoiles fixes & une multitude d'étoiles beaucoup plus grande que le nombre de celles qu'on avoit connu jusqu'alors. Il observa aussi les phénomenes de Saturne autant qu'il lui fut possible avec des télescopes aussi courts ; mais il ne pût pas découvrir sa vraie figure, ni aucun autre après lui pendant plusieurs années. Car quoiqu'ils eussent beaucoup allongé leurs tubes, ils n'avoient pas beaucoup augmenté leur

force. Quant à moi je m'attachai à cette entreprise avec une plus grande espérance de succès; je m'étudiai à bien pénétrer les loix de la réfraction, & je fis un télescope de 20 pieds de long, avec lequel je découvris la vraie figure de Saturne que personne n'avoit vûe avant moi & l'anneau qui l'environne, & qui ne se découvre dans aucune autre planete. Je découvris aussi un satellite qui faisoit sa révolution autour de lui en 16 jours, & je communiquai tout cela au Public 26 ans après dans mon *Systema saturnium.* Ces découvertes encouragerent les Astronomes & les ouvriers à faire de plus longs télescopes. Les meilleurs furent faits par *Campani* à *Rome* C'est avec ceux-ci que dix ans après, *Cassini* eut le bonheur de découvrir deux autres satellites autour de Saturne. Il observa aussi quelques taches dans Jupiter & Mars, par où il détermina le temps de leurs rotations autour de leurs centres. J'ai ensuite trouvé la manière d'employer les plus longs telescopes de 100 ou 200 pieds, avec un tube seulement de dix pieds (art. 892,) & j'ai donné la manière de polir & de perfectionner les verres.

Leur force pour grossir n'étoit pas encore démontrée.

4. Venons aux causes & propriétés de cet œil artificiel que l'on n'a pas encore assez heureusement expliquées. L'objet principal & qu'on n'a pas encore démontré est celui-ci. La figure & la position des lentilles étant données, trouver de quelle manière & combien elles grossiront les objets? Car *Kepler* n'a pas résolu ce problême, quoiqu'il soit bien louable par les découvertes qu'il a faites dans sa Dioptrique. *Descartes* n'y a pas mieux réussi; car il s'est beaucoup mépris dans sa méthode pour démontrer les effets des télescopes. Il est vrai que cela ne seroit pas croyable d'un si grand homme, à qui ces matières étoient si familières. Cependant il est à propos d'en faire mention, pour épargner à bien des gens des efforts inutiles pour comprendre ce qui n'a aucun sens. Et quoique plusieurs autres après lui se soient appliqués à résoudre le même problême qui est la base de tous les autres; personne cependant n'a pû en venir à bout jusqu'ici. Telle est la narration de Mr. *Hughens*.

Examen des prétentions pour le Frere *Bacon*.

5. Mr. *Guillaume Molineux* attribue l'invention des télescopes au F. *Bacon* qui mourut en 1292, & son fils *Samuel Molineux* dit que ce frere s'en étoit certainement servi. Pour examiner cette prétention, il faut transcrire ici tout le chapitre de cet Auteur sur la vision par réfraction. *Opus majus, Lond.* 1733. *p.* 357. *De visione fracta majora sunt. Nam de facili patet per canones suprà dictos, quòd maxima possunt apparere minima & è contra, & longè distantia videbuntur propinquissima & è converso. Nam possumus sic figurare perspicua, & taliter ea ordinare respectu nostri visûs & rerum, quòd frangentur radii & flectentur quorsumcumque voluerimus; ut sub quocumque angulo voluerimus, videbimus rem prope vel longe. Et sic ex incredibili distantiâ legeremus litteras minutissimas; & pulveres ac arenas numeraremus propter magnitudinem anguli sub quo videremus, & maxima corpora de prope vix videremus propter parvitatem anguli sub quo videremus. Nam distantia non facit ad hujusmodi visiones nisi per accidens, sed quantitas anguli. Et sic posset puer apparere gigas & unus homo videri mons & in quacumque quantitate; secundùm quod possemus hominem videre sub angulo tanto sicut montem & prope ut volumus. Et sic parvus exercitus videretur maximus & longe positus appareret prope & è contra. Sic etiam faceremus solem & lunam & stellas descendere secundùm apparentiam hic inferius; & similiter super capita inimicorum apparere; & multa consimilia; ut animus mortalis ignorans veritatem non posset sustinere.* Dans le

chapitre précédent sur la vision par réflexion il avoit dit qu'avec plusieurs miroirs bien disposés, un seul soldat pourroit paroître tellement multiplié, qu'on le prendroit pour une armée entière & une armée pour plusieurs armées; ce qui donneroit de la terreur aux infidéles & ennemis; qu'on pourroit placer des miroirs fort haut vis-à-vis des armées & Villes ennemies, de maniere qu'on découvriroit toutes leurs manœuvres, & que tout cela peut s'exécuter dans toutes les distances. Parce que par le livre sur les miroirs, une même chose peut se voir par réflexion avec autant de miroirs que l'on veut s'ils sont bien placés, & que les uns peuvent être proches & les autres loin; de manière qu'on pourra voir l'objet à toutes les distances, *ut videremus rem quantum a longè vellemus.* J'ajoute cet extrait au premier passage pour faire voir que ses idées sur la manière d'exécuter ces projets par réflexion & par réfraction sont fort imparfaites; comme il est évident par le dernier passage, comparé avec celui-ci, *figurare perspicua & taliter ea ordinare respectu nostri visûs & rerum, quod frangentur & flectentur radii quorsumcumque voluerimus*; ranger les verres en telle sorte par rapport à l'œil & à l'objet *que les rayons soient rompus & pliés du côté que l'on voudra.* Il paroît donc qu'il n'a pas prétendu résoudre ses problêmes avec un simple Instrument portatif tel qu'un télescope; mais en plaçant plusieurs verres à de grandes distances les uns des autres; ce qui certainement ne lui auroit pas réussi. Car on ne peut pas figurer & polir les surfaces assez parfaitement pour leur faire réfléchir & rompre la lumière à de grandes distances sans de grandes aberrations, ou écarts des rayons par rapport aux endroits où l'on veut les porter, & ces aberrations augmenteroient par l'interposition de plusieurs verres; pour ne rien dire de la perte de la lumière dans chaque surface & des couleurs produites par les réfractions à de si grandes distances; de sorte que l'objet paroîtroit à la fin si pale, si difforme & si confus qu'il n'exciteroit plus aucune idée. Par conséquent ce qu'il dit de *Jules César* (*ibid. p.* 357) qu'il avoit placé un miroir à une grande hauteur sur les côtes de *France*, pour découvrir la disposition des Villes & des champs en *Angleterre*, lorsqu'il vint pour s'en emparer, est tout-à-fait impraticable & vraisemblablement une pure fiction, si l'on ne s'est pas trompé dans la traduction du mot *specula*, qu'on a pris pour des miroirs, au lieu que ce sont des tours pour veiller sur les démarches des ennemis. Il en est de même de l'histoire que *Porta* raconte (*magia nat. l.* 17, *c.* 11) que *Ptolomée* avec ses miroirs (*specula*) pouvoit distinguer les vaisseaux à la distance de six cent milles, ce que nos meilleurs télescopes ne sçauroient faire. Mr. *Waller* croit qu'il avoit des espions sur des tours (*specula*) placées à différentes distances, & qu'ils se donnoient des signes de la première à la dernière. Le Docteur *Hook* nous a donné à cette occasion des méthodes ingénieuses pour s'entretenir par signes à de grandes distances. (*Philos. exper. & obser. par Hook*).

6. Mais pour revenir à notre Auteur, si l'on fait attention aux fausses idées qu'il avoit puisées dans les anciens sur la vision distincte & confuse, au faux principe qu'il soutient que la grandeur apparente d'un objet est comme l'angle compris dans l'œil par son image & dans le même temps en raison réciproque de la distance de cette image; & enfin aux fausses conclusions qu'il a tirées de ces principes & qu'il ne pouvoit pas éviter d'en tirer; on conclura

Il n'a pas inventé par sa théorie les télescopes.

qu'il lui étoit impossible d'inventer par la théorie un Instrument aussi délicat & aussi composé que le télescope.

Ni par aucune expérience.

7. Outre cela j'ai fait voir ci-devant qu'il n'a jamais eu entre les mains un verre convexe avant que de composer son Traité, & sans un grand nombre de lentilles il ne pouvoit faire que peu d'expériences, & il n'étoit pas en état de trouver leur vraie combinaison pour un télescope.

Son imagination l'a porté trop loin.

8. En un mot cet Auteur ne parle que par hypothése & se borne à dire qu'on pourroit figurer les verres & grossir les objets de telle & telle manière; sans assurer jamais qu'il en ait fait une seule expérience sur le Soleil, la Lune (ou toute autre chose) quoiqu'il fasse mention expresse de ces deux astres. D'un autre côté il attribue aux télescopes des effets dont ils sont incapables.

Comment est-il parvenu à ces notions.

9. Si l'on me demande comment est-ce qu'il a pû parvenir à toutes ces notions? Je réponds que c'est par la théorie commune des réfractions que l'on voit dans ses canons & par les apparences communes de la réfraction & de la réflexion, sur-tout par le miroir concave dont il connoissoit bien les effets, tant par les rélations des anciens que par sa propre expérience. Ce qui suffit à un homme de bon sens pour avancer tout ce qu'il a dit. Concluons donc que le tems de l'invention des télescopes ne remonte pas au delà du commencement du dix-septiéme siécle.

Histoire de l'invention des microscopes. *Hughens, Diop. p. 221.*

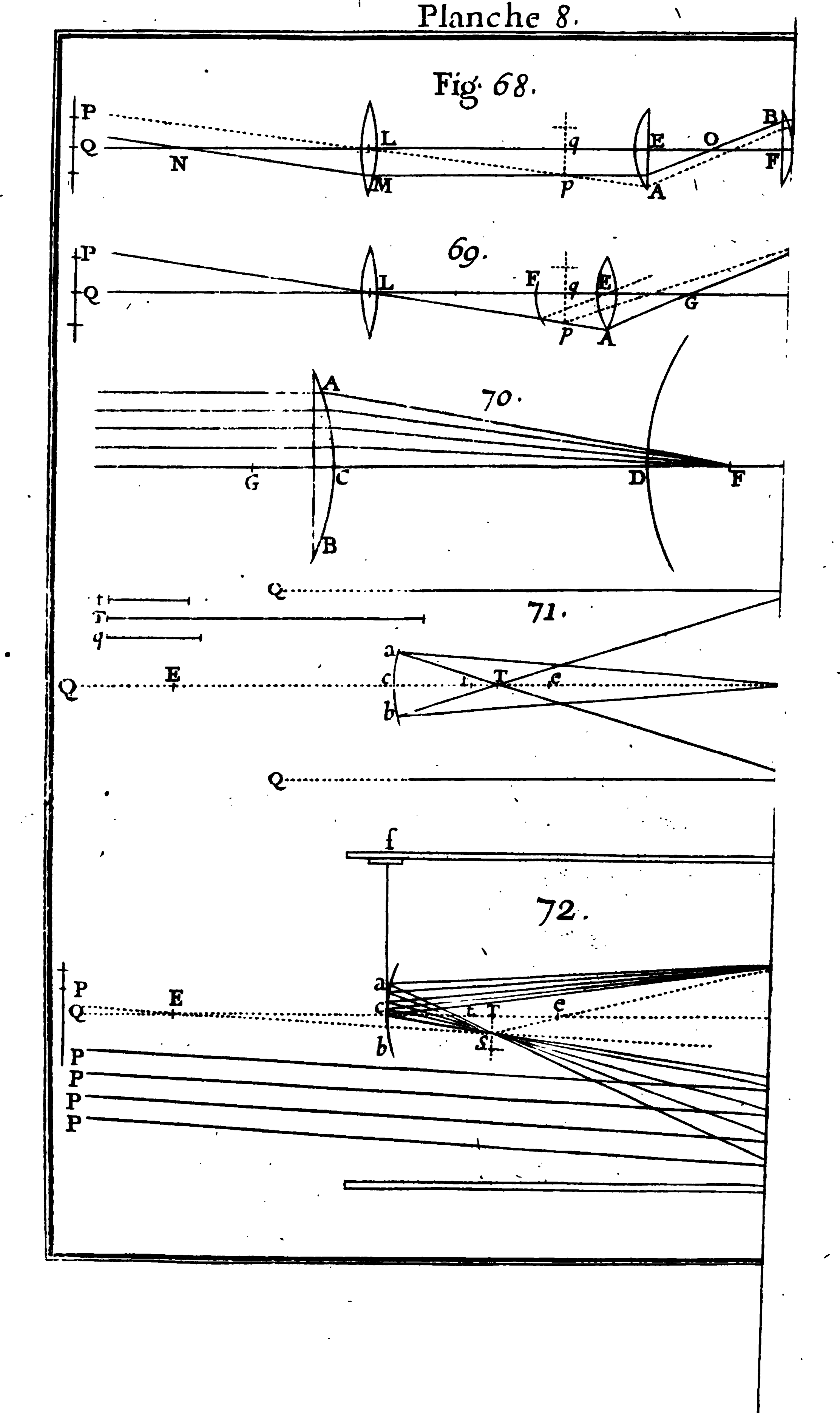
10. Je joins ici l'histoire de l'invention des microscopes écrite par *Hughens*. Il est probable, dit-il, que l'usage des microscopes simples pour grossir les objets avec un globule simple ou une petite lentille, fut connu bientôt après l'invention des télescopes; mais l'invention des microscopes composés, se présentant plus difficilement à l'esprit, paroît n'être venue que dix ans après. On ne voit pas que ces microscopes fussent connus en 1618; puisque *Syrturus* qui fit paroître un livre cette année là sur l'origine & la construction des télescopes, auroit eû bien de la peine à ne pas parler d'une invention aussi remarquable, si elle avoit été connue dans ce tems là. Il est vrai que *Fontana* prétend avoir fait cette découverte en 1618, & en parle dans son livre d'observations qu'il fit paroître en 1646; mais le témoignage qu'il cite de *Syrsalis* ne devance pas 1625. Cependant mon compatriote *Drebelius* fit des microscopes composés en 1621 à Londres, comme je l'ai appris de plusieurs témoins oculaires, & on le regardoit alors comme le premier inventeur de ces microscopes. Cependant rien n'empêche que ces deux personnes ayent eû la même idée en même-tems, en essayant différentes compositions de verres, sans avoir connoissance de la Géométrie & des causes de ces effets.

Autre démonstration des télescopes.

Fig. 67.

11. *Hughens* nous donne aussi la démonstration suivante des télescopes. Les verres L, E étant placés à l'ordinaire (art. 120, 123), prenez dans leur axe EL prolongé en avant, la partie LN égale à L*q*, distance du foyer de l'objectif LM. Chaque rayon, comme PNM qui passe par N & tombe sur l'objectif LM sera rompu en le traversant par la ligne MA parallele à l'axe LE & tombant sur l'oculaire AE, il sera rompu vers le principal foyer O; ou bien il s'en écartera si ce verre est concave. Et ainsi dans ces deux télescopes l'objet PQ paroîtra sous l'angle AOE & à l'œil nud en N sous l'angle PNQ. Donc la grandeur apparente est à la vraie, comme l'angle AOE est à PNQ ou LNM, c'est-à-dire, puisque LM égale AE, comme la distance du foyer LN est à la distance du foyer EO (art. 60.)




Fig. 68.
P
Q
N
L
M
q
p
E
A
O
B
F
69.
P
Q
L
F
q
E
p
A
G
70.
A
G
C
D
F
B
Q
71.
t
T
q
a
E
Q
c
t
T
e
b
Q
f
72.
a
P
E
Q
c
t
T
e
b
S
P
P
P
P

Si l'on ajoute deux oculaires égaux BF, CG au télescope astronomique, comme dans l'art. 121, & que O soit le foyer commun des verres AE, BF; le rayon AOB sera de nouveau rompu selon la ligne BC parallele à l'axe, & par conséquent il sera rompu dans le dernier oculaire à son principal foyer D, ou l'œil étant placé verra l'objet droit & grossi précisément autant qu'auparavant; parce que GD étant égal à FO, l'angle CDG est égal à BOF ou AOE. Fig. 68.

12. Cette excellente composition des verres fut inventée à *Rome*, apparemment par *Campani.* Il est bon de mettre une platine avec une ouverture ronde dans le lieu de la première image en q, comme on le fait ordinairement, ou de la seconde en x ponr borner la vue & chasser les couleurs des bords, quoiqu'elles ne paroissent pas plus dans ce télescope, avec trois oculaires qu'avec un seul, & qu'elles y paroissent même moins. Car quoiqu'il y ait plus de réfractions, cependant les couleurs produites par les réfractions aux deux premiers verres, se formant du même côté, sont un peu corrigées & resserrées par les réfractions qui se font aux deux autres verres, parce qu'elles se font du côté opposé, comme on le verra dans l'art. 172. Car le bord d'une lentille a le même effet que le bord d'un prisme. Couleurs dans les télescopes.

13. Jusqu'ici nous avons supposé que l'intervalle LE des deux verres convexes étoit égal à la somme des distances de leurs foyers. Supposons maintenant cet intervalle plus grand ou plus petit, comme il est nécessaire pour les vues foibles (art. 128.) Et soit EF la distance du foyer de l'oculaire, & Lq celle de l'objectif. Je dis que la grandeur apparente sera à la vraie comme LF à FE, c'est-à-dire, comme l'intervalle des verres diminué de la distance du foyer de l'oculaire est à la distance du foyer de l'oculaire. Car les axes de tous les pinceaux qui passent par L comme PLA seront rompus par l'oculaire au foyer G, où l'œil étant placé verra tout l'objet PQ, quelque petite que soit l'ouverture de la prunelle & de l'objectif, & l'objet PQ paroîtra sous l'angle AGE. Mais L étant un foyer des rayons incidents sur l'oculaire, nous avons LF : LE :: LE : LG (art. 239) & en divisant, LF : FE :: (LE : EG ::) l'angle EGA est à l'angle ELA (art. 60) ou PLQ (art. 43) :: la grandeur apparente est à la vraie. Démonstration plus générale des télescopes. Fig. 69.

14. Ainsi selon que l'intervalle des verres est plus grand ou plus petit que la somme de leurs foyers, la grandeur apparente est à la vraie en proportion plus ou moins grande que celle des foyers.

15. Lorsqu'on allonge le télescope, le lieu de l'image ou foyer q est plus loin de l'oculaire que la distance de son foyer, & par conséquent ce verre doit rendre convergents les rayons émergents & former une seconde image ou peinture πx de l'objet PQ, sur une surface blanche placée à la distance qx qui est troisieme proportionnelle après qF & qE, comme on verra dans l'art. 239. Et la grandeur apparente de cette peinture vûe par l'œil nud d'une distance égale à xG est la même que si on pouvoit la voir distinctement du point G au travers du télescope; les angles πGx & AGE étant égaux, & par conséquent elle est un peu plus grande que lorsque la longueur du télescope est ajustée pour la vision distincte. On peut appliquer les mêmes démonstrations au télescope de *Galilée*. Préparer un télescope pour observer les éclipses & les taches du Soleil.

16. C'est de cette manière que quelques Astronomes observent les éclipses

Clarté de l'image du Soleil. & les taches du Soleil, que l'on peut aussi observer en regardant dans le télescope avec un verre obscur. Dans la premiere manière l'image du Soleil paroîtra plus brillante; si l'on fait passer le bout du télescope dans le trou du volet d'une fenêtre d'une chambre obscure. Et alors si l'image ronde qui paroît sur le papier est égale à l'ouverture de l'objectif; elle paroîtra aussi claire que si le papier étoit éclairé par la lumière directe du Soleil, en supposant qu'aucun rayon ne soit intercepté par les réflexions de la surface des verres. Et par conséquent à mesure que l'image sera plus grande que celle là, en raccourcissant un peu le télescope, elle en sera d'autant plus foible & non pas tout-à-fait si distincte. Mais l'expérience en cette matière est le meilleur guide.

Télescopes à trois verres. 17. Dans le livre suivant je donnerai la construction des télescopes à trois verres; mais ceux qui sont à deux ou quatre sont les meilleurs, parce qu'ils représentent une plus grande partie de l'objet à la fois & qu'ils sont moins colorés dans leur circonférence, comme *Hughens* l'a remarqué (*diopt. prop.* 54). On peut voir un objet droit avec deux lentilles seulement, mais il ne sera pas distinct ni assez grossi & on en verra peu tout à la fois. Outre cela la distance des verres doit être beaucoup plus grande qu'à l'ordinaire.

Sur l'art. 125. Histoire des télescopes de réflexion. 18. Après qu'on eut découvert la vraie loi de la réfraction selon la raison donnée des sinus, *Descartes* & d'autres Mathématiciens trouverent bientôt que tous les rayons d'un grand pinceau ne pouvoient pas se réunir à un point distinct par le moyen d'un objectif composé de surfaces sphériques (art. 81) & que les aberrations des rayons à l'égard de ce point croissoient comme la largeur du verre. Ils crurent que c'étoit là la cause de la confusion apparente d'un objet vû dans un télescope, lorsque le foyer de l'oculaire est trop court. Car comme un oculaire plus court augmente l'aire de la peinture sur la rétine (art. 120), il faut nécessairement augmenter l'aire de l'objectif afin qu'il reçoive plus de lumière (art. 129), & cette augmentation fait croître les aberrations des rayons dans son foyer, & par conséquent dans la peinture qui se fait sur la rétine.

Comment on on a introduit les lentilles hyperboliques & elliptiques. 19. Ces aberrations produites par les surfaces sphériques des verres furent alors regardées comme l'unique obstacle à la perfection des télescopes, & c'est ce qui porta les Mathématiciens à déterminer la figure qu'un verre doit avoir pour rompre tous les rayons d'un pinceau vers un point donné, & parmi tous les autres ils trouverent que les verres qui auroient la figure des surfaces décrites par le mouvement des sections coniques autour de leurs axes, auroient cet effet (Diopt. de *Descartes* ch. 8. Principes de *Newton* l. 1. pr. 97. *Hughens* de la lumière p. 101. *Dechales* tom. 3. p. 681).

Fig. 70. Par exemple, si F & G sont les foyers de deux hyperboles opposées, dont l'axe CD est à FG en raison des sinus d'incidence & de réfraction, comme de 2 à 3, & si l'une de ces hyperboles ACB tourne autour de son axe GCD, la portion du solide produit par ce mouvement & coupé par un plan AB perpendiculaire à l'axe, formera une lentille telle que tous les rayons qui tomberont perpendiculaires à ce plan seront rompus par la convexité ACB vers le foyer extérieur F.

Elles n'ont pas réussi. 20. Cette découverte engagea d'abord tous les Mathématiciens & machinistes à chercher des machines pour donner cette figure aux verres & pour les polir, & entr'autres *Newton* lui-même s'y appliqua au commencement de l'an 1666. Mais ayant en même-tems la curiosité d'éprouver le fameux phénomene

phénomene des couleurs produites par la réfraction des rayons du Soleil dans un prisme triangulaire, & en ayant découvert la véritable cause, il abandonna son travail sur la figure des verres, (*transf. philos. n°* 80). Car je m'apperçus, dit-il, que ce qui avoit arrêté jusqu'ici la perfection des télescopes, n'étoit pas le défaut de la figure des verres, comme on se l'étoit imaginé jusqu'à présent, mais que c'étoit plutôt le mélange hétérogéne des rayons de différente réfrangibilité. De sorte que quand même on auroit un verre d'une figure assez exacte pour réunir une sorte de rayons en un seul point, il ne pourroit pas réunir les autres au même point, parce qu'ayant la même incidence sur le même milieu ils auroient une réfraction différente. C'est, ajoute-t-il, ce qui tourna mes vûes sur les réflexions; & voyant qu'elles étoient réguliéres de manière que l'angle de réflexion de toutes sortes de rayons étoit égal à leur angle d'incidence, je compris que par leur moyen on pourroit porter les Instruments optiques au plus haut degré de perfection imaginable; pourvû qu'on pût trouver un corps réfléchissant aussi poli que les glaces de miroir & qui pût réfléchir autant de lumière, & que l'on pût aussi donner à ce corps la figure parabolique.

En quel tems le télescope de réflexion de *Newton* fut inventé.

21. Lorsqu'il étoit occupé, dit-il, de ces idées, la peste qui survint à *Cambridge* en 1666 l'obligea de se retirer, & il ne revint à son projet que deux ans après. Ayant alors imaginé une méthode pour polir le métal parfaitement, il acheva peu à peu un Instrument de 6 pouces de long, qui grossissoit de 30 à 40 fois, & il en donna la première description dans les *transf. phil. n°*. 80. Et ensuite dans son Optique *p.* 91 *in*-8°. C'est là incontestablement la plus grande perfection qu'on ait donnée aux télescopes depuis leur première invention.

Télescope de *Gregory* inventé auparavant.

22. Il faut cependant avouer que Mr. *Jacques Gregory d'Arberdeen* fut le premier inventeur d'un télescope de réflexion. Mais son Instrument est tout différent de celui de *Nevvton*, & il n'est pas à beaucoup près aussi avantageux, comme *Nevvton* l'a fait voir dans les *transact. philos. n°*. 83. Mr. *Gregory* décrit ce télescope à la fin de son *Optica promota* imprimée en 1663, & il fut conduit à cette découverte, non pas par la considération de la différente réfrangibilité des rayons, qui n'étoit pas alors connue, mais par un inconvénient qu'il prévoyoit dans les objectifs de figure hyperbolique. Car il remarque que s'ils sont assez larges pour recevoir la lumière qui est nécessaire pour grossir beaucoup, ils doivent être par conséquent fort épais & alors les verres les plus clairs intercepteroient trop de lumière qui ne seroit pas transmise. Il auroit pû ajouter un autre inconvénient, c'est qu'à la vérité ils réuniroient en un seul point les rayons paralleles à leurs axes, mais ils ne pourroient pas réunir aussi exactement les rayons d'un pinceau oblique comme le feroit un verre composé de surfaces sphériques & comme on l'a trouvé par expérience. (*Dechalles tom.* 3 *p.* 686.) Et par conséquent les lentilles sphériques pour cette raison & pour quelques autres sont plus propres aux usages Optiques que celles de toute autre figure. (*Nevvton principes l.* 1. *prop*. 98. *Scholie*).

M. *Hadley* les a mis tous deux en vogue.

23. Le génie & l'industrie de Mr. *Jean Hadley* a mis dans sa perfection vers l'an 1719 la pratique de ces deux télescopes de réflexion; il a commencé par celui de *Nevvton* & il en est bientôt venu à celui de *Gregory*, qui étant fort court a un grand effet & est très-commode. La description sui-

vante différe de celle de l'Auteur, principalement en ce que l'Auteur donne une figure parabolique à son grand miroir concave & une figure elliptique au petit, au lieu qu'on n'emploie aujourd'hui que les surfaces sphériques, qui sont les seules figures que l'on puisse polir sans rencontrer des difficultés insurmontables.

Description du Télescope de *Gregory*.

24. Si l'on veut donc faire un télescope de réflexion avec deux miroirs concaves de métal & un oculaire convexe, & en déterminer les effets; soient les distances des foyers du petit & du grand miroir concave & de l'oculaire convexe, égales respectivement aux lignes t, T & q & sur une ligne donnée $ctqCl$ destinée à être leur axe commun, prenez en même direction $ct = t$, $tq = T$, $qC = \frac{t \times t}{T}$ & $ql = q$. Placez l'oculaire en l, le petit concave en c & le grand en C, de sorte que leurs concavités se regardent l'une l'autre, & que les rayons incidents, comme QA, QB soient réfléchis du grand au petit concave, & de là une seconde fois vers le grand où ils passent à travers un petit trou pratiqué au milieu en C & où ils sont rompus par l'oculaire km pour venir à l'œil en O. Je dis qu'un objet éloigné paroîtra distinct, droit & grossi en raison de $T \times T$ à $t \times q$, c'est-à-dire, du quarré de la distance du foyer du grand concave au rectangle sous les distances des foyers du petit concave & de l'oculaire. Car un pinceau de rayons QA, QB qui viennent paralleles à l'axe commun, sera réfléchi du grand concave ACB à son foyer principal T où se croisant mutuellement & venant tomber sur le petit concave acb, ils se réfléchiront au point q. Car puisque la distance du foyer $TC = T = tq$ par la construction, si l'on retranche de part & d'autre Tq; nous aurons $tT = qC = \frac{t \times t}{T}$ par la construction, c'est-à-dire, que nous aurons tT, tc, tq en proportion continue, comme on verra (art. 207) que ces lignes doivent être; & puisque ql est la distance du foyer de l'oculaire, les rayons qui viennent de q & qui tombent sur l'oculaire, en seront émergents par des lignes paralleles, & par conséquent produiront une apparence distincte du point éloigné Q d'où ils viennent.

Fig. 71.

Fig. 72.

25. Soit ST l'image d'un objet PQ formée par la réflexion du grand concave. Elle sera terminée par la ligne PES qui passe par E centre du concave, parallelement aux rayons PA, PA &c. qui viennent de P. De plus les rayons qui viennent de cette image ST seront réfléchis par le petit concave & formeront une seconde image pq qui sera terminée par la ligne Sep menée par le centre e de ce concave & les rayons qui sont divergents de p seront émergents de l'oculaire kl par des lignes kO paralleles à la ligne pl menée par le centre l de l'oculaire (art. 46). Donc l'objet PQ paroîtra droit, puisque les rayons kO sont du même côté de l'axe commun QlO que le point P d'où ils viennent. Dans la seconde image pq prenez une ligne qs égale à la premiere image TS. Si l'image pq étoit égale à qs, l'objet paroîtroit au travers de l'oculaire sous un angle égal à qls (art. 107 & 111) qui est à l'angle PEQ ou SET, sous lequel il paroît à l'œil nud en E, comme TE ou TC est à ql (art. 60); & ainsi l'objet seroit grossi en même raison que dans le télescope de *Newton*. Mais comme les triangles epq, e ST sont semblables, & que nous avons tq à te (comme te à tT par l'art. précédent & en divisant, comme eq

Planche 9.

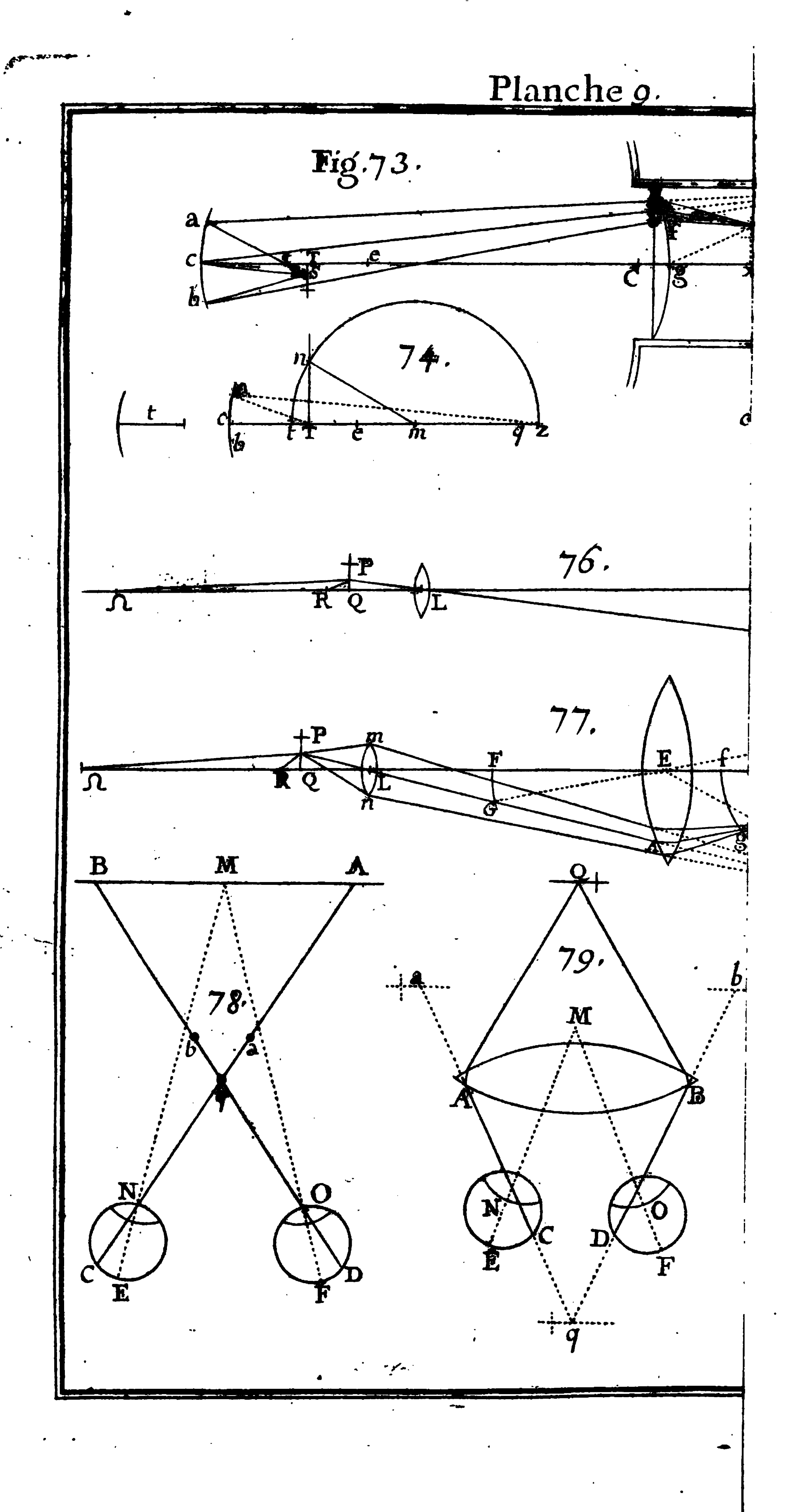


Fig. 73.
a
c
b
T
e
C
g
74.
n
t
c
b
T
e
m
q
z
76.
P
R
Q
L
77.
P
m
F
E
f
R
Q
L
n
G
B
M
A
78.
b
a
N
O
C
E
F
D
O
79.
a
b
M
A
B
N
O
C
D
E
F
q

à eT, c'est-à-dire), comme pq à ST ou qs; on voit que pq est plus grand que qs & l'angle visuel kOl ou plq plus grand que qls en même raison de tq à te. Et ainsi l'objet étant encore grossi en cette raison de tq à te ou, par la construction, de TC à tc ou de T à t, sera grossi en raison composée de TC à tc & de TC à ql, c'est-à-dire, en raison du quarré de TC au rectangle sous tc & ql. On peut aussi démontrer la même chose à la manière de Mr. *Hughens*, c'est-à-dire, en considérant un rayon d'un pinceau oblique, parallele à l'axe entre le petit concave & l'oculaire & en déterminant le rapport des angles où il coupe l'axe après les réflexions & réfractions.

26. Pour voir les objets proches il faut éloigner un peu le petit concave du grand par la méthode dont on parlera dans l'art. 924, parce que lorsqu'un objet éloigné s'approche, son image TS s'approche aussi de t; & pendant que Tt diminue, son réciproque tq doit augmenter. **Pour l'appliquer aux objets proches.**

27. Ainsi pour ceux qui ont la vûe courte, comme l'oculaire est ordinairement fixe, il faut un peu approcher le petit miroir du grand. Car alors on doit aussi diminuer l'intervalle tT & augmenter son réciproque tq afin que les rayons tombent sur l'oculaire divergents d'un point plus proche que son foyer & qu'ils en sortent par conséquent en divergeant de ce point sur l'œil. **Et aux vues courtes.**

28. En resserrant davantage l'intervalle entre les concaves, l'image pq peut passer par le trou du grand concave dans un lieu donné par derrière & en écartant l'oculaire à la même distance de l'image que ci-devant, la vision sera encore distincte & l'objet sera encore plus grossi qu'auparavant à proportion que la raison de tq à te ou tc deviendra plus grande que celle de TC à tc, comme on voit par la démonstration précédente. Mais en grossissant l'image pq, elle devient plus obscure & imparfaite, comme on le verra dans la suite, & par conséquent l'apparence de l'objet moins brillante & moins distincte. Outre cela plus l'image devient grande & moins on en voit par le même oculaire d'un seul coup d'œil. **Regle plus générale pour la grandeur apparente.**

29. Chaque chose étant en sa place, le diamétre de l'objet vû d'un coup d'œil est proportionnel à la largeur de l'oculaire, à moins qu'il ne soit borné par le trou du grand concave. Car l'angle de réflexion pce au milieu du petit concave, étant égal à l'angle d'incidence ecS, on voit que pendant que pq & kl croissent ou diminuent en raison quelconque, l'image ST & l'objet PQ doivent aussi croître ou diminuer en même raison. **L'aire visible est comme la largeur de l'oculaire.**

30. Mais si l'on faisoit un oculaire d'une convexité donnée fort large, il deviendroit trop épais, & ainsi les rayons tomberoient trop obliquement sur les bords de ses surfaces, & cette obliquité en feroit réfléchir un trop grand nombre, & les autres qui seroient transmis seroient trop rompus en comparaison des pinceaux qui passeroient par le milieu de cette lentille (art. 73); ainsi pour augmenter l'aire visible de l'objet il est nécessaire de faire passer l'image pq à deux ou trois pouces au delà de l'ouverture du grand concave & d'intercepter les rayons qui tendent vers ce miroir par un verre convexe fg qui joigne la partie postérieure de ce grand concave. Ce verre fera converger les rayons plus vite qu'auparavant, & formera une image vx plus proche & plus petite que pq étant toutes deux terminées par une ligne pvg menée par le centre de ce verre (art. 55), alors les rayons de chaque pinceau étant divergents de cette nouvelle image **Elle est aggrandie par deux oculaires.** Fig. 73.

vx, seront reçus par un autre verre convexe *hi* qui les fera sortir vers l'œil en lignes paralleles. Un Ménisque dont le côté convexe est placé vers les pinceaux convergents *fvh* est plus propre à ce dessein; parce que les rayons passeront moins obliquement à travers ses bords qu'à travers un verre d'une autre figure.

Comparaison de ce télescope avec le premier.

31. Ayant la place & le foyer de ces oculaires on peut aisément donner une regle pour déterminer la grandeur apparente, comme on le verra dans la suite de ces remarques; mais les mesures de ces petites distances étant sujettes à erreur, il vaut mieux trouver par expérience cette grandeur apparente, soit par la méthode de *Galilée* en regardant deux cercles inégaux, l'un avec l'œil nud & l'autre par le télescope, soit en comparant ce télescope avec un télescope dioptrique dont on connoît la force ou que l'on peut connoître aisément (art. 120). On a trouvé que l'un de ces télescopes de 16 pouces de long grossissoit autant qu'une lunette ordinaire de 15 ou 16 pieds.

Diaphragmes.

32. Pour arrêter les rayons collatéraux qui passent par les côtés du petit concave à travers l'ouverture du grand, aussi bien que ceux qui sont réfléchis par les bords imparfaits des deux miroirs & les empêcher d'entrer dans l'œil, il est nécessaire de placer en *x* une platine mince avec une ouverture convenable au milieu pour borner l'image, & un autre petit trou en O où tous les pinceaux se coupent mutuellement avant que d'entrer dans l'œil. La largeur de ce dernier trou ne doit pas être plus grande que celle du pinceau principal en O, & il faut placer exactement ces deux ouvertures, sans quoi le télescope ne fera pas un bon effet.

Solution de quelques problêmes.

Fig. 74.

33. Si la distance du foyer du petit concave est une ligne donnée *t*, & s'il faut le placer de maniére que les rayons soient réfléchis du foyer donné T à un point donné *q*, divisez également T*q* en *m* & à *m*T élevez la perpendiculaire T*n*, égale à la ligne *t*, & joignant *mn*, coupez vers T, *mt* égal à *mn*, *t* sera le point où il faut placer le foyer du petit concave. Car soit un demi-cercle décrit du centre *m* avec le demi-diamétre *mn* ou *mt* qui coupe encore l'axe en *z*; nous aurons $qz = Tt$, & par conséquent $Tz = tq$; nous avons aussi T*n* moyenne proportionnelle entre les segments *t*T, T*z* du diamétre *tz*, c'est-à-dire, que la distance *t* ou *tc* du foyer est moyenne proportionnelle entre *t*T & *tq*, & par conséquent les rayons qui viennent de T seront réfléchis par le petit concave au point *q*.

De même si l'on veut trouver la distance du foyer du petit concave, telle que son foyer étant placé dans un point donné *t*, il fasse réfléchir les rayons du point donné T à un point donné *q*; divisez également T*q* en *m*, & du centre *m* avec le demi-diamétre *mt*, décrivez un cercle qui coupe la perpendiculaire indéfinie élevée en T au point *n*, vous aurez la distance requise T*n* du foyer.

Fig. 72.

Le grand concave, l'oculaire convexe & l'intervalle T*q* entre les deux images d'un objet éloigné étant donnés, on demande la distance du foyer & la place du petit concave, telle que le télescope grossisse l'objet en raison donnée de TC à *ql* & de *tq* à *tc*; cette derniere raison étant aussi donnée, & prenant à sa place celle de *n* à 1, prenez *t*T à T*q* comme 1 à $nn-1$, & vous aurez *t*T; prenez ensuite $tc : tT :: n : 1$, & vous aurez la position & la grandeur de *tc*. Car puisque les lignes inconnues *t*T, *tc*, *tq* sont en

proportion continue dans la raison donnée de 1 à n, nous aurons tT à tq, comme 1 à nn, & en divisant tT à Tq, comme 1 à nn—1.

34. On fait quelquefois les télescopes de cette espece avec un petit miroir convexe à la place du concave. Si les distances de leurs foyers sont égales, & que le sommet du convexe soit placé en e où étoit le centre du concave, le télescope grossira en même raison qu'auparavant, mais il fera paroître les objets renversés, à moins qu'on ne les redresse par trois oculaires, comme dans le télescope dioptrique. Car un pinceau de rayons convergents du grand concave vers son foyer T, étant intercepté par le petit convexe en e, en sera réfléchi au même point q qu'auparavant, parce que le point t étant le principal foyer des deux petits miroirs, nous avons tT, te (ou tc) & tq en proportion continue comme auparavant. Imaginez par le point S de la premiere image ST & par le centre e du petit concave, une droite Sep qui termine l'image pq, formée par ce concave. De même par le centre c du petit convexe en e, & par le même point S, imaginez une ligne cSr qui terminera l'image qr, formée par ce convexe. Ces images qp, qr sont des deux côtés de l'axe, & ainsi l'objet paroît dans des positions contraires; mais elles sont égales, & ainsi l'objet est également grossi. Car nous avons $tq : te :: te : t$T $:: tq \mp te : te \mp t$T ; c'est-à-dire $:: eq :$ eT $:: cq : c$T ; & les triangles neq, TeS étant semblables, aussi bien que qcr, TcS, nous avons pq : ST ($:: eq : e$T $:: cq : c$T ::) qr : ST ; donc $pq = qr$.

On peut changer le petit concave en convexe.

Fig. 75.

35. On peut sur cela calculer la force d'un microscope double en cette manière. Lorsque l'objet paroît distinct, mesurez les distances LQ & LE, avec Eq, distance du foyer de l'oculaire; ensuite en retranchant Eq de EL, vous aurez Lq & le quotient de Lq par LQ. Ensuite en divisant la mesure de la moindre distance d'où l'on peut voir communément les petits objets qui est de 6 ou 8 pouces, par la mesure de la distance du foyer Eq, vous aurez un autre quotient, lequel étant multiplié par le premier exprime combien de fois le diamétre de l'objet est grossi, comme on le dit dans cet article. Car les triangles pLq, PLQ étant semblables; l'objet PQ est compris dans son image pq aussi souvent que LQ est contenu dans Lq. Mais la regle étant plus générale que cette démonstration, qui suppose que les rayons de chaque pinceau sortent paralleles de l'oculaire, ou que l'image pq tombe sur son foyer principal, je vais ajouter une autre démonstration.

Sur l'art. 127.
Calcul de la force d'un microscope double.

Fig. 65.

36. Soit l'image pq qui tombe à une distance quelconque de l'oculaire AE; soit EF la distance de son foyer. Du centre E avec le demi-diamétre EF, décrivez l'arc FG qui coupe l'axe PLA d'un pinceau oblique en G. Menez GE & sa parallele AO, le rayon PLA sera rompu en AO. (art. 51.) Menez PR parallele à AO ou à GE; & supposant l'œil nud placé en quelque point Ω dans l'axe LQR prolongé, joignez PΩ. Puisque l'angle PLQ ou FLG (art. 43) est fort petit, on peut prendre l'arc FG pour une ligne droite perpendiculaire à l'axe LE, & par conséquent les figures LPQR, LGFE sont semblables. Nous avons donc QR : QL :: FE : FL. Donc $QR = \frac{QL.FE}{FL}$; mais la grandeur apparente d'un objet vû en O est à sa grandeur apparente vû en Ω, comme l'angle AOE ou PRQ est à l'an-

Autre démonstration du double microscope.

Fig. 76.

gle $P\Omega Q$, c'est-à-dire, comme $Q\Omega$ est à QR (art. 60), ou $QL \cdot \frac{FE}{FL}$, ou comme $Q\Omega \times FL : QL \times FE$ ou comme $\frac{Q\Omega}{FE} \times \frac{FL}{QL}$ à 1.

Aire visible. 37. On voit par là que la grandeur apparente de l'objet peut croître, soit en l'approchant davantage de l'objectif, ce qui rend son image plus grande, ou en regardant par un oculaire plus petit ; mais il y a dans ce procédé deux limitations. La premiere est que l'ouverture de l'objectif doit être augmentée pour recevoir plus de lumière (art. 129), ce qui augmente l'imperfection de l'image (art. 81). La seconde est que l'aire visible de l'objet diminue, soit par l'augmentation de l'image, soit qu'on la voie par un oculaire plus petit & plus étroit. On parlera de la premiere limitation dans le livre suivant, & l'on pourra éloigner la seconde en cette manière.

Microscope à deux oculaires. Fig. 77. 38. Lorsqu'on veut voir une grande partie de l'objet tout d'un coup, on interpose ordinairement un verre convexe AE fort large entre l'objectif L & l'image qu'il produit pq ; car ce verre AE réduit l'image pq à une autre plus courte πx terminée par la ligne pE (art. 55), & alors les rayons qui sont divergents par rapport à cette image πx peuvent tous entrer dans un oculaire plus petit ae, & être rompus vers l'œil en o, soit en lignes paralleles ou divergentes comme ao. Lorsque tous ces verres sont placés aux intervalles qui leur conviennent, & que l'on trouve par expérience, on peut se procurer la vision distincte en altérant par degrés la distance LQ ; alors on mesurera toutes les distances LQ, LE, Ee, & les distances des foyers EF, ef des deux oculaires par l'art. 63, & en disant comme LF est à LE, ainsi LE est à Ll, on aura la ligne Ll ; si l'on en retranche Lf on aura fl ; & la grandeur apparente de l'objet vû par le microscope, sera à sa grandeur apparente vû par l'œil nud à la distance $Q\Omega$, comme $\frac{Q\Omega}{QL} \times \frac{FL}{FE} \times \frac{fl}{fe}$ est à 1. Car des centres E, e, avec les demi-diamétres FF, ef, décrivez les arcs FG, fg, & que l'axe PLGA d'un pinceau oblique coupe FG en G : & joignant GE, le rayon LA sera premierement rompu dans la ligne Al, parallele à GE (art. 51), & par conséquent puisque les triangles LGE, LAl sont équiangles, nous aurons LF à LE (ou LG à LA) comme LE est à Ll. Si le rayon Al coupe l'arc fg en g, & l'oculaire ea en a, il sera rompu par la ligne ao, parallele à ge ; & ainsi l'œil placé en o verra l'objet PQ sous l'angle aoe. Mais aoe ou feg est à l'angle flg comme fl est à fe (art. 60), & cet angle flg ou FEG est à FLG comme FL est à FE (art. 60), & enfin cet angle FLG ou PLQ est à $P\Omega Q$ comme $Q\Omega$ est à QL (art. 60) ; & en composant ces raisons, l'angle aoe est à $P\Omega Q$, comme $Q\Omega \times FL \times fl$ est à $QL \times FE \times fe$, ou comme $\frac{Q\Omega}{QL} \cdot \frac{FL}{FE} \cdot \frac{fl}{fe}$ est à 1.

Ce verre moyen n'est utile que pour voir une plus grande partie de l'objet tout à la fois ; car plus on emploie de verres & plus on perd de lumière par les réflexions à leurs surfaces ; & un oculaire simple grossit plus, & est plus distinct que deux.

CHAPITRE V.

Des idées qui nous viennent par la vue.

132. POur rendre raiſon de pluſieurs apparences dans la viſion, il faut examiner de quelle manière les idées nous viennent par la vue. M. *Molineux* propoſa cette queſtion à M. *Locke* : ſi l'on donne la vue à un aveugle de naiſſance, pourra-t-il par la vue ſeule diſtinguer un globe d'un cube, qu'il diſtingue fort bien par le toucher ? Ces deux Philoſophes ont prononcé pour la négative. (*Eſſai de* Locke *ſur l'entendement humain*, *l.* 2, *ch.* 9.) Leur opinion a été confirmée par l'expérience de pluſieurs aveugles de naiſſance à qui on a abattu la cataracte, & qui n'ont pas pû diſtinguer une choſe d'une autre, quoique d'une figure & d'une grandeur différente. M. *Cheſſelden* nous ayant donné un détail fort curieux de quelques obſervations faites par un jeune Gentilhomme à qui il avoit abatu la cataracte dans la troiſième année de ſon âge ; je vais le joindre ici mot à mot. (*Tranſ. philoſ.* n°. 402).

Cas d'un aveugle de naiſſance.

133. Quoique ce Gentilhomme fut aveugle de naiſſance, comme tous ceux qui naiſſent avec la cataracte, ils ne ſont pas pourtant tellement aveugles qu'ils ne puiſſent diſtinguer le jour de la nuit, & la plûpart, dans une grande lumière, diſtinguent le noir, le blanc & le rouge ; mais il ne peuvent pas voir la figure des objets, parce que la lumière qui produit ces ſenſations tombant obliquement dans l'humeur aqueuſe ou dans la ſurface antérieure du cryſtallin (par où les rayons ne peuvent pas ſe réunir en un foyer ſur la rétine) ils ne peuvent pas plus diſtinguer les objets, qu'un œil ſain au travers d'un verre très-groſſier, où la grande variété des ſurfaces rompent la lumière ſi différemment, que les divers pinceaux des rayons ne peuvent ſe réunir dans leurs foyers ; & ainſi l'on ne ſçauroit dans ce dernier cas diſcerner en aucune manière la figure d'un objet, quoiqu'on en diſtingue la couleur. Tel étoit le cas de ce jeune Gentilhomme qui diſtinguoit aſſez les couleurs en plein jour ; mais lorſqu'il les vit après qu'on lui

Rélation des aveugles de naiſſance guéris par M. *Cheſſelden*.

eut abattu la cataracte, les idées foibles qu'il en avoit auparavant ne furent pas suffisantes pour les lui faire connoître alors, & ainsi il crut que ce n'étoient plus les mêmes couleurs qu'il avoit connu auparavant sous les mêmes noms. Il trouva que le rouge étoit la plus belle de toutes les couleurs; & parmi les autres, les plus gaies lui parurent les plus agréables; mais la premiere fois qu'il vit le noir il en fut effrayé; cependant peu de tems après il s'y accoutuma: au bout de quelques mois ayant vu par accident un negre, il fut saisi d'horreur à cet aspect.

La première fois qu'il jouït de la vue, il s'en falloit bien qu'il pût porter aucun jugement sur les distances; il croyoit que tous les objets touchoient ses yeux, comme auparavant tout ce qu'il touchoit étoit contigu à sa peau, ainsi qu'il s'exprimoit. Il croyoit qu'il n'y avoit point d'objets aussi agréables que ceux qui étoient polis & réguliers, quoiqu'il ne pût former aucun jugement sur leur figure, ni conjecturer ce qu'il y avoit dans ces objets qui lui faisoit plaisir. Il ne connoissoit aucune figure, & il ne pouvoit pas distinguer un corps d'un autre, quoiqu'ils fussent différents en figure ou en grandeur; mais lorsqu'on lui disoit quels étoient les objets dont il avoit auparavant connu la figure par le toucher, il se flâtoit de pouvoir les reconnoître une autre fois; cependant comme il avoit trop d'objets à apprendre, il en oublioit plusieurs, & comme il le disoit, il apprit au commencement à connoître, & il oublioit mille choses dans un jour. Je n'en donnerai qu'un exemple, quoique la chose paroisse peu considérable: ayant souvent oublié la différence entre le chat & le chien; il n'osa pas le demander; mais en prenant le chat (qu'il connoissoit par le toucher), on vit qu'il le regardoit fort attentivement; & ensuite le laissant, il dit le chat étoit ainsi fait, je le connoîtrai une autre fois. Il étoit fort surpris que les choses qui lui avoient paru les meilleures ne lui parussent pas les plus agréables aux yeux, s'attendant que les personnes qu'il avoit le plus aimé lui paroîtroient les plus belles; & que les choses qu'il avoit trouvé les plus agréables au toucher, le seroient aussi à la vue. Nous pensions qu'il connût bientôt ce que représentoient les peintures qu'on lui montroit, mais nous vîmes dans la suite

que

que nous nous étions trompés; car environ deux mois après qu'on lui eut abattu la cataracte, il découvrit tout à coup qu'elles représentoient des corps solides. Jusqu'alors il les avoit regardées uniquement comme des plans colorés en parties, ou comme des surfaces diversifiées par différentes couleurs; mais alors il ne fut pas moins surpris de voir que ces peintures n'étoient pas sensibles comme les choses qu'elles représentoient, & il fut encore plus étonné lorsqu'il vit que les parties qui par le mêlange de l'ombre & de la lumière lui paroissoient rondes & inégales, étoient cependant au toucher aussi planes que les autres, & il demanda quel étoit le vrai sens, celui du toucher ou de la vue. Ayant vu le portrait de son pere en miniature sur la montre de sa mere, il voulut sçavoir ce que c'étoit; il reconnut la ressemblance; mais il en fut étrangement surpris, ne pouvant pas comprendre comment une grande face pouvoit être exprimée dans un espace aussi petit, disant que cela lui paroissoit aussi impossible que de faire entrer un tonneau de quelque liqueur dans une pinte.

Au commencement il ne pouvoit supporter que peu de lumière, & ce qu'il voyoit lui paroissoit extrêmement grand; mais en voyant des objets plus grands, il conçut que les premiers qu'il avoit vûs étoient moindres, n'étant pas capable d'imaginer une ligne au delà des limites de ce qu'il voyoit. Il sçavoit, disoit-il, que la chambre où il étoit n'étoit qu'une partie de la maison, cependant il ne pouvoit pas concevoir que toute la maison dût lui paroître plus grande. Avant qu'on lui eût abattu la cataracte, il croyoit que la vue ne lui procureroit pas un avantage assez considérable pour entreprendre cette opération, excepté qu'elle lui donneroit le moyen de lire & d'écrire; car il croyoit qu'il n'auroit pas plus de plaisir à se promener dehors que dans le jardin où il pouvoit le faire commodément & aisément; & il observoit qu'étant aveugle on avoit l'avantage de pouvoir aller par-tout pendant la nuit, ce que ne pouvoient pas faire ceux qui jouissoient de la vue. Après qu'il eut été guéri il ne perdit pas sitôt cet avantage, & il n'avoit pas besoin de lumière pour marcher dans sa maison pendant la nuit. Il disoit que chaque nouvel objet étoit un nouveau plaisir pour lui; & que ce plaisir étoit si grand, qu'il

ne pouvoit pas l'exprimer; mais il ne pouvoit pas cacher sa réconnoissance pour son Opérateur. Pendant quelque tems il ne pouvoit pas le voir sans verser des larmes de joie, & sans lui donner d'autres marques d'affection; & lorsqu'il manquoit de venir au tems où il étoit attendu, le jeune homme en étoit si fâché qu'il ne pouvoit s'empêcher de s'en plaindre. Un an après sa guérison il fut conduit à la ville d'*Epsom* d'où il découvrit une vaste campagne qui lui fit un grand plaisir, & il dit que c'étoit là une nouvelle maniere de voir. Peu de tems après qu'on lui eut abattu la cataracte à l'autre œil, il dit que les objets lui parurent d'abord grands à cet œil, mais non pas aussi grands qu'ils lui avoient paru au commencement à l'autre œil. En regardant le même objet des deux yeux, il lui paroissoit double de ce qu'il lui avoit paru d'un seul œil, mais l'objet ne lui parut pas répété, autant que nous pûmes en juger.

Quelques additions à cette Rélation.

134. M. *Chesselden* ajoute dans un autre écrit qu'il a fait imprimer, qu'il a donné la vue à plusieurs autres qui ne se souvenoient pas d'avoir jamais vu, & qu'ils rendoient tous le même compte de la manière dont ils avoient appris à voir, ainsi qu'ils s'exprimoient; quoiqu'ils n'entrassent pas dans un si grand détail que ce jeune Gentilhomme, & que ce qui leur étoit commun à tous, c'est que n'ayant jamais eu occasion de mouvoir leurs yeux, ils ne sçavoient comment s'y prendre, & qu'au commencement ils ne pouvoient du tout point les diriger à un objet particulier, mais avec le tems cette facilité leur vint quoique fort lentement & par degrés.

Par quelles démarches régulieres ils ont pu apprendre à connoître les objets.

135. Considérons maintenant par quelles démarches régulieres & par quelles observations un homme qui est dans ce cas peut apprendre à connoître le lieu, la grandeur, la figure & la distance des objets. Puisqu'il ne peut pas diriger son œil pour voir aucun objet en particulier (art. 134), dont il connoit le lieu par le toucher; il faut supposer au commencement son œil en repos, & lorsqu'il aura appris à connoître sa main ou le bout de ses doigts, supposons qu'il la fasse mouvoir doucement en haut & en bas; durant ce mouvement il ne pourra s'empêcher d'appercevoir quelque espece d'altération dans l'apparence visible qui sera occasionnée par le mouvement correspondant de la peinture de son doigt sur différentes parties de la

rétine. Ensuite observant avec soin & se ressouvenant de l'espece de sensation qu'il avoit eue lorsque son doigt étoit dans un lieu particulier, par exemple, au dessus de son œil; toutes les fois qu'une sensation semblable sera de nouveau excitée dans son ame par une autre peinture du même objet ou d'un autre objet qui tombera sur le même endroit de la rétine, il conclura que cet objet dont il ne connoit pas la place est au dessus de son œil, & dans l'endroit où il avoit auparavant tenu son doigt. Par de semblables observations faites avec sa main & souvent répétées, il peut connoître par la vue, le mouvement d'un corps & la direction de ce mouvement par rapport à son propre corps, & par conséquent connoître l'étendue & la situation de l'étendue, & par conséquent aussi la figure des corps, qui n'est composée que de différentes étendues placées différemment. Il peut la connoître en faisant mouvoir son doigt tout autour des extrêmités des corps, & observant les différentes inclinaisons de son mouvement visible, ou en se promenant tout autour de sa chambre; & en général en comparant les idées que la vue & le toucher fournissent à son esprit. En observant que l'apparence du même corps varie continuellement pendant que l'œil s'en approche ou s'en éloigne, il apprendra par cette variété de grandeur apparente à connoître les distances des objets à son œil & entr'eux. Enfin comme il ne peut pas s'empêcher d'appercevoir plus distinctement les objets qui sont les plus proches de l'axe de l'œil prolongé, & plus confusément ceux qui en sont éloignés, comme il arrive aux autres hommes; lorsqu'il verra qu'un objet qu'il avoit apperçu distinctement devient tout à coup confus par un mouvement accidentel de sa tête ou de son œil; la mémoire de cette perception plus distincte qu'il vient de perdre l'engagera à travailler pour la recouvrer par un mouvement volontaire de sa tête ou de son œil, jusqu'à ce que par des expériences fréquentes il ait appris à diriger son œil vers l'objet requis. On voit par là que nos perceptions des objets par la vue ne consistent qu'en ceçi. Par la mémoire des premieres perceptions des objets par la vue & par les autres sens comparés ensemble, nous concluons dans un instant que l'objet que nous n'appercevons que par la vue, affecteroit nos autres sens de telle maniere par l'expérience

que nous en avons faite auparavant. Je dis dans un instant, ce qui ne doit pas nous surprendre si nous considérons avec quelle rapidité les caracteres ou les sons des paroles, dont nous pouvions à peine nous rappeller le sons au commencement, excitent dans nos esprits les idées des choses qu'ils signifient constamment; tant est grande la force des habitudes qui lient ensemble nos idées; & ainsi l'on voit que la manière dont les objets parviennent à notre esprit par les sensations de la lumière & des couleurs, est la même que celle des langues & des signes, qui ne nous donnent pas lieu de croire que leurs objets soient signifiés par aucune ressemblance ou identité de nature, mais seulement par une connexion habituelle que l'expérience constante nout a fait observer entr'eux. (*Voyez l'Essai de* Berkeley *sur la vision.*)

Effet de la peinture renversée sur la rétine.

136. Si c'est la mémoire des mêmes sensations excitées dans les mêmes endroits, quoiqu'inconnus de la rétine, qui occasionne le même jugement du lieu d'un objet (ce qui sera mieux confirmé dans les articles suivants), les peintures renversées sur la rétine serviront autant à exciter les mêmes idées que si elles avoient été constamment droites ou obliques. Il faut seulement que l'objet & la peinture changent de place en même-tems par une regle constante quelconque. Par exemple, si un homme avoit eu en naissant un œil où les peintures des objets fussent droites, il auroit appris à juger, à connoître les objets & en parler tout comme les autres hommes; & qui peut sçavoir avec certitude si son œil n'est pas différent de ceux des autres hommes?

Quand est-ce que la vision des deux yeux est simple ou double.

137. L'axe de l'œil est une ligne menée par le milieu de la prunelle & du crystallin, & qui tombe par conséquent sur le milieu de la rétine; & les axes des deux yeux prolongés se nomment les axes optiques. Lorsque les axes optiques sont paralleles ou se rencontrent en un point, les deux milieux des rétines ou deux autres points quelconques également éloignés des milieux & du même côté à droite ou à gauche, en haut ou en bas, ou dans une direction oblique, se nomment points correspondants. Or on trouve par expérience qu'un objet ou un point d'un objet paroît simple, lorsque ses peintures tombent sur les points correspondants des rétines,

& double, lorſqu'elles n'y tombent pas. Car lorſque nous regardons un objet fixément, nous prenons l'habitude de diriger les axes optiques au point que nous conſidérons ; parce que ſes peintures tombant au milieu de chaque rétine ſont alors plus diſtinctes que ſi elles tomboient en tout autre point ; & comme les peintures de tout l'objet ſont égales enſemble & toutes deux renverſées par rapport aux axes optiques, il s'enſuit que les images de tous les points collatéraux de l'objet ſont peintes ſur les points correſpondants des rétines. Cette habitude de diriger les axes optiques au point de vûe eſt ſi forte qu'il eſt difficile de faire autrement ; tellement que lorſqu'un œil eſt fermé & l'autre en mouvement, on ſent en appliquant les doigts ſur la paupiere, que l'œil fermé ſuit toujours les mouvements de l'œil ouvert. Mais ſi en preſſant ou en abaiſſant un œil avec le doigt, on fait enſorte que les axes optiques ne ſoient pas dirigés au même point ; l'objet dans ce cas paroîtra double : & alors il eſt clair que les images ne ſont pas peintes ſur des endroits correſpondants des rétines. Par la même raiſon, ſi les axes optiques N M, O M étant dirigés vers une marque M, nous ſommes attentifs à un objet ou image *q*, placée quelque part au-dedans de l'angle N M O ou de ſon oppoſé formé par les axes optiques prolongés, l'objet *q* paroîtra en deux endroits *a* & *b* dans les directions des rayons viſuels N*q*, O*q* (art. 101). Car les peintures de l'objet *q* qui eſt entre les axes optiques, étant toutes deux renverſées par rapport aux axes, doivent tomber ſur les rétines en des côtés oppoſés des axes, & par conſéquent ſur des endroits qui ne ſont pas correſpondants. Et c'eſt là la raiſon de cette double apparence. Car cette ſituation des peintures n'arrive jamais dans l'uſage ordinaire & conſtant de nos yeux, excepté pour deux objets A & B placés à des côtés oppoſés de la marque M. Chacun de ces objets étant du même côté des deux axes doit avoir ſes peintures ſur les points correſpondants des rétines & par conſéquent paroître ſimple. Ajoutez à cela que d'un ſeul coup d'œil communément nous ne regardons point d'autre objet que ceux qui ſont tout autour de la marque M, à égales diſtances des yeux à peu-près, & non pas ceux qui ſont dans la longueur

Fig. 78.

de la ligne qui vient de notre œil. Parce que ces objets étant placés à différentes distances de l'œil, ne sçauroient être vûs distinctement tout à la fois ; étant nécessaire pour cela de changer, tant les distances du point de concours des axes optiques, que la configuration de l'œil ; afin que les peintures formées par les rayons qui viennent de différentes distances, puissent être distinctes successivement. De même si l'image q d'un objet Q se forme en quelque endroit derrière les yeux, soit par des rayons rompus ou réfléchis ; & que le verre AB soit assez large pour porter les rayons dans les deux yeux ; l'objet Q paroîtra toujours double. Car pour nous procurer la vision distincte, nous sommes accoutumés à diriger les axes optiques au même point M qui est en devant. Mais les rayons visuels ANq, BOq par où nous voyons l'objet, tendent à se réunir en q derrière les yeux, & par conséquent ils doivent tomber en C & D sur l'intérieur de leurs axes, qui ne sont pas des points correspondants. Je trouve par expérience que la distance apparente entre les deux lieux apparents de l'objet, est à fort peu près proportionnelle à la somme des arcs CE, DF sur les rétines, ou à la somme des angles aNM, bOM formés par chacun des axes optiques avec son rayon visuel, pourvû que les arcs soient tous deux en dedans ou tous deux en dehors des axes optiques : mais si l'un est en dedans & l'autre en dehors, la distance apparente des lieux apparents de l'objet se mesurera par la différence de ces arcs. Car quoique j'aie supposé jusqu'ici que l'objet étoit en dedans des angles formés par les axes optiques, afin de rendre plus sensible l'effet de la double apparence, elle sera pourtant toujours double, quoique l'objet soit placé dans l'un des deux axes ou en dehors des deux, soit plus près ou plus proche que leur point de concours. Je trouve aussi que dans toutes les situations, l'intervalle apparent entre les deux lieux apparents, continuera d'être le même pendant que les yeux rouleront tout autour, ensorte qu'ils regardent toujours des objets placés à peu-près à égales distances ; & que chaque image a ou b paroîtra vis-à-vis du même objet A ou B lorsque les deux yeux seront ouverts, comme elle paroît lorsque l'autre œil est fermé. Je trouve encore que si l'objet ou son image q

Fig. 79. Fig. 78.

formée par le verre est entre les yeux & la marque où nous visons, l'œil gauche voit l'image qui paroît à main droite, & l'œil droit celle qui paroît à gauche; ce qui paroît évidemment si l'on ouvre & si l'on ferme les yeux tour-à-tour. Mais si l'objet ou son image est en delà de la marque ou derrière les yeux, l'œil droit verra l'image qui paroît à droite, & l'œil gauche celle qui paroît à gauche. Delà il suit évidemment que les deux lieux apparents *a* & *b* de l'objet *q* ne sont ni l'un ni l'autre les mêmes que leur lieu réel, & qu'ils sont entre ce lieu réel & la marque où nous visons, mais peu éloignés du lieu réel. On voit aussi une double apparence lorsqu'on place l'extrêmité d'une regle entre les sourcils contre le front, & qu'on l'étend directement en avant avec ses deux côtés plats à droite & à gauche; car si l'on dirige l'œil à un objet éloigné, le côté droit de la regle vû par l'œil droit, paroîtra à main gauche & le côté gauche à main droite, comme on le voit dans la figure 80, où PQ représente la regle, *pq* & *πχ* ses images vûes respectivement par les yeux N, O.

Fig. 79.

Fig. 80.

Si l'on demande maintenant d'où vient qu'en voyant des deux yeux nous ne voyons pas toujours double, en conséquence de la double sensation; je crois qu'il suffit de dire que dans l'usage ordinaire de nos yeux, où les images d'un objet sont peintes constamment sur des points correspondants des rétines, le sens prédominant du toucher nous a informés originairement & constamment que l'objet est simple. Par ce moyen notre idée de son lieu extérieur est liée avec ces deux sensations, comme il est évident par son apparence en deux endroits lorsque ses images ne sont pas peintes sur les endroits correspondants des rétines dans les circonstances extraordinaires dont on a parlé ci-devant; ce qui est la seule conséquence directe que nous pouvons tirer de notre habitude générale de vision. Outre cela, toute réponse qui satisfait à cette question, doit être bonne également, selon les regles de la philosophie, pour satisfaire à toutes les autres de la même espèce : par exemple, d'où vient qu'en entendant des deux oreilles nous n'entendons pas double; qu'en touchant des deux pieds, des deux mains ou de deux doigts, nous ne

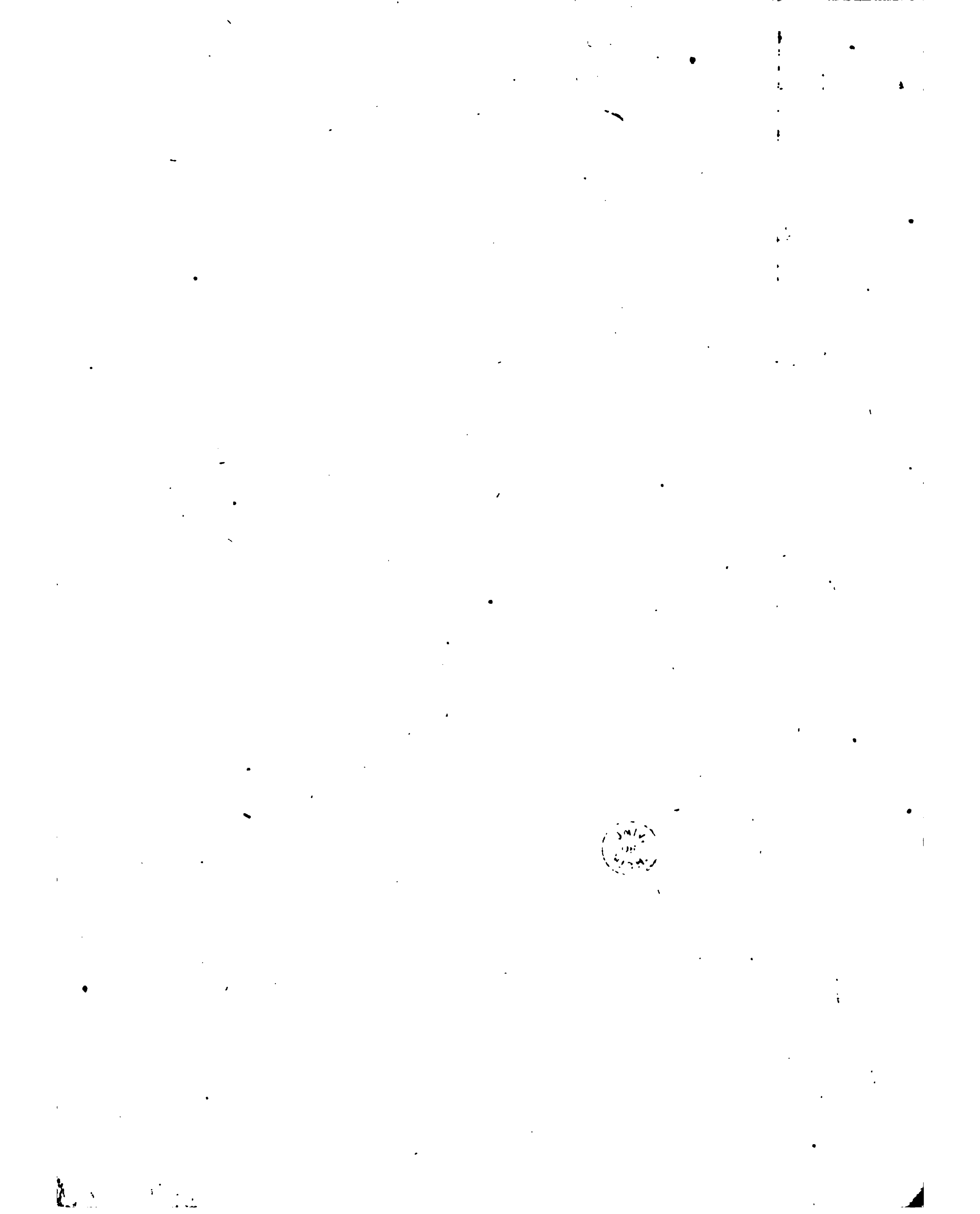
touchons pas double; comme nous le faisons réellement dans l'obscurité, lorsque nous pressons un bouton avec les deux côtés opposés de deux doigts contigus que nous tenons croisés; c'est par la raison que l'on ne s'est jamais servi de ces côtés opposés des deux doigts pour toucher une seule chose, mais toujours pour en toucher deux dans le même tems. Nous avons donc appris par l'expérience des deux sens comparés à faire accorder leurs rapports & les idées qu'ils nous donnent. Mr. *Chesselden* fait mention d'un Gentilhomme qui ayant eu l'un de ses yeux dérangé par un coup qu'il reçut à la tête, vit tous les objets doubles; mais que peu à peu ceux qui lui étoient plus familiers lui parurent simples, & qu'à la fin tous les objets lui parurent aussi simples, quoique le dérangement de l'œil fut toujours le même (*Anatomie p.* 324 3[e] *édition*) ce qui appuye extrêmement notre principe, que le jugement que nous portons du nombre & du lieu des objets extérieurs est totalement l'effet de l'expérience, par laquelle nos idées de leur nombre & de leurs situations sont constamment liées avec certaines sensations dans les lieux correspondants des rétines: tellement que si un animal avoit cent yeux, chaque objet lui paroîtroit simple par l'usage ordinaire & constant de ses yeux & centuple dans les cas extraordinaires, tels que ceux dont nous avons parlé.

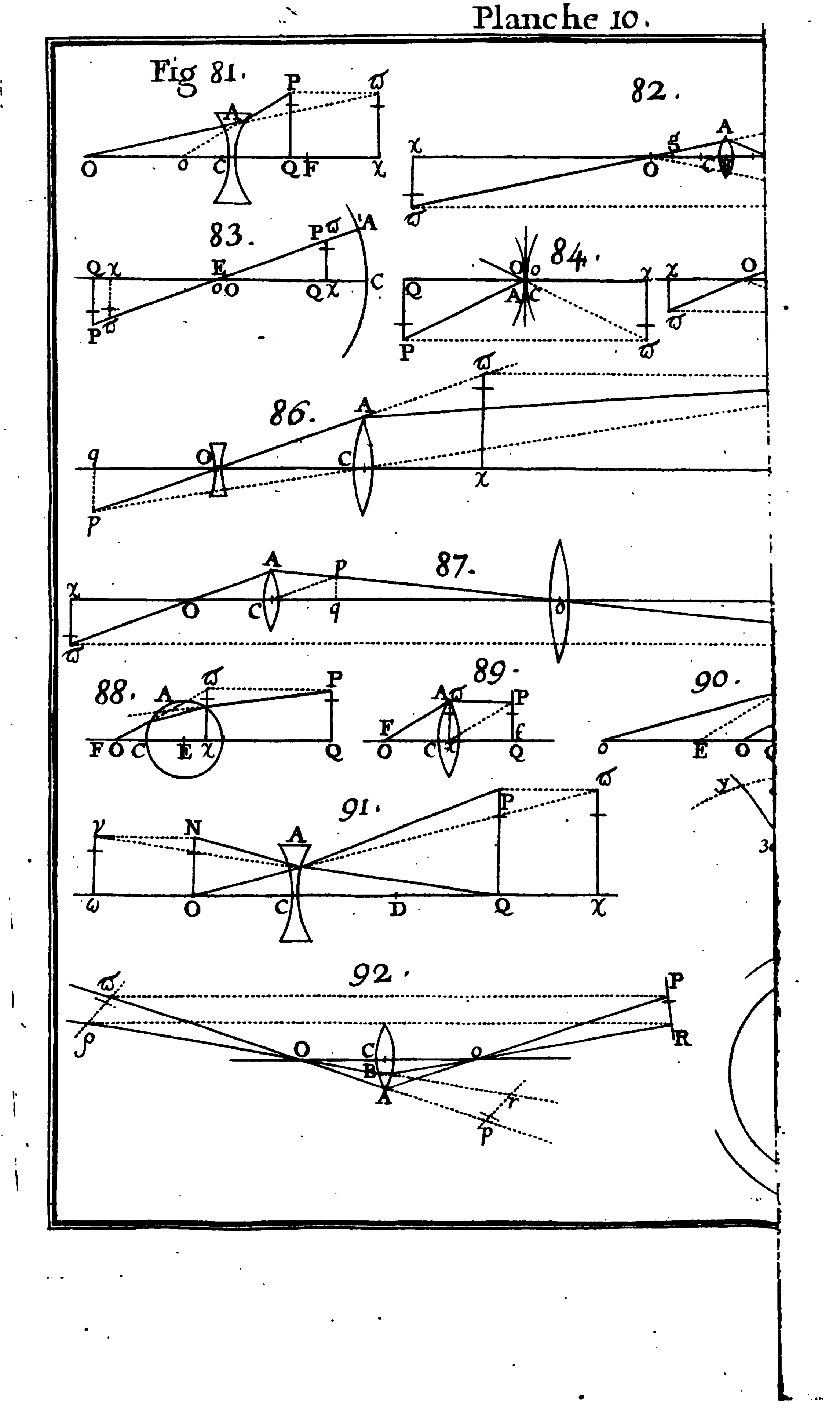
Comment on perçoit la distance apparente d'un objet.

138. La distance apparente d'un objet que l'on perçoit par la vûe, est l'idée de la distance réelle que l'on a coutume de mesurer par le toucher, comme par le mouvement du corps en marchant, ou autrement; & elle se réveille dans notre ame par la grandeur apparente de l'objet que nous voyons, si nous le voyons seul (comme un oiseau dans l'air ou un objet dans le télescope ou dans le microscope); mais si on le voit avec d'autres objets, comme il arrive ordinairement, l'idée de sa distance nous vient tant de sa grandeur apparente que de celle des autres objets qui s'étendent obliquement entre l'œil & l'objet que nous voyons; telle que la surface du terrain, des rivières, des promenades, des grands chemins, des champs, des fossés, ou des maisons dans une rue, des murailles & du plancher dans une chambre, ou du ciel sur notre tête. Car qu'est-ce que la grandeur ou l'étendue apparente

apparente d'un objet, ſi ce n'eſt la diſtance apparente de ſes extrêmités entr'elles ? Et qu'eſt-ce que la diſtance apparente entre deux objets dans une ſituation quelconque, ou entre l'objet & le ſpectateur, ſinon l'étendue apparente des objets intermédiaires ? Et comme on les voit rarement ſeuls, excepté à travers les verres, on ne peut pas douter que nous n'eſtimions leurs diſtances mutuelles & par rapport à nous par les idées que nous avons de la grandeur des objets intermédiaires. Tout le monde ſçait que les géométres, les canoniers, les voyageurs & tous les ouvriers qui ſont accoutumés à meſurer les diſtances, ſont plus capables d'eſtimer à l'œil les vraies diſtances, que ceux qui n'ont pas autant d'expérience. Quelquefois à la vérité ſans faire attention à ces ſurfaces obliques, nous nous appercevons de l'approche d'un corps par l'augmentation de ſa grandeur apparente & au contraire. Et quelquefois nous nous appercevons auſſi lorſqu'il eſt en repos, pourvu qu'il nous ſoit connu & familier. Car nous diſtinguons les corps principalement par leurs figures & leurs couleurs, & nous les regardons comme petits ou grands, non pas en les comparant avec les corps d'une autre eſpèce, mais en les comparant enſemble ; & ayant trouvé par expérience que certaines quantités de grandeur apparente d'un corps connu ſont conſtamment accompagnées de certaines quantités de diſtance ; la ſenſation de la grandeur du corps excite d'abord l'idée ordinaire de ſa diſtance ; ce qui eſt auſſi évident dans les ſurfaces obliques que dans celles qui ſont perpendiculaires à l'œil. Car les idées des diſtances variables doivent être excitées ou médiatement ou immédiatement dans notre ame par de certaines ſenſations variables, produites par certaines variations dans les peintures ſur la rétine. Mais pendant que la diſtance de l'objet varie, rien ne varie dans ſa peinture que ſa grandeur ; la figure, la couleur, la clarté (art. 93) & la diſtinction ne reçoivent dans la plûpart des cas aucune variation ſenſible : & tout le monde ſçait que pour qu'une idée en excite une autre, il ſuffit qu'on les ait conſtamment obſervées marcher enſemble, comme dans le langage & dans une infinité d'autres choſes. Enfin j'ai trouvé, par un grand nombre d'expériences que j'ai faites avec toutes ſortes de verres,

qu'en faisant croître la grandeur apparente d'un objet, par le mouvement du verre, de l'œil ou de l'objet, il m'a paru toujours s'approcher, & qu'en la diminuant il m'a paru toujours s'éloigner, excepté un ou deux cas particuliers dont nous parlerons dans la suite. Il me paroît que ces expériences résolvent parfaitement la question. Car en regardant au travers des verres seulement d'un œil & un seul objet, lorsqu'on ne voit rien dans l'espace interposé, comment se peut-il faire que les différentes grandeurs apparentes de l'objet nous donnent les idées des différentes quantités de cet espace invisible, selon une certaine regle que nous donnerons dans la suite, si ces idées n'ont pas été communément jointes ensemble avant que de regarder dans les verres ? Je trouve aussi qu'en altérant les degrés de la clarté apparente & de la distinction d'un objet, soit en le regardant par de petits trous, ou par des lentilles de différentes figures placées fort proche de l'œil, ou par les deux ensemble, la grandeur apparente (art. 109, 117) ni la distance apparente ne changent pas sensiblement. La raison en est que nous n'avons eu aucune expérience dans cette vision confuse à l'œil nud, & par conséquent quoiqu'on apperçoive clairement les différents degrés de confusion & de distinction dans les verres, il en est d'eux comme des mots d'une langue inconnue, leur signification de distance ou de toute autre chose nous est totalement inconnue. On peut dire la même chose des degrés de clarté & d'obscurité. Pendant le jour les objets nous paroissent également clairs dans toutes les distances médiocres de l'œil (art. 93), & nous retenons les mêmes idées de leurs distances pendant la nuit, lorsque nous les voyons plus obscurément. Les couleurs permanentes & les ombres des corps servent principalement à distinguer leurs figures apparentes ; & leurs couleurs & figures sont les distinctions manifestes de leurs différentes espèces, mais lorsqu'elles sont permanentes, elles ne distinguent pas leurs distances apparentes de l'œil. Lorsque l'œil est arrêté & qu'une ligne fixe s'étend de l'œil à l'objet, la divergence des rayons qui viennent des différents points de cette ligne ne sçauroit se distinguer ni s'appercevoir par les sens d'un homme qui voit distinctement. C'est une conclusion raisonnable que nous tirons




Planche 10.
Fig 81.
82.
83.
84.
86.
87.
88.
89.
90.
91.
92.

du sentiment, & qui nous apprend que les rayons sont divergents de chaque point d'un objet. La plûpart des hommes ignorent totalement cette conclusion, & les anciens Philosophes qui croyoient qu'il sortoit de nos yeux quelque chose de semblable aux rayons qui alloit vers l'objet, pouvoient distinguer les distances aussi bien que nous. Par conséquent la divergence des rayons dans les points qui sont à différentes distances n'est pas ce qui introduit dans notre ame les idées des distances. Il est vrai que quelquefois il y a des degrés de distinction & de confusion qui viennent en conséquence des distances, mais nous n'appercevons pas, comme j'ai dit ci-devant, leurs rélations aux distances. Outre cela dans la vision au travers des verres, nous avons des idées d'autant de différents degrés de distance, tant lorsque les rayons viennent convergents vers certains points derrière l'œil, que lorsqu'ils viennent divergents de certains points en devant de l'œil, comme on le verra dans la suite. La divergence des rayons par rapport au lieu d'un objet, n'est donc pas la cause qui nous le fait paroître dans ce lieu. C'est aussi un fait dans la peinture & dans la perspective, que nos idées sensibles du lieu des objets dans la peinture sont tout-à-fait différentes des idées raisonnables que nous avons des endroits d'où les rayons sont divergents : & la différence de ces idées vient des différentes grandeurs apparentes des objets représentés dans la peinture. Il est aussi évident que nos idées sensibles de la situation des parties éloignées d'une longue allée ou galerie, des nuages qui sont sur nos têtes, & de tous les corps célestes, sont tout-à-fait différentes des idées raisonnables que nous avons des endroits d'où les rayons sont divergents, comme on le verra mieux dans la suite. L'idée de la distance ne nous vient pas non plus de la grandeur des angles d'un triangle formé par les axes optiques & par l'intervalle entre les deux yeux. Car ces angles varient tous en détournant la tête lorsque nous regardons un objet, jusqu'à ce qu'à la fin nous le voyons à la même distance d'un seul œil aussi bien qu'avec les deux yeux. Ce qui fait voir aussi que l'apparence foible & confuse des objets collatéraux n'altère pas les idées que nous avons de leurs distances. L'idée de la distance ne vient pas aussi

du ſentiment que nous avons des changements qui ſe font dans nos yeux en augmentant ou reſſerrant l'intervalle entre les prunelles, lorſque nous les dirigeons à différents points. Car on apperçoit communément le lieu d'un objet en le voyant de côté, avant que de diriger les yeux pour le voir plus diſtinctement. Il ſuit de tout cela que les idées des diſtances ſont excitées dans notre ame par les idées de la grandeur des objets.

Détermination de la diſtance apparente dans les verres,

Fig. 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87.

139. Delà il ſuit qu'un objet vû par réfraction ou par réflexion, paroît à la même diſtance de l'œil, qu'il paroît ordinairement à l'œil nud, lorſqu'il a la même grandeur apparente que dans les verres. Pour déterminer cette diſtance dans tous les cas, j'imagine un rayon OA qui part de l'œil en O & qui après ſa dernière réflexion ou réfraction a pour foyer le point o dans l'axe commun OCQ de toutes les ſurfaces; s'il rencontre en P un objet PQ perpendiculaire à OQ, & ſi l'on mene une ligne Pϖ parallele à l'axe OQ & qui rencontre le rayon prolongé, en ϖ; je dis qu'en ſuppoſant que l'objet PQ ſoit porté au lieu ϖx, & qu'il y ſoit vû par l'œil nud; comme il y paroîtra ſous le même angle ϖOx ou AOC ſous lequel il paroît dans les verres, lorſqu'il eſt en PQ, il paroîtra auſſi de la même grandeur, & par conſéquent à la même diſtance de l'œil dans l'un & l'autre cas. (art. 138) Par conſéquent ſi un objet étant placé en ϖx, ſa diſtance apparente à l'œil nud eſt repréſentée par ſa diſtance réelle Ox, la même diſtance Ox repréſentera ſa diſtance apparente dans le verre, lorſqu'il étoit en PQ. J'appellerai donc Ox la diſtance apparente de l'objet PQ & ϖx ſa grandeur apparente. Lorſque le point P & le rayon OA par lequel on le voit ſont de différents côtés de l'axe OQ, le point ϖ & la ligne ϖx ſont derrière l'œil, & par conſéquent on doit les voir renverſés à l'œil nud. Mais ſi l'on aime mieux que ϖx ſoit toujours devant l'œil, il faut en ce cas renverſer l'objet PQ & le faire enſuite gliſſer le long de l'axe; alors ſon extrêmité P touchera le rayon viſuel OA prolongé à la même diſtance qu'auparavant; parce que les angles oppoſés AOC, ϖOx ſeront égaux.

140. Donc pendant que l'œil, l'objet ou les verres ſont

en mouvement, la diſtance apparente de l'objet croît en même proportion que ſa grandeur apparente décroît & au contraire. Car la même diſtance apparente du même objet vû en ϖχ par l'œil nud varie en cette proportion de la même grandeur apparente. (art. 99.)

Elle varie réciproquement comme la grandeur apparente varie.

141. Donc auſſi la diſtance apparente Oχ d'un objet PQ, vû par les verres, eſt à ſa diſtance apparente OQ, vû par l'œil nud, comme ſa grandeur apparente à l'œil nud eſt à ſa grandeur apparente dans les verres. Car en imaginant OP; puiſque PQ & ϖχ ſont égales, la première diſtance Oχ, eſt à la ſeconde OQ, comme le dernier angle POQ eſt au premier ϖOχ (art. 60). La raiſon des grandeurs vraie & apparente des objets étant déterminée pour la plûpart des cas dans le chap. précédent, leurs diſtances apparentes ſont auſſi déterminées par cette regle. Mais comme ce ſujet de la diſtance apparente n'a été traité juſqu'à préſent que fort imparfaitement par tous ceux qui ont écrit ſur l'Optique, pluſieurs Lecteurs ſeront bien aiſes de le voir ici un peu plus au long. Je vais donc déduire tous les cas de la diſtance apparente immédiatement de ſa définition (art. 139) ſans le ſecours de ces premières démonſtrations.

Diſtances vraies & apparentes comparées en général.

142. Les diſtances vraie & apparente OQ & Oχ ſont égales 1°. Lorſque l'objet touche une lentille mince, ou une ſurface ſimple; car alors les points P, A, ϖ ſe confondent. 2°. Lorſque l'œil touche une lentille mince ou une ſurface réfléchiſſante; car lorſque les points O, A, C, ſe confondent dans une lentille, le rayon viſuel paſſe à fort peu près par ſon milieu, & par conſéquent ſes parties incidentes & émergentes prolongées ſont à fort peu près paralleles & coïncidentes (art. 42) & ainſi les points P, ϖ coïncident preſque : & lorſque les points O, A, C ſe confondent dans une ſurface réfléchiſſante, les rayons incidents & réfléchis prolongés, forment des angles égaux avec la perpendiculaire QCχ & ainſi les triangles PCQ, ϖCχ ſont égaux. 3°. Lorſque l'œil eſt au centre d'un concave de réflexion. Car alors les rayons incidents & réfléchis, & par conſéquent ϖχ & PQ ſe confondent. 4°. Lorſqu'un rayon PO venant directement à l'œil, fait un angle POQ égal à AOC ou ϖOχ. Car alors les triangles POQ, ϖOχ ſont égaux. Cela

Cas où elles ſont égales.

Fig. 84.

Fig. 83.

Fig. 82.

Fig. 85. arrive dans un concave de réflexion lorſque l'objet eſt fort proche de ſon centre. Car prolongeant l'objet P Q juſqu'à ce qu'il coupe le rayon réfléchi en p, puiſque les angles P O Q, π O x ou p O Q ſont ſuppoſés égaux, les lignes P Q, p Q ſeront auſſi égales, & par conſéquent la ligne Q A coupera à fort peu près en deux également l'angle P A p, lorſque A eſt fort proche de C, (art. 59) comme le feroit une ligne menée du centre E (art. 8), & ainſi les points Q, E ſeront preſque coïncidents.

Les diſtances vraie & apparente comparées dans les téleſcopes & microſcopes.

143. La diſtance apparente d'un objet vû dans un téleſcope ou dans un microſcope eſt à ſa diſtance apparente par l'œil nud, comme ſa grandeur apparente à l'œil nud eſt à ſa grandeur apparente dans le téleſcope ou microſcope. Car ſi A C eſt l'objectif & que l'œil touche l'oculaire en O, le rayon

Fig. 86. viſuel A O le traverſera preſque en ligne droite (art. 42), & ainſi la grandeur apparente & la diſtance apparente de l'objet ſeront les mêmes que s'il n'y avoit point d'oculaire; & comme, lorſque la viſion eſt diſtincte, les rayons dans chaque pinceau ſortent paralleles de l'oculaire, la grandeur apparente & par conſéquent la diſtance apparente reſteront les mêmes qu'auparavant lorſque l'œil reculera. (art. 107). Par conſéquent la diſtance apparente dans un téleſcope eſt à la diſtance apparente à l'œil, comme la diſtance du foyer de l'oculaire eſt à la diſtance du foyer de l'objectif; par les art. 120 & 141. Ce qui peut encore ſe démontrer ainſi indépendamment de l'art. 120. Soit $p q$ l'image d'un objet éloigné, terminée par la ligne P C p, en ſorte que qC & qO ſoient les diſtances des foyers de l'objectif & de l'oculaire; ſuppoſant enſuite l'objet vû par l'œil nud en C, puiſque les angles π O x, P C Q ont des ſoutendantes égales π x & P Q, la diſtance apparente O x, dans le téleſcope, eſt à la diſtance apparente C Q à l'œil nud en C, comme le dernier angle P C Q eſt au premier π O x (art. 60) ou comme l'angle oppoſé p C q eſt à l'angle oppoſé p O q, ou parce que $p q$ eſt leur ſoutendante commune, comme la diſtance au foyer qO eſt à la premiere qC (art. 60).

Fig. 87. On prouvera la même proportion lorſque A C repréſente l'oculaire d'un téleſcope ou microſcope & que l'objectif eſt placé

en o, foyer conjugué de O. Car soit pq l'image de l'objet éloigné PQ terminée par la ligne PoA & lorsque qo & qC sont les distances des foyers des verres en o & C, le rayon AO est parallele à pC (art. 50). Or la distance apparente O$\varkappa$ est à la distance apparente oQ vûe par l'œil nud en o, comme le dernier angle PoQ est au premier ϖO$\varkappa$, ou comme l'angle opposé poq est à l'angle opposé AOC ou son égal pCq, ou comme la dernière distance qC est à la première qo.

144. Un objet vû dans un verre paroîtra derrière le verre, ou dans le verre ou par devant, selon que $\varpi\varkappa$ ou PQ, grandeur réelle de l'objet est plus grande, égale ou plus petite que la partie AC du verre où il paroît. Car puisque $\varpi\varkappa$ & AC soutendent le même angle ou des angles égaux dans l'œil, O$\varkappa$ distance apparente sera plus grande, égale ou plus petite que OC, selon que $\varpi\varkappa$ ou PQ sera plus grand, égal ou plus petit que AC. Delà il suit qu'un objet paroît toujours derrière une surface ou un verre qui ne peut pas rendre paralleles les rayons qui sont divergents de l'œil. Car alors PQ ou $\varpi\varkappa$ est toujours plus grand que AC. La regle est vraie dans un globe ou dans un nombre quelconque de surfaces, en prenant A pour le concours des parties incidentes & émergentes du rayon visuel prolongé & une perpendiculaire de A sur l'axe pour l'ouverture du verre simple.

Comparaison des distances apparentes de l'objet & du verre.

145. On voit par la ressemblance constante dans les figures des triangles AϖP, AOo que la raison de Aϖ à AP, c'est-à-dire des distances du verre aux objets apparent & réel, est la même que celle de AO à Ao ou des distances du verre à l'œil & à son foyer conjugué. Par conséquent dans les réfractions par une surface plane cette raison est la même que celle du sinus d'incidence au sinus de réfraction (art. 31) d'un rayon qui vient de l'objet à l'œil; laquelle dans les réfractions de l'eau dans l'air est celle de 3 à 4, & dans les réflexions sur un plan est une raison d'égalité.

Comparaison des distances du verre aux objets réel & apparent.

146. Donc dans ces deux cas l'objet paroît dans le lieu de son image; non pas parce que les rayons sont divergents de cet endroit à l'œil, ce que les sens n'apperçoivent pas; mais parce que l'objet est égal à l'image, & que par conséquent sa distance & sa grandeur apparente sont les mêmes que s'il étoit à la

Quelquefois un objet paroît dans le lieu de son image.

place de l'image vû par l'œil nud. Mais si l'on met un objet à la place de son image moindre qu'il n'est, il paroîtra plus grand (art. 105), & par conséquent plus proche de l'œil nud que dans le verre (art. 138); c'est-à-dire, que l'objet dans le verre paroîtra plus éloigné que le lieu de son image, & au contraire. En général, la distance apparente d'un objet, est à la distance réelle de sa dernière image, comme la grandeur réelle de l'objet est à la grandeur réelle de cette image, parce que l'objet apparent πx & la dernière image, soutendent le même angle à l'œil.

Comment la distance apparente varie pendant que le verre & l'œil étant fixes l'objet se meut.

Fig. 88.

Fig. 89.

147. Pendant que le verre & l'œil sont fixes & que l'objet s'éloigne peu à peu du verre, on peut supposer que les lignes OA, Ao sont fixes & que seulement la parallele Pπ se meut. Par où il est évident, sur-tout à cause de la ressemblance constante du triangle variable PAπ avec le triangle fixe oAO, que dans tous les verres qui ne peuvent pas rendre le rayon AP parallele à l'axe, pendant que AP croît, Aπ & Oπ croissent aussi continuellement, en quelque endroit que l'œil soit placé, & que Oπ croît aussi continuellement dans tout autre verre qui peut rendre le rayon AP parallele à l'axe, lorsque l'œil est fixe entre ce verre & son principal foyer. Mais si l'œil est arrêté dans ce foyer, Aπ étant alors zero, Oπ sera constamment égal à la distance du foyer, & lorsque l'œil est arrêté du côté où est le foyer, Oπ décroît jusqu'à ce que P arrive en o, & lorsqu'il a passé sur o, Oπ croît continuellement jusqu'à ce qu'il soit égal à OA, & alors oP égale OA & encore jusqu'à ce qu'il égale OP, lorsque l'angle PoQ devient égal à πOx ou AOC; c'est-à-dire, lorsque les grandeurs vraie & apparente de l'objet deviennent égales.

Comment elle varie lorsque le verre & l'objet sont fixes, & que l'œil se meut.

Fig. 81.

Fig. 90.

148. Il y aura de semblables variations de distance apparente pendant que le verre & l'objet seront fixes & que l'œil s'éloignera peu à peu du verre, c'est-à-dire, que dans toutes sortes de verres & de surfaces qui ne peuvent pas rendre paralleles les rayons divergents, pendant que AO croît, Oπ croît aussi continuellement en quelque endroit que l'objet soit arrêté; & dans tout autre verre qui peut rendre les rayons paralleles, Oπ croît aussi lorsque l'objet est arrêté entre ce verre & son principal foyer. Mais si l'objet est fixe à ce foyer, Oπ sera

constamment

constamment égal à la distance du foyer, & lorsque l'objet est fixe du côté où est le foyer, Oω décroît jusqu'à ce que *o* arrive en Q; mais après qu'il a passé Q, Oω croît continuellement jusqu'à ce qu'il devienne égal à OA, & alors OP égale OA comme dans l'art. précédent. Car le verre & l'objet étant fixes, l'image de l'objet l'est aussi dans sa distance & dans sa grandeur; & étant au delà du verre dans les deux premiers cas, l'angle qu'il comprend dans l'œil décroîtra continuellement tant que l'œil s'éloignera de l'objet & du verre; & par conséquent l'objet donné ωχ sera compris sous cet angle décroissant à des distances toujours plus grandes de l'œil. Mais lorsque l'objet est dans le principal foyer, l'angle qui mesure sa grandeur apparente est invariable, & par conséquent Oω est aussi invariable & égal à la longueur du foyer; & lorsque l'objet est plus loin du verre que son foyer, son image est aussi de ce côté du verre, & l'œil en s'éloignant du verre s'approche d'abord de l'image fixe jusqu'à ce qu'il l'ait rencontrée, & ensuite il s'en éloigne; de sorte que la grandeur apparente croît d'abord & ensuite décroît; & par conséquent la distance apparente diminue d'abord jusqu'à zero & ensuite croît continuellement. (art. 140).

Deux personnes qui se regardent mutuellement à travers une lentille paroissent à la même distance l'une de l'autre.

149. Deux personnes NO, PQ qui se regardent mutuellement au travers d'une lentille donnée AC, paroissent à égales distances l'une de l'autre. Car soient deux rayons PAO, NAQ qui se coupent mutuellement dans un point quelconque de la lentille, & que les rayons visuels OA, QA prolongés rencontrent les paralleles Pω, Nν en ω & ν, les perpendiculaires ωχ, νω seront les objets apparents (art. 139). Mais puisque les inclinaisons des rayons NAQ, PAO sont égales (art. 45) les angles NAO, PAQ seront aussi égaux; & étant fort petits, NO est à PQ (comme AO est à AQ, art. 57), ou comme l'angle AQC est à l'angle AOC (art. 60), c'est-à-dire, les objets apparents νω, ωχ sont proportionnels aux angles qu'ils soutendent aux yeux Q, O & par conséquent leurs distances à ces yeux seront égales, comme dans tous les cas de la vision avec l'œil nud.

Fig. 91.

A deux lieux quelconques équi-distants des personnes.

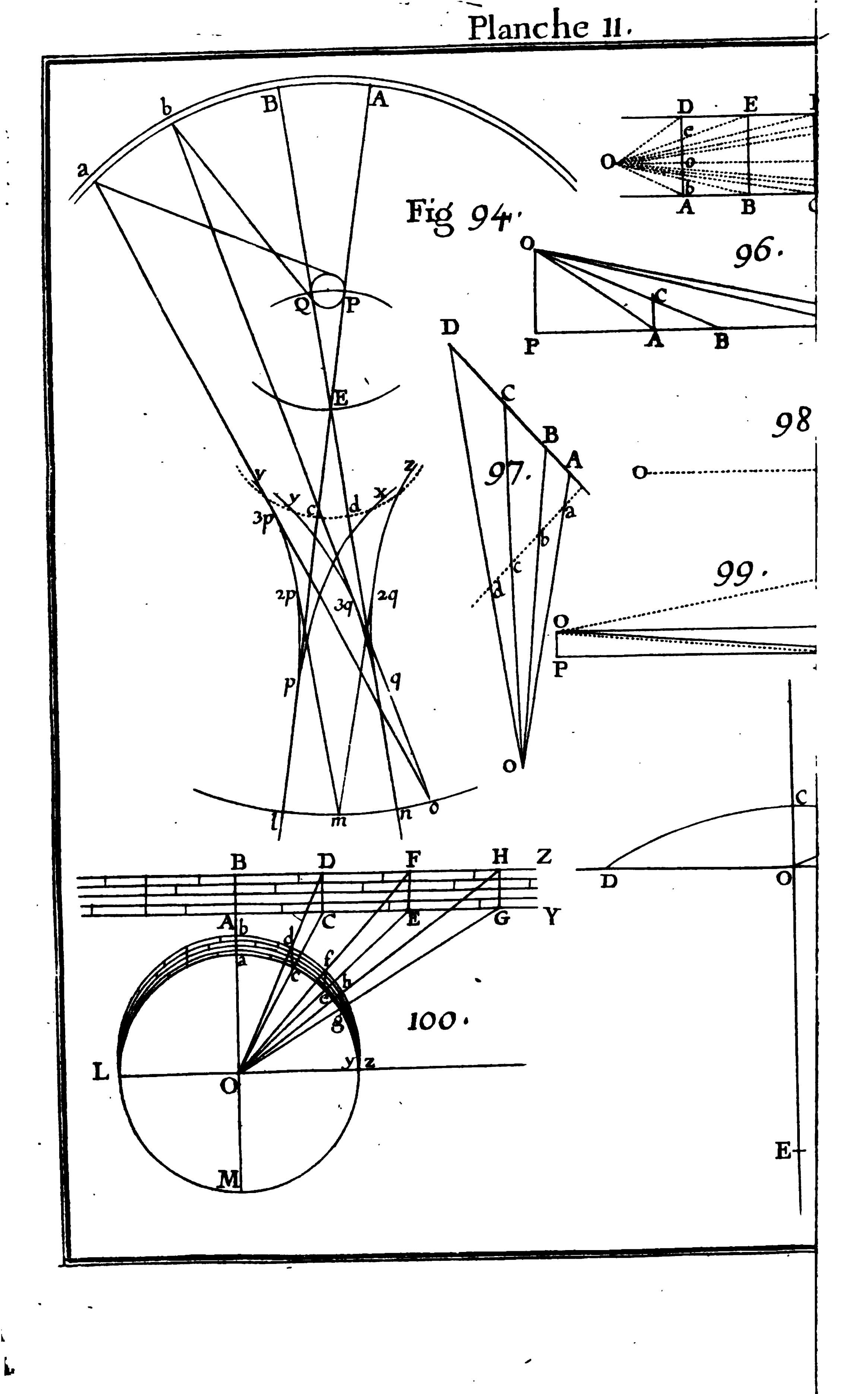
150. Donc lorsque le verre est dans deux endroits quelconques C, D, équi-distants des extrêmités de l'intervalle donné

OQ, l'objet paroîtra à la même distance au même œil. Car Ox distance apparente de l'objet PQ étant égale à Qo, distance apparente de l'objet NO vû à travers le verre à la distance QC, sera aussi égale à la distance apparente de l'objet PQ, vû à travers le verre placé à la distance OD égale à QC.

Comment la distance apparente varie pendant que l'œil & l'objet sont fixes & que le verre se meut.

151. Lorsque l'intervalle entre l'œil & l'objet est fixe & qu'on fait mouvoir peu à peu une lentille concave d'un bout à l'autre, la distance apparente de l'objet croît au commencement & ensuite décroît, & la plus grande de toutes se trouve lorsque le verre est exactement au milieu de cet intervalle. Mais lorsqu'on porte une lentille convexe d'un bout à l'autre, la distance apparente de l'objet décroît au commencement & ensuite croît, & la moindre de toutes arrive lorsque la lentille est exactement au milieu de cet intervalle, pourvû qu'il soit moindre que 4 fois la distance du foyer de la lentille ; s'il est égal à 4 fois cette distance, l'objet apparent paroîtra toucher l'œil, étant infiniment grand & infiniment confus lorsque le verre est au milieu. Et lorsque l'intervalle entre l'œil & l'objet est plus grand que 4 longueurs du foyer, l'objet paroît infiniment grand & confus, & par conséquent infiniment proche de l'œil, lorsque la lentille est en deux endroits comme C & D équi-distante de l'œil & de l'objet ; de sorte que pendant qu'on porte la lentille d'un bout à l'autre, la distance apparente commence à décroître & ensuite elle croît jusqu'à ce que la lentille arrive au milieu, & alors elle décroît & croît de nouveau, jusqu'à ce que la lentille soit à l'autre bout. Lorsque la lentille est au milieu, la distance apparente de l'objet est moindre, égale ou plus grande que sa vraie distance, selon que tout l'intervalle est moindre, égal ou plus grand que 8 fois la distance du foyer de la lentille ; & par conséquent s'il est plus grand que 8, la distance apparente sera égale à la vraie distance, lorsque la lentille sera en deux endroits entre C & D également distants des deux & du milieu ; & tout cela arrivera pendant que la grandeur apparente de l'objet croît, sa distance apparente décroissant & au contraire, (art. 140) comme on peut s'en convaincre si l'on en fait l'expérience. Nous donnerons dans le livre suivant la raison de toutes ces apparences par une regle facile.




Fig 94.
96.
97.
98
99.
100.

Détermination des apparences des objets inclinés.

Fig. 92.

152. Lorſqu'un objet PR eſt incliné à l'axe d'un verre, on peut déterminer ſon inclinaiſon apparente, comme ci-devant (art. 139) en menant les lignes Pϖ, Rρ paralleles à l'axe ou au rayon non rompu OC, juſqu'à leur rencontre avec les rayons OA, OB par où l'on voit les points P & R, en ϖ & ρ; & menant la ligne $\varpi\rho$ qui ſera l'objet apparent, parce que ſes extrêmités ϖ, ρ, vûes de l'œil nud, ſont les lieux apparents dans le verre, des extrêmités de deux autres objets qui toucheroient celles de l'objet incliné PR & qui ſeroient perpendiculaires à l'axe du verre (art. 139): en obſervant, comme ci-devant, que lorſque PR & AB ſont de différents côtés de l'axe, l'œil nud doit être renverſé pour voir l'inclinaiſon de $\varpi\rho$ ou bien qu'on doit prendre deux autres diſtances O*p* & O*r* égales à Oϖ & Oρ dans les parties oppoſées des mêmes rayons prolongés; & alors ſi l'on éloigne le verre, la ligne *pr* paroîtra au même endroit & dans la même poſition où l'objet PR paroiſſoit dans le verre.

Et des objets paralleles à l'axe.

153. Donc ſi un objet PR eſt parallele à l'axe du verre, on le prolongera juſqu'à ce qu'il coupe les rayons viſuels OA, OB en ϖ & ρ, & la ligne $\varpi\rho$ paroîtra à l'œil nud dans la même place & poſition que PR paroît dans le verre. On doit obſerver que les places réelles des lignes PR, $\varpi\rho$ ne paroiſſent pas à l'œil nud paralleles à l'axe quoiqu'elles le ſoient réellement; mais qu'elles paroiſſent convergentes vers les parties les plus éloignées de l'axe, par la raiſon que nous en donnerons dans l'art. 156.

Définition.

Par la deſcription des cauſtiques dans les art. 69 &c. on comprendra aiſément que le bord d'une platine mince peut ſe courber d'une telle manière & avec un tel degré de convexité, que lorſqu'elle eſt appliquée en dedans de la concavité d'une branche d'une cauſtique donnée, elle touche chaque rayon dans un point différent de ſa convexité (comme on le verra mieux dans les art. 445, 446). On peut auſſi appeller ce bord convexe branche de la cauſtique & il eſt repréſenté dans les figures ſuivantes par la courbe *p* 3 *pv* ou *q* 3 *qy*, &c. Fig. 93, 94.

Les rayons viſuels touchent la branche d'une cauſtique.

154. Donc lorſque l'œil eſt arrêté en quelque point *o* & placé en quelque point de la courbe d'une cauſtique donnée, formée par les réfractions ou réflexions de tous les rayons qui

viennent de P, le rayon visuel (art. 90) par lequel il voit P, peut se trouver en menant une ligne de l'œil *o* qui soit tangente à la branche de la caustique dans un point $3p$, sans couper cette branche. Et si l'on conçoit un fil délié qui soit attaché au bout de cette branche le plus éloigné de l'œil & qui soit roulé sur une partie de sa convexité, s'étendant ensuite en ligne droite $3po$, le point P paroîtra toujours dans les directions successives de ce fil pendant que l'œil ou la caustique seront mus par côté.

Comment la grandeur apparente d'un objet varie par le mouvement de l'œil, de l'objet ou du verre de côté.

155. Si l'on voit un petit objet rond au travers d'une sphére ou dans une partie si grande d'un miroir concave qu'il se forme une caustique, il paroîtra plus grand & plus proche de l'œil lorsque l'œil sera placé dans une ligne menée par l'objet & par le centre de la sphére ou du miroir concave : & l'objet paroîtra toujours plus petit & plus éloigné pendant que l'œil ou la sphére ou l'objet même seront mus de côté : les apparences contraires arriveront dans un moindre degré lorsqu'on verra l'objet droit ; ce qu'on peut démontrer ainsi. Par le centre E de la sphére ou du miroir, menez deux lignes EP, EQ qui touchent les côtés opposés du petit objet rond PQ & soient *p* & *q* les pointes des caustiques formées par les pinceaux des rayons qui viennent de P & de Q & *pv*, *px*, *qy*, *qz* leurs branches qui seront toujours convexes vers les axes PE*p*, QE*q* de ces pinceaux (art. 69, &c.). Menez du centre E avec un demi-diamétre E*l*, un arc *lmno* qui coupe les axes prolongés P*p*, Q*q* en *l* & *n* & de l'œil placé d'abord en *m* en dedans de l'angle *l*E*n* sous les axes, menez les lignes $m2p$, $m2q$ qui touchent une branche de chaque caustique ; l'objet PQ paroîtra sous l'angle visuel $2pm2q$ (art. 154). Ensuite de l'œil arrivé en un point quelconque *o* hors de l'angle *l*E*n* sous les axes, menez deux autres lignes $o3p$, $o3q$, qui touchent une branche de chaque caustique en $3p$ & $3q$ & l'objet PQ paroîtra sous l'angle visuel $3po3q$ (art. 154). Or pendant que l'œil se meut de côté dans l'arc *mno*, l'un des points d'attouchement $2p$, se meut continuellement dans la même branche depuis $2p$ jusqu'à $3p$, mais l'autre point $2q$ se meut d'abord depuis $2q$ jusqu'à *q* dans la même branche & ensuite il revient le long de l'autre branche

de la même caustique depuis la pointe *q* jusqu'à 3*q* & ainsi les rayons visuels 3*po*, 3*qo* vont à l'œil en *o* par les branches des deux caustiques, qui sont toutes deux du même côté de leurs axes E*p*, E*q*. Soit un cercle décrit du centre E qui coupe ces deux dernières branches 3*pp*, 3*qq* aux points *v* & *y*, & leurs axes respectifs E*p*, E*q* en *c* & *d*. Puisque les deux caustiques, à cause des distances égales EP, EQ, qui viennent de la rondeur de l'objet PQ, sont égales entr'elles, on comprend aisément que l'arc *cv* est égal à *dy*, & que par conséquent l'arc *vy* entre ces deux branches est égal à l'arc correspondant *cd* entre leurs axes. Et cette propriété étant la même dans tous les cercles décrits du centre E, il suit que ces branches s'approchent l'une de l'autre en s'approchant du centre E. Donc lorsque l'objet paroît renversé à l'œil en quelque endroit que ce soit de l'arc *mno* (art. 103), il paroîtra plus grand lorsque l'œil sera entre les axes E*p*, E*q*, & toujours plus petit, & par conséquent plus éloigné (art. 138) lorsque l'œil sera mû de côté, parce que l'angle visuel décroît. Et l'on comprend aisément par la Fig. 93 que le contraire doit arriver, lorsque l'objet paroîtra droit. On voit qu'il y a une variété semblable d'apparences lorsque l'œil est fixe & que l'objet se meut de côté dans l'arc PQ dont le centre est E & aussi lorsque le centre E de la sphère ou du miroir se meut de côté dans un cercle dont le centre est dans l'objet. Fig. 94.

Les lignes paralleles vues obliquement paroissent convergentes.

156. Les lignes paralleles vûes obliquement comme ABC, DEF paroissent toujours plus convergentes à mesure qu'elles s'éloignent de l'œil. Parce que les grandeurs apparentes de leurs intervalles perpendiculaires AD, BE, CF &c. diminuent continuellement & c'est par la même raison qu'elles paroissent convergentes vers une ligne imaginaire OG menée de l'œil parallelement aux deux lignes AC, DF. C'est par la même raison que les parties les plus éloignées d'une allée ou d'un pavé paroissent monter peu à peu, & que le plancher paroit descendre vers la ligne horizontale OG. C'est pour cela que la surface de la mer vûe d'un lieu élevé paroit monter insensiblement depuis la côte, & que les parties supérieures des batiments fort élevés paroissent penchées au-dessus de l'œil Fig. 95.

qui eſt en bas, parce qu'elles paroiſſent s'approcher de la ligne verticale OG.

Variation de la grandeur apparente d'un objet oblique.

Fig. 96.

157. La grandeur apparente d'une ligne donnée AB, vûe fort obliquement à une diſtance donnée OA, croît & décroît à proportion de la ligne OP diſtance perpendiculaire de l'œil à cette ligne AB prolongée; pourvû que la diſtance AO ſoit fort grande en comparaiſon de AB. Car ſoit le rayon BO qui coupe une ligne AC perpendiculaire à AB en C; pendant que l'œil s'éleve ou s'abaiſſe dans la perpendiculaire OP, la ligne AC croît ou décroît avec OP, auſſi bien que l'angle AOC compris par AC (art. 59) & cet angle meſure la grandeur apparente de AB (art. 98). Ainſi les grandeurs apparentes des parties égales AB, $\alpha\beta$ d'une ligne PAα vûe fort obliquement à de grandes diſtances de l'œil ſont en raiſon réciproque doublée de ces diſtances. Par exemple, ſoit Oβ double de OB, l'angle OBP ſera double de OβP (art. 60) & par conſéquent puiſque AB & $\alpha\beta$ ſont égales, la perpendiculaire AC ſera double de $\alpha\gamma$, & étant vûe deux fois auſſi proche que $\alpha\gamma$, elle paroitra quatre fois plus grande que $\alpha\gamma$. De même ſi Oβ eſt triple de OB, la ligne AC ſera triple de $\alpha\gamma$ & étant vûe trois fois plus proche que $\alpha\gamma$, elle paroitra neuf fois plus grande & ainſi de ſuite. Donc les intervalles apparents entre une rangée de colomnes diminuent en plus grande proportion que leurs hauteurs apparentes.

D'où vient que les diſtances inégales paroiſſent égales.

158. Cette prompte diminution des grandeurs apparentes des parties les plus éloignées des longues lignes ou diſtances, eſt cauſe de la grande difficulté & de l'incertitude où l'on eſt lorſqu'on veut eſtimer leurs quantités. Car les différences de diverſes diſtances ou hauteurs quelque grandes qu'elles ſoient en elles-mêmes, deviennent à la fin inviſibles à cauſe de la petiteſſe des angles qu'elles forment dans l'œil, & qui eſt occaſionnée par leur obliquité, & alors ces hauteurs & diſtances inégales paroiſſent égales.

Et quelquefois plus courtes d'autres fois plus longues.

159. Les diſtances à l'œil vûes ſur une ſurface raboteuſe & inégale paroiſſent plus courtes que ſi elles étoient parfaitement planes; car les inégalités de la ſurface, comme ſont les montagnes, les vallées & les rivieres qui ſont en bas & hors de la

vue, ou ne paroissent pas, ou empêchent les parties qui sont par derrière de paroître. On observe communément que les deux bords d'une rivière paroissent contigus à un œil éloigné, lorsque la rivière est basse & qu'on ne la voit pas; tellement que ceux qui voyagent dans un pays étranger sont souvent incertains du côté où la rivière coule, & si les objets qu'ils ont devant les yeux sont en deçà ou en delà de la rivière; & lorsqu'on voit un drapeau ou une girouette au-dessus d'un bâtiment élevé, on ne peut distinguer à la vue que dans une distance modérée si ce drapeau appartient à ce bâtiment ou à quelque autre par derrière. De même, le Soleil, la Lune, les nuages, le haut des montagnes & tous les objets qui sont vûs dans l'horizon, étant vûs dans la même direction, paroissent tous à la même distance.

160. Les quatre derniers articles nous donnent la solution de diverses tromperies dans la vision, dont voici quelques-unes. Comme les distances obliques nous paroissent plus longues à proportion que l'œil est plus élevé pour les mieux voir, il s'ensuit que l'œil étant placé à quelque distance d'une montée douce comme celle d'un théâtre de comédie, ou d'une montagne qui s'éleve à l'extrêmité de allée, nous devons trouver ces montées beaucoup plus longues que si elles étoient de niveau, sur-tout si on les a renversées avec art dans les parties les plus éloignées; car en ne faisant pas attention à la réalité de ces montées, nous nous en formons la même idée que si c'étoit une longue allée de niveau dont les côtés seroient paralleles. Or comme l'élévation du terrain avec la diminution insensible de sa largeur n'étant pas observée, nous le fait paroître plus long & par conséquent moins diminué dans sa largeur, que si la même étendue étoit de niveau, & que ses côtés fussent paralleles; il s'ensuit qu'une douce montée seule, dont les côtés sont paralleles, aggrandira toujours l'apparence de leurs parties les plus éloignées, jusqu'à faire paroître paralleles ou même divergents les côtés qui réellement sont paralleles; ce qui est contraire à l'apparence commune des côtés paralleles. On peut voir une tromperie de cette espece dans la vue de deux rangs paralleles d'arbres, lorsqu'on les regarde du devant de la maison de M. *North* à *Rougham* en

Tromperies dans la vision.

Norfolck, ainsi que je l'ai appris de son voisin *Martin Folkes*, Ecuyer, à qui ses grandes connoissances & sa curiosité ne laissent rien échapper. M. *North* l'ayant assuré que ses deux rangs d'arbres étoient paralleles, quoiqu'ils lui parussent divergents, il fut fort surpris de cette apparence extraordinaire; mais après quelques réflexions, il s'apperçut que la cause de cette tromperie étoit une montée douce du terrain où les arbres étoient plantés, & une pente douce de la longueur d'un demi-mille, depuis la maison jusqu'au commencement de la plantation.

Il me dit aussi qu'en marchant pendant une nuit obscure dans une rue où il n'y avoit qu'un rang de lampes, il s'est souvent mépris sur le côté où étoient les lampes; ce qu'il
Fig. 97. explique en cette manière. Soit O le spectateur; A, B, C, D, les lampes à sa main droite, A*a*O; B*b*O, C*c*O, D*d*O, les rayons qui viennent à son œil. S'il s'imagine que la lampe la plus proche A est la plus éloignée, par exemple en *a*, il s'imaginera aussi que toutes les autres sont en *b*, *c*, *d*, dans une position contraire sur la ligne qui s'étend à sa main gauche.

L'idée de la situation oblique d'un objet qu'on voit seul, est excitée dans notre ame par plus de grandeur apparente ou par plus de distinction dans la vue des parties les plus proches que des parties les plus éloignées; & par conséquent si l'objet est si éloigné ou si uniforme que nous ne soyons pas affectés d'une différence sensible dans ces perceptions, nous sommes exposés à nous méprendre sur sa position; car le même objet peut paroître sous le même angle AOD dans les deux positions obliques AD & *ad*.

Delà vient que nous nous trompons quelquefois sur la position d'un drapeau ou d'une girouette; & qu'en prenant le bout le plus proche de la voile d'un moulin à vent pour le plus éloigné, nous nous trompons quelquefois sur le cours de son mouvement circulaire. Car si un spectateur en O, placé à peu près dans
Fig. 98. le plan des voiles prolongées, s'imagine que le bout A le plus éloigné d'une voile AE est le plus proche, & que le mouvement réel des voiles soit dans la direction des lettres ABCDE, lorsque A se meut en B, & que la ligne BO coupe le cercle

cercle ABCDE en D; puisqu'il s'est d'abord imaginé que l'extrêmité A étoit en E, il ne l'imaginera pas maintenant en B mais en D; & ainsi il croira que le mouvement se fait de E en D, tout au contraire du mouvement réel de A en B. L'incertitude où l'on est quelquefois de la direction du mouvement de l'anneau que forme une chandelle allumée en tournant autour d'un point à quelque distance, vient de la même cause. Delà vient aussi que nous prenons souvent pour convexe ce qui est concave avec l'œil nud, mais encore plus souvent en considérant des cachets & des impressions avec un verre convexe ou avec un double microscope, & des montagnes pour des vallées dans la Lune avec des télescopes, surtout lorsqu'ils renversent les objets. Ce qui nous jette dans ces méprises, c'est un jugement imparfait que nous formons des distances des parties d'un objet, & qui est appuyé par une position contraire des ombres formées par la lumière latérale.

Nous sommes souvent trompés dans notre estime des distances par la grandeur des objets que nous voyons au bout de ces distances; ainsi en voyageant vers une grande ville, ou un château, ou une Eglise cathédrale, ou une montagne plus grande que les autres, nous croyons que ces objets sont plus proches que nous ne les trouvons ensuite par expérience. Car comme les idées de certaines quantités à des distances connues sont ordinairement liées avec les grandeurs apparentes des objets ordinaires qui nous sont connus; & comme les grandeurs apparentes de ces grands objets à de plus grandes distances sont les mêmes que celles des petits objets à de petites distances, il n'est pas surprenant qu'ils reveillent dans nous l'idée ordinaire d'une petite distance attachée à celle des objets les plus communs. Cela est encore plus évident si l'on fait attention que le voyageur ignore la nature du pays & l'inégalité du terrain interposé. Les animaux & les petits objets que l'on voit dans les vallées, contigus à de grandes montagnes, nous paroissent extraordinairement petits, parce que nous croyons que la montagne est plus proche de nous que si elle étoit plus petite; & nous ne serions pas surpris de la petitesse des animaux voisins, si nous pensions qu'ils fussent plus éloignés. De même lorsqu'ils sont placés en haut de la mon-

tagne ou sur un grand bâtiment, & qu'on les voit d'en bas, on croit par la même raison qu'ils sont extraordinairement petits, & aussi parce qu'on juge que la montagne ou le bâtiment est plus bas à proportion que s'il étoit plus petit, tant à cause de sa grandeur extraordinaire que de la plus grande obliquité de ses parties les plus élevées par rapport aux rayons visuels. *Dechalles* nous dit (*Cursus mathem. t.* 3, *p.* 435 2ᵉ. *édit.*) qu'étant au bas d'une montagne il vit une fois des corbeaux qui voloient pour la traverser; il crut au commencement qu'ils étoient plus hauts que la montagne, parce qu'apparemment ils lui paroissoient très-petits en comparaison, mais il remarqua qu'il resta une demi-heure à monter. J'ai oui dire que la partie d'un monument élevé au-dessus des maisons voisines, étoit 5 fois plus haute que ces maisons, & que cependant d'en bas elle ne paroissoit que deux ou trois fois plus haute, à cause de sa grandeur extraordinaire & de l'obliquité de la vue.

Aguilonius (*Optique*, *p.* 223) parle d'une tromperie dans la distance qu'il a souvent observée & admirée. Dans les grandes chaleurs d'été, le matin lorsque les vapeurs s'exhalent des terrains humides, on les voit souvent fort proches dans des lieux connus; mais aussi-tôt qu'elles se sont séparées de la terre & qu'elles commencent à s'élever, elles paroissent si éloignées que je n'aurois jamais cru, dit-il, qu'elles fussent suspendues sur le même endroit, si je ne les y avois pas vûes un moment auparavant. La raison de cette apparence est qu'on les voit alors de la même manière & dans la même direction que les autres nuages éloignés qui sont dans l'horizon & qu'on ne peut pas en distinguer la différence, parce qu'on ne voit aucune surface entre les deux, comme étoit la surface du terrain lorsque la vapeur commençoit à s'élever au dessus.

On dit que les voyageurs observent communément pendant la nuit ou vers le soir dans l'obscurité que les objets voisins, comme les arbres & les maisons, leur paroissent fort grands & fort éloignés. La raison en est, que ne pouvant pas discerner la quantité du terrain interposé, ils rapportent les objets à la lueur du Ciel qui paroît encore dans l'horizon, & qu'ainsi ils pensent qu'ils sont plus éloignés & par conséquent plus grands. Ainsi je me souviens que je pris une côte d'armes rouge, qui étoit au

haut d'une porte de fer au bout d'une allée, pour une maison de brique qui étoit dans les champs au-delà.

Détermination de la plus grande quantité de distance apparente.

161. Si la surface de la terre étoit un plan parfait, la distance de l'horizon visible à l'œil surpasseroit à peine 5000 fois la hauteur de l'œil au-dessus du terrain ou la distance de 5 milles, en supposant l'œil élevé de 5 à 6 pieds; & tous les objets placés au-delà de cette distance paroîtroient dans l'horizon visible. Car soit OP la hauteur de l'œil au-dessus de la ligne PA menée sur le terrain. Si un objet AB égal en hauteur à PO est porté à la distance PA égale à 5000 fois cette hauteur, il sera à peine visible à cause de la petitesse de l'angle AOB (art. 97). Par conséquent toute distance AC, quelque grande qu'elle soit au-delà de A, sera invisible. Car puisque AC & BO sont paralleles, le rayon CO coupera toujours AB en quelque point D entre A & B, & par conséquent l'angle AOC ou AOD sera toujours moindre que AOB. Donc AD ou AC seront invisibles. Donc tous les objets & nuages, comme CE & FG, placés dans toutes les distances au-delà de A, s'ils sont assez hauts pour être visibles ou compris dans l'œil par un angle plus grand que AOB paroîtront dans l'horizon AB, parce que la distance AC est invisible.

Fig. 99.

Explication de la concavité apparente du Ciel.

162. Donc si l'on suppose une très-longue suite d'objets ou une muraille très-longue ABZY construite sur ce grand plan & que sa distance perpendiculaire OA de l'œil en O, soit égale à la distance O*a* de l'horizon visible ou plus grande, elle ne paroîtra pas droite mais circulaire, comme si elle étoit bâtie sur la circonférence de l'horizon *acegy*; & si la muraille étoit prolongée à une distance immense, ses extrêmités YZ paroîtroient à l'horizon dans l'endroit *yz* où il est coupé par une ligne O*y* parallele à la muraille. Car supposant un rayon YO, l'angle YO*y* ne seroit pas sensible. Imaginons que ce plan infini OAY*y* avec la muraille qui est au-dessus, tourne autour de la ligne horizontale O*y* comme le couvercle d'une boëte, jusqu'à devenir perpendiculaire à l'autre moitié du plan horizontal LM*y* & que la muraille lui soit parallele comme un grand plancher au-dessus de la tête; alors la muraille paroîtra comme la figure concave des nuages qui sont au-dessus de la

Fig. 100.

terre. Mais quoique la muraille dans l'horizon paroiſſe avoir la figure d'un demi-cercle, le plancher n'aura pas la même apparence, mais il paroîtra beaucoup plus applati. Parce que le plan horizontal étoit une ſurface viſible, qui nous donnoit l'idée des mêmes diſtances tout autour de l'œil; mais dans le plan vertical qui s'étend entre l'œil & le plancher, il n'y a rien qui affecte les ſens & qui donne une idée de ſes parties, ſi ce n'eſt la ligne commune O*y* : par conſéquent les diſtances apparentes des parties plus élevées du plancher, diminueront peu à peu en s'élevant depuis cette ligne. Mais lorſque le Ciel eſt entièrement couvert de nuages de peſanteurs égales, ils flottent tous dans l'air à hauteurs égales au-deſſus de la terre, & par conſéquent ils forment une ſurface qui reſſemble à un grand plancher & qui eſt auſſi plate que la ſurface viſible de la terre. Sa concavité n'eſt donc pas réelle mais apparente, & lorſque les hauteurs des nuages ſont inégales, comme leurs figures réelles & leurs grandeurs ſont toutes inconnues, l'œil ne peut gueres diſtinguer les diſtances inégales de ceux qui paroiſſent dans les mêmes directions, à moins qu'ils ne ſoient fort proches de nous ou qu'ils ne ſoient pouſſés par des vents contraires. De ſorte que la figure viſible de toute la ſurface reſte la même dans l'un & l'autre cas. Et lorſque le Ciel n'eſt couvert qu'en partie ou qu'il eſt entièrement délivré des nuages, c'eſt un fait qu'il nous reſte la même idée de ſa concavité qne nous avions lorſqu'il étoit totalement couvert. Mais ſi l'on veut que la réflexion de la lumière produite par l'air pur ſuffit pour nous fournir cette idée, je ne le conteſterai pas.

Détermination de la concavité apparente du Ciel.

163. La concavité du Ciel paroît à l'œil qui eſt le ſeul juge de la figure apparente, comme une portion d'une ſurface ſphérique moindre que l'hémiſphere, c'eſt-à-dire, que le centre de cette concavité eſt beaucoup au-deſſous de l'œil; & prenant un milieu entre pluſieurs obſervations, je trouve que la diſtance apparente de ſes parties à l'horizon eſt communément de 3 à 4 fois plus grande que la diſtance apparente de ſes parties vers le zénith. Car ſi l'arc ABCD repréſente la concavité apparente du Ciel, O la poſition de l'œil, OA & OC, les diſtances apparentes horizontale & verticale, dont on cherche la poſition; cherchez première-

Fig. 101.

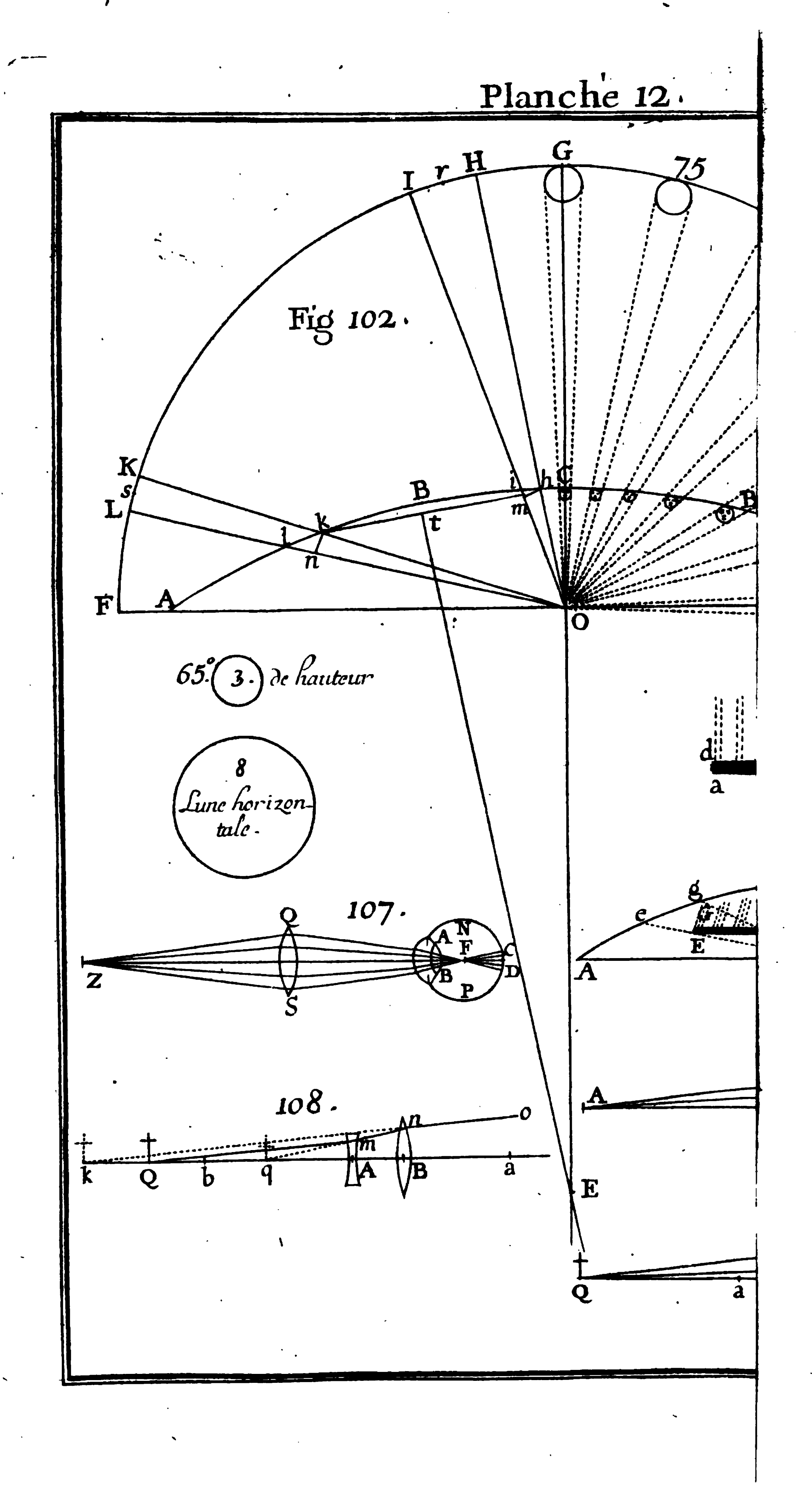


Planche 12.
Fig 102.
G
75
I
r
H
K
s
L
F
A
l
k
n
B
t
i
h
C
m
B
O
65.° 3. de hauteur
8
Lune horizontale.
d
a
107.
Q
Z
S
A
N
F
B
P
C
D
g
e
G
E
A
108.
n
o
m
k
Q
b
q
A
B
a
E
Q
a

ment en quel tems le Soleil, la Lune, un nuage ou une étoile est dans telle position B, que les arcs apparents BA, BC qui s'étendent de part & d'autre de cet objet vers l'horizon & le zénith, paroissent égaux à l'œil. Ensuite prenant la hauteur de l'objet B avec un quart de cercle ou une arbalestrille, ou la trouvant par le calcul astronomique pour le tems donné, vous aurez l'angle AOB. Menant donc la ligne OB dans cette position & y déterminant un point B à volonté, on cherchera en bas dans la ligne CO prolongée le centre E d'un cercle ABC, dont les arcs BA, BC interceptés entre B & les côtés de l'angle droit AOC soient égaux entr'eux; cet arc ABCD donnera la figure apparente du Ciel. Car à l'œil nous estimons la distance entre deux objets quelconques dans le Ciel par la quantité du Ciel qui paroît entre l'un & l'autre, comme sur la terre par la quantité de terrain qui paroît entre deux objets. On peut trouver géométriquement le centre E par la construction d'une équation cubique ou aussi promptement & aussi exactement en essayant si les cordes BA, BC de l'arc ABC tracé par conjecture sont égales & en altérant son rayon BE jusqu'à ce qu'elles le soient. Or en faisant diverses observations sur le Soleil & d'autres sur la Lune & les étoiles, il m'a paru que l'arc ABC étoit coupé également en B, lorsque leurs hauteurs apparentes ou l'angle AOB étoit d'environ 23 degrés; ce qui donne la proportion de OC à OA comme 3 à 10 ou comme 1 à $3\frac{1}{3}$ à fort peu près. Lorsque le Soleil n'étoit qu'à 30 degrés de hauteur, l'arc supérieur paroissoit toujours être moindre que l'arc inférieur & je crois qu'il étoit toujours plus grand lorsque le Soleil étoit environ à 18 ou 20 degrés de hauteur.

D'où vient que le Soleil & la Lune paroissent plus grands à l'horizon qu'au dessus de l'horizon.

Fig. 102.

164. Je me suis plus étendu sur la figure apparente du Ciel, parce que je ne vois pas qu'on l'ait jamais déterminée, quoiqu'elle soit nécessaire à l'explication de diverses apparences remarquables dans le Ciel. Par exemple, si l'arc ABC représente cette convexité apparente, je trouve que le diamétre du Soleil ou de la Lune paroîtra plus grand à l'horizon que dans toute hauteur, mesurée par l'angle AOB, en raison de ses distances apparentes OA, OB. Les nombres qui expriment

ces proportions font marqués dans la Table ci-jointe vis-à-vis des hauteurs correfpondantes du Soleil & de la Lune, & elles font auffi exactement repréfentées à l'œil par la figure 102, où les Lunes placées dans le quart du cercle FG décrit du centre O, font toutes égales & repréfentent le corps de la Lune aux hauteurs marquées ici, & les Lunes inégales dans la concavité ABC font terminées par les rayons vifuels qui viennent de la circonférence de la Lune réelle dans ces hauteurs à l'œil en O.

Hauteurs du Soleil & de la Lune en degrés.	Diamétres apparents ou diftances.
0.	100.
15.	68.
30.	50.
45.	40.
60.	34.
75.	31.
90.	30.

Les diamétres de ces Lunes inégales en A & B ont donc la même proportion entr'elles que leurs diftances apparentes OA, OB (art. 57,) & elles doivent paroître dans la même proportion qu'elles ont réellement dans cette concavité, parce que nous jugeons que tous les objets du Ciel font dans cette furface (art. 161, 162); & ainfi l'apparence à l'œil eft exactement la même que fi différentes Lunes étoient peintes fur une furface réelle ABC dans les proportions marquées, auquel cas nous jugerions certainement que les grandeurs réelles des plus grandes peintures des Lunes inférieures font réellement plus grandes, quoique les grandeurs vifibles de toutes ces Lunes correfpondantes à leurs images égales fur la rétine, fuffent exactement égales. Quiconque regarde la Lune doit avouer qu'elle lui paroît un corps réel & palpable auffi bien que tous les autres objets qu'il voit.

Cette explication confirmée par les obfervations des Etoiles.

165. C'eft par la même raifon que tous les autres objets & diftances des étoiles dans le Ciel, auffi bien que le Soleil & la Lune doivent paroître plus grands à l'horizon qu'au deffus de l'horizon & tout le monde le fçait. Delà je tire une preuve d'expérience que les proportions que j'ai données des grandeurs apparentes de la Lune font exactes. Dans une nuit bien éclairée par les étoiles, obfervez la diftance de deux étoiles qui foient fort proches l'une de l'autre & auffi hautes qu'il eft poffible, & en même tems celle de deux autres étoiles auffi baffes qu'il eft poffible & qui vous paroiffent auffi éloignées entr'elles que les deux premières les plus élevées. Enfuite avec un globe,

une carte ou par le calcul, cherchez les distances réelles de ces deux paires d'étoiles en degrés & en minutes & les hauteurs des points moyens de ces distances. Prenez les arcs F*r*, F*s* égaux à ces hauteurs & coupez les arcs *r*H, *r*I égaux chacun à la demi-distance des étoiles plus élevées, & de même *s*K & *s*L à la demi-distance de celles qui sont plus basses. Ensuite menez du point O aux points H, I, K, L, des lignes qui coupent l'arc ABC déjà déterminé par la méthode de bisection (art. 163) aux points *h*, *i*, *k*, *l*. Ces points, si chaque paire d'étoiles étoit dans un cercle vertical, seroient leurs lieux apparents, & si leur situation n'étoit pas verticale, les soutendantes perpendiculaires *hm*, *kn* (des angles *h*O*i*, *k*O*l*) qui dans les étoiles fort proches sont les mesures de leurs distances apparentes, ne seront pas altérées par leur situation oblique. Or j'ai trouvé par diverses observations & constructions que les soutendantes *hm*, *kn* sont à fort peu près égales entr'elles; & puisqu'elles le paroissent ainsi dans le Ciel, il s'ensuit que la concavité ABC a été bien déterminée. Donc si HI & KL sont les diamétres réels de deux Lunes inégales, elles paroîtront égales en *h* & *k*, & par conséquent si l'on augmente le plus bas diamétre KL jusqu'à ce qu'il égale le plus haut HI, les angles *k*O*n*, *h*O*m* étant égaux, la soutendante *kn* sera plus grande que *hm* en raison de leurs distances apparentes O*k* & O*h* (art. 57) qui est la proportion avancée sur la Lune.

166. Cela nous fournit une autre méthode pour trouver la figure apparente du Ciel par les observations précédentes des étoiles. Prenez l'une des distances à l'œil, comme O*k*, de la longueur qu'il vous plaira & prenez l'autre O*h* qui soit à O*k* comme KL est à HI. Joignez *hk* que vous diviserez en deux parties égales & menez la ligne *t*E par le point *t* du milieu, perpendiculaire à *hk*, jusqu'au point E de rencontre avec CO prolongée; le point E sera le centre de la concavité apparente; ce qui n'a pas besoin de démonstration. Dans les distances HI, KL, sur-tout dans la dernière, si les deux étoiles sont dans un cercle vertical ou fort approchant, on doit avoir égard à la réfraction. Autre maniére de déterminer la figure du Ciel.

167. Cette concavité apparente étant moindre que la demi-sphére, est aussi cause que les largeurs des couleurs dans l'arc-

Explication des apparences semblables dans l'arc-en-Ciel & dans les halos.

en-ciel intérieur & extérieur & l'intervalle entre ses arcs, paroissent moindres en haut qu'en bas, & qu'en descendant du plus haut à la base elles croissent peu à peu, quoique les angles formés à l'œil par toutes ces largeurs soient les mêmes dans chaque partie de l'arc; & par une estime des largeurs apparentes de l'arc-en-ciel intérieur faite par un de mes amis à deux hauteurs différentes, j'ai déterminé la concavité apparente du Ciel la même que j'avois trouvée par mes méthodes précédentes. Je crois que c'est par la même raison que le halo autour du Soleil & de la Lune ne paroît pas circulaire & concentrique au Soleil ou à la Lune, mais ovale & excentrique, & que son grand diamétre est perpendiculaire à l'horizon & plus étendu depuis la Lune en bas qu'en haut, comme *Nevvton* l'a remarqué dans son Optique p. 290. Car il paroît par la théorie qu'*Hughens* nous a donnée des halos & que nous rapporterons dans la suite, que les rayons qui produisent leur apparence visible, forment la surface d'un cone, dont la section faite par un plan perpendiculaire au rayon qui vient du centre du Soleil ou de la Lune à notre œil, est circulaire & concentrique au Soleil ou à la Lune, & par conséquent la section oblique qui en est faite, pour ainsi dire, par la concavité apparente du Ciel, qui est la même que sa projection en perspective sur ce concave, doit être une figure ovale telle que *Nevvton* l'a représentée. Mr. *Whiston* a aussi observé cette figure ovale du halo (*transact. philos. n°. 369, p. 214*) & le Dr. *Halley* en a observé l'excentricité (*ibid. p. 211*). J'ai observé moi-même la même chose depuis peu lorsque la Lune étoit fort haute (le 21 Décembre 1729 à 7 heures après midi). Or puisqu'on a toujours trouvé l'angle compris dans l'œil par le diamétre du halo de 45 à 46 degrés, je compte que lorsque l'en bas du halo est proche de l'horizon, & que par conséquent sa figure est plus ovale, son diamétre vertical apparent est divisé par la Lune en raison environ de 2 à 3 ou 4 & qu'il est au diamétre horizontal qui passe par la Lune comme 4 est à 5 à fort peu près. On peut en tracer la figure selon ces proportions pour la comparer à l'apparence du premier halo que l'on observera.

168. Ce

168. Ce que l'on a dit de la projection ovale d'un halo, doit s'appliquer au Soleil ou à la Lune, dont les projections sont aussi ovales sur-tout auprès de l'horizon ; mais il est difficile d'en juger, parce que cette projection est si petite & si éloignée, qu'on ne peut pas bien distinguer une différence sensible dans les distances de ses bords supérieur & inférieur à notre œil, & par conséquent on ne peut juger de sa figure par aucune autre perception que par la figure de sa peinture sur la rétine. Au contraire on a souvent trouvé que le Soleil dans l'horizon paroissoit ovale dans une position opposée (*Voyez* Scheiner, *refractiones cœlestes sive solis elliptici phœnomenon*) & par les tables que nous avons des réfractions l'angle compris par son diamétre horizontal est à celui du vertical comme 5 est à 4 ou environ ; parce que le rayon le plus bas est plus rompu que celui d'en haut. Par ce moyen la peinture du Soleil sur la rétine devient ovale & produit cette apparence ovale.

Examen de la figure du Soleil & de la Lune.

169. Cette théorie est aussi appuyée par l'apparence des queuës des cometes, qui paroissent toujours courbées, comme la concavité du Ciel, quelle que soit leur figure réelle, leur grandeur & leur situation dans l'espace absolu. Au surplus il me paroît clair que les jugements que nous formons du lieu apparent, de la grandeur, de la figure & de la position de tous les objets éloignés dans le Ciel, comme du Soleil, de la Lune, des cometes, des constellations, de l'arc-en-ciel, des halos & de tous les autres météores, sont les mêmes qu'ils auroient été si l'on avoit vû leur perspective tracée par les rayons visuels dans le lieu & dans la figure de la concavité apparente du Ciel. Et pour la confirmer je conclurai par la rélation que Mr. *Cotes* nous a donnée d'un météore remarquable (qui parut le 6 Mars 1716 vieux stile) en réponse à une lettre qu'il avoit reçue du Dr. *Dannye* pour lors Recteur de *Spofferth* en *Yorkshire*.

Appuyée par l'apparence des queuës des cometes & des météores.

170. L'apparence du météore fut à fort peu près la même par rapport à nous qui étions à *Cambridge*, que par rapport à vous, excepté que les couches triangulaires de lumière n'étoient pas aussi permanentes que vous paroissez les représenter,

Apparence d'un météore remarquable expliquée par M. *Cotes*.

& que le point où elles paroissoient toutes être convergentes étoit éloigné du zénith d'environ 20 degrés, son azymuth étant entre le Sud & l'Est à environ 10 degrés du Sud, qui étoit le rumb de la boussole où le vent portoit. On peut déterminer plus exactement la position de ce point de convergence, s'il est nécessaire; car à 7 heures & $\frac{1}{4}$ lorsque cette apparence étoit par rapport à nous dans sa plus grande perfection, il étoit à fort peu près au milieu entre les deux étoiles brillantes dans la tête de Castor & Pollux. J'ai oui dire qu'on avoit vû quelques courants de lumière qui s'élancerent immédiatement après le coucher du Soleil & qu'ils ne cesserent parfaitement que vers les 3 ou 4 heures du matin.

Ce ne fut qu'après 7 heures que j'eus connoissance de ce rare phénomene. Au commencement je ne vis que deux ou trois courants triangulaires vers le Nord & le Nord-Ouest: ils ne furent pas de longue durée, mais ils furent suivis par d'autres qui parurent & disparurent tour à tour, s'élevant à des parties du Ciel de différentes hauteurs au dessus de l'horizon. Depuis le tems que je commençai à les observer, ils continuerent à monter toujours plus abondamment, étant poussés toujours plus avant du Nord à l'Ouest & à l'Est & toujours dirigés vers les têtes des Gemeaux, jusqu'à ce qu'à la fin lorsqu'ils paroissoient presque se rencontrer au point de convergence, ils commencerent à monter aussi vers ce point des parties du Sud & à l'environner, tellement qu'à sept heures & un quart, nous fumes parfaitement couverts de rayons au-dessus de notre tête comme par un parasol; l'embas de ce parasol de rayons ne s'étendoit pas jusqu'à l'horizon, car auprès du Nord où il descendoit plus bas, sa hauteur étoit de 10 à 15 degrés, & auprès du Sud où il descendoit le moins, sa hauteur étoit d'environ 40 degrés. Il resta dans cet état environ deux minutes & pendant ce tems-là nous y vîmes différentes couleurs, les unes plus pales & plus permanentes, & d'autres plus vives & qui disparoissoient promptement. Ainsi à l'Ouest j'observai que ces rayons furent teints pendant un tems considérable d'un rouge obscur & pesant, & dans l'un des courants les plus brillants dans un autre tems, il en sortit un rouge très-vif qui étoit à l'instant & peu à peu succedé par

les autres couleurs du prisme, qui disparoissoient toutes dans environ une seconde de tems. Ces couleurs affectoient les sens si fortement que je les crus plus intenses que celles du plus brillant arc-en-ciel que j'aie jamais vû. Un peu avant que ce phénomene eut perdu sa perfection, nous fumes surpris de voir les élancements & les tremblements des courants de lumière surtout dans leurs parties supérieures, & pendant ce tems là leur convergence fut confondue & tout le Ciel paroissoit être en convulsion. En même tems nous apperçumes des ondulations de lumière vers le Nord qui se portoient en haut & qui dans leur mouvement croisoient les courants paralleles à l'horizon. Ces ondulations étoient différentes de ces ondes larges dont vous parlez & que j'ai observées; leur largeur me parut être environ d'un degré & leur longueur d'environ 90 degrés; je ne puis pas les mieux comparer qu'à ces vagues déliées qu'on voit sur la surface d'une eau dormante, lorsqu'on y fait courir une petite pierre.

Il y a sept ou huit ans que je vis un météore qu'il est à propos de vous représenter ici. Le long de l'horizon vers le Nord il y avoit une matière blanche & lumineuse & qui paroissoit dense comme un nuage, *abcd*; sa longueur *ab* étoit de 10 ou 15 degrés. Delà s'élevoient directement en haut des courants d'une matière semblable, blanche & lumineuse, qui cependant ne paroissoient nulle part aussi denses que la première & qui devenoient toujours plus rares en montant, jusqu'à disparoître insensiblement à leurs pointes. Il y avoit quelque petite différence dans la hauteur de ces courants, mais ils s'élevoient communément à 4 degrés environ sur l'horizon. Ils étoient en fort grand nombre & contigus les uns aux autres & ils paroissoient composés de filaments ou rayons paralleles fort déliés. La seule chose remarquable que j'observai de plus, c'est que de tems en tems il sortoit un feu ou une flamme du nuage *abcd* & qu'elle se mouvoit tont le long dans une direction parallele à l'horizon. Durant ce mouvement, un courant de lumière directement au-dessus de ce feu paroissoit rouler avec lui & traverser les autres plus fixes conservant toujours son parallélisme avec eux. Fig. 103.

Je suis persuadé que le dernier phénomene étoit de la même

Fig. 104. espèce que celui que je viens de décrire. Car soit AB le plan de l'horizon, C le lieu du spectateur, EF un fond de vapeurs ou d'exhalaisons à une hauteur considérable au-dessus de nous, répandues de toutes parts dans un vaste plan parallele à l'horizon. Ce fond de matière mêlée par la fermentation, lancera des courants de lumière par elle-même, tels que EG, FH &c. qui monteront perpendiculairement en haut si le tems est parfaitement calme; & si le vent est violent & irrégulier ils se mêleront & se confondront ensemble; s'il est doux & uniforme, comme il l'étoit au tems de notre phénomene, ils s'inclineront vers le point de l'horizon opposé à celui d'où le vent souffle. Or si ADB représente la concavité du Ciel & si l'on mene une ligne CD parallele aux colonnes EG, FH &c. il est certain par les regles de la perspective, que les colonnes paroîtront sur cette concavité convergentes tout autour vers le point D, & ainsi la colonne EG paroîtra s'élever du point *e* & monter en *g* pour occuper la place *eg*, & de même l'arc *fh* sera la projection de la colomne FH. D'où il suit évidemment que la raison pour laquelle les courants triangulaires s'élevent au commencement des parties Nord du Ciel, est que le fond de la lumière EF n'est pas encore arrivé par son mouvement à la ligne CD. Après qu'il a passé cette ligne, il est clair que les courants doivent paroître monter de tous les côtés. Un grand nombre de colonnes étant donc disposées à lancer la lumière dans le même tems, est cause de ce parfait parasol que j'ai décrit ci-devant. La raison pour laquelle ce parasol descend plus bas dans le Nord que dans le Sud, est que les colonnes de lumière qui n'ont pas encore passé la ligne CD sont plus nombreuses & plus éloignées de cette ligne que celles qui l'ont passée; car si le point E est plus éloigné de CD que le point F, l'arc A*e* sera nécessairement plus petit que l'arc B*f*. Un souffle de vent irrégulier qui agite les colonnes, est, je crois, la cause de ce tremblement qui paroît dans les courants triangulaires, & c'est aussi la cause qui détruit cette apparence parfaite d'un parasol. Les vagues déliées & circulaires que l'on voit dans le même tems peuvent aussi s'expliquer par la même cause. Il n'est pas nécessaire de vous arrêter plus long-tems pour tâcher d'expliquer

quelques particularités de ce rare phénomene. Je crains de vous avoir trop ennuyé. Néanmoins je ne puis pas me dispenser de vous parler d'une invention fort aisée par laquelle on peut représenter la chose passablement bien. Prenez un rond & attachez-y tout autour plusieurs bâtons droits & paralleles entr'eux, mais inclinés au plan du rond; tenez ce plan parallele à l'horizon & dans cette situation faites-le mouvoir avec ses bâtons au-dessus d'une chandelle; l'ombre des bâtons sur le plancher de votre chambre sera convergente à un point, non pas directement au dessus de la chandelle, comme elle l'auroit été si les bâtons avoient été perpendiculaires au plan du rond, mais au point où une ligne menée par la chandelle parallélement aux bâtons, coupe le plan du plancher.

REMARQUES.

Les Remarques suivantes ont été faites à ma priere par le Docteur Jurin sur les articles 132, 135, 137, 160. *Je les indiquerai à la marge.*

1. Tout le monde sçait que lorsque diverses idées ont été habituellement jointes & liées ensemble, s'il s'en présente par hazard une ou deux à l'esprit, les autres de la même classe qui ont été communément jointes avec celles-ci, se réveillent à l'instant dans notre ame. En été la vue des rayons du Soleil est à l'instant accompagnée des idées de chaleur & d'incommodité; & la vue d'une forêt d'arbres verds, réveille l'idée de l'ombre & de la fraîcheur. En hyver la vue du Soleil ou du feu dans la chambre où nous entrons, est au même moment suivie des idées de chaleur & de plaisir. Mais cette liaison ou association des idées n'est jamais plus constante, qu'en ce qui concerne les idées différentes de la vue & du toucher; quoique la plûpart des hommes ne s'en apperçoivent pas. Lorsqu'un corps solide se présente à notre vue, l'idée qui se réveille immédiatement après dans notre esprit est celle d'une différente complication d'ombre & de lumière, laquelle excite dabord dans notre ame les autres idées qui suivent celle-là & qui ont rapport au toucher, comme celles de la solidité, convexité ou angularité, lesquelles accompagnent ordinairement le sentiment de la vue, ou, pour parler le langage de l'auteur judicieux & subtil du livre intitulé, *Théorie de la Vision*, l'idée *visible* excite dans notre ame les idées *tangibles* qui marchent ordinairement avec elle, & cela se fait si subitement & si imperceptiblement, qu'il est difficile de ne pas regarder comme une pure sensation de la vue, ce qui n'est qu'un acte de notre mémoire & de notre jugement; la plûpart des hommes s'imaginent de voir qu'un globe est convexe & qu'un cube est angulaire, tandis qu'ils jugent seulement que cela est ainsi. La vérité de ce principe a été si bien démontrée par M. *Locke* & par l'auteur ingénieux dont

Sur l'art. 132.

Solution du problême de M. *Molyneux* par le Docteur *Jurin*.

on vient de parler, & elle est confirmée avec tant d'évidence dans le chapitre 5e, sur-tout par les observations curieuses de M. *Chesselden*, que la chose est tout-à-fait hors de doute. Mais j'avoue que je ne vois pas que la fameuse question de M. *Molyneux*, telle qu'il l'a proposée au sujet du globe & du cube placés devant les yeux d'un aveugle de naissance à qui on vient de donner la vue, je ne vois pas, dis-je, que cette question soit d'aucun usage pour établir cette théorie, & je ne puis pas me persuader qu'il ait bien résolu lui-même son problême. Je ne crains pas de le dire, quoique M. *Locke* lui-même ait bien voulu déclarer qu'il est du même sentiment que cet habile homme; car malgré cette complaisance, la détermination de M. *Locke* me paroît exprimée d'une maniere & avec de telles limitations qui ne se trouvent pas dans le problême proposé par M. *Molyneux*, que je suis entièrement convaincu que la pensée de ce grand métaphysicien est totalement différente de celle de son ami. Pour rendre cela plus évident, je vais donner ici le problême de M. *Molyneux*, tel qu'il l'a proposé avec la solution qu'il en a donnée, & celle de M. *Locke*.

On suppose un aveugle de naissance, qui étant devenu adulte, a appris par le toucher à distinguer un cube d'une sphère de même métal & presque de la même grosseur, en sorte qu'il peut dire en les touchant, voilà le cube, voilà la sphère. On suppose ensuite le cube & la sphère placés sur une table, & qu'on a donné la vue à cet aveugle. On demande si par la vue seule avant que de les toucher, il peut distinguer l'un de l'autre, & dire voilà le cube, voilà le globe. A cela l'Auteur subtil & judicieux qui a proposé ce problême répond: *non il ne le pourra pas; car quoique l'expérience lui ait appris de quelle maniere un globe & un cube affectent son toucher, il n'a pas encore appris par expérience que ce qui affecte son toucher de telle ou telle manière doive affecter sa vue de telle ou telle manière, ou qu'un angle protubérant dans le cube qui presse sa main inégalement doive paroître à ses yeux tel qu'il paroît dans le cube.* Je suis du sentiment de cet habile homme, que j'ose appeller mon ami, dans cette solution qu'il donne de son problême, & je crois qu'un aveugle de naissance ne seroit pas capable au premier coup d'œil de dire avec certitude, voilà le globe, voilà le cube, lorsqu'il ne fait que les regarder, quoiqu'il puisse sans craindre de se tromper les distinguer par la différence de leurs figures qu'il apperçoit en les touchant. Ainsi parle M. *Locke* dans son *Essai sur l'entendement humain, liv. 2, chap. 9, sect. 8.*

On doit observer ici que selon M. *Molyneux* l'aveugle de naissance à qui on a donné la vue, n'est privé d'aucun autre secours pour distinguer le globe du cube, que de celui de toucher ces deux corps. Il est en pleine liberté de faire l'usage qu'il veut de sa vue, de les bien considérer, d'examiner leurs différents côtés en marchant tout autour; & de faire même usage de sa mémoire & de sa raison, si elles peuvent lui être en cela de quelque utilité. Il est si vrai que M. *Molyneux* n'a pas exclu ces dernières conditions, qu'on les trouve clairement renfermées dans la manière dont le problême est exprimé & dont il est résolu. Car on suppose que l'aveugle de naissance est *maintenant adulte*, & qu'il *a appris par le toucher à distinguer un globe d'un cube*, quoique l'Auteur pense que cette connoissance expérimentale ne lui est d'aucune utilité dans l'occasion présente. Mais M. *Locke* donne-t-il à l'aveugle de naissance tous ces avantages? Non, il veut qu'aussitôt qu'il a l'usage de la vue, il puisse *dire avec certitude, voilà le globe, voilà le cube*, sans lui donner

la liberté de les considérer plus attentivement par *un second coup d'œil*, & encore moins de rentrer en lui-même, & de raisonner sur ce qu'il voit. Ainsi, la question déterminée pour la négative par M. *Locke* est totalement différente de celle qui a été proposée par M. *Molyneux*; & nous n'aurions pas lieu de croire qu'un Ecrivain aussi exact eût fait un changement aussi essentiel aux conditions du problême, s'il avoit pû sans cela souscrire à la détermination de son ami.

Laissant donc à part l'autorité de M. *Locke*, ou plutôt la faisant valoir pour appuyer mon sentiment, je vais prouver contre M. *Molyneux* que l'aveugle-né à qui l'on donne la vue, est capable de distinguer le globe du cube sans les toucher, & dire, voilà le globe, voilà le cube.

Mais pour prévenir toute équivoque je dois observer qu'il n'est pas question de sçavoir si cet homme, en voyant ces deux corps, peut de lui-même connoître que l'un est un globe & l'autre un cube; ce qui lui est absolument impossible s'il ne les touche pas. Tout ce que demande M. *Molyneux* est de sçavoir s'il pourra distinguer l'un de l'autre, & dire voilà le globe, voilà le cube. Or cette question renferme manifestement les deux conditions suivantes. 1°. Que cet aveugle-né puisse par la seule vue distinguer le globe comme un corps différent du cube & de tous les autres corps, & qu'il puisse de même distinguer le cube comme un corps différent du globe & de tous les autres corps. 2°. Qu'on lui ait dit que les deux corps qu'il voit sont le globe & le cube, sans quoi il seroit ridicule de lui demander lequel des deux est le globe ou le cube.

Cela étant, je suppose qu'il considére avec attention par la seule vue répétée plusieurs fois ces deux corps en plein jour, & qu'il se promene tout autour de la table où ils sont placés pour les mieux connoître, après quoi il sera en état de faire ce raisonnement. On m'a dit que les deux corps que je vois sont le globe & le cube, leur figure est donc différente. Les sensations que j'en reçois sont aussi différentes entr'elles. Je connois donc par le peu d'expérience que j'ai eu déjà de ce nouveau sens de la vue, qu'il est différemment affecté par la diversité des corps, & ma raison me dit que cela doit être ainsi; car si deux corps ont des figures semblables, je dois être affecté de la meme manière par l'un & par l'autre; & au contraire si je suis affecté différemment par deux corps ou par plusieurs corps, je dois conclure que cette diversité de sensations est occasionnée par la diversité des figures de ces corps.

De plus je trouve mon sens diversement affecté par l'un de ces corps, lorsque je considére ses différents côtés & ses différentes parties; il faut donc que ces parties soient en elles-mêmes différentes les unes des autres par la raison précédente, & que par conséquent le corps qui en est composé ne soit pas semblable de tous les côtés. L'autre corps au contraire de quelque manière & de quelque côté que je le regarde, me donne toujours la même sensation; il est donc semblable dans tous les sens.

Or je me rappelle que lorsqu'on me donnoit un globe ou un cube à manier avant que de recevoir l'usage de la vue, en raisonnant de la même manière sur ce que je touchois, comme je le fais à présent sur les objets que je vois, je découvrois non-seulement que le globe & le cube étoient des corps de différente espece, mais que le globe étoit le même de tous les côtés, & que le cube étoit composé de parties fort différentes les unes des autres.

Donc le corps qui paroît à mes yeux ſemblable de tous les côtés, eſt indubitablement le globe, & l'autre eſt par conſéquent le cube.

C'eſt ainſi, à mon avis, que l'aveugle peut diſtinguer, ſans craindre de ſe tromper, ces deux corps l'un de l'autre, & cela par l'uſage de ce principe ſimple, que ſes ſens ne lui ont pas été donnés pour le tromper; mais que les ſenſations différentes que les corps différents excitent dans ſon ame, viennent de la différence de ces corps, ſans quoi nos ſens ſeroient non-ſeulement trompeurs, mais totalement inutiles.

Je ne dois pas oublier qu'en parlant, il n'y a pas long-tems, de ce problême, avec mon ami l'Auteur de ce traité d'Optique, j'ai eu la ſatisfaction d'apprendre de lui que le plus grand Philoſophe aveugle qui ait jamais exiſté, le Docteur *Sanderſon* eſt du même ſentiment que moi, & raiſonne ſur ce problême de la même manière, & je dois obſerver que ce ſçavant Auteur lui-même, en ſe ſervant de cette expreſſion, *par la vue ſeule*, qui ſemble exclure l'uſage de la raiſon, comme l'expreſſion de M. *Locke*, *au premier coup d'œil*, paroît n'être pas du même ſentiment que M. *Molyneux*.

Sur l'art. 135. Remarque du Dr. Jurin ſur l'aſſociation des idées.

2. Quoique ceci ne ſoit pas renfermé dans ce que l'Auteur ſe propoſe, il eſt bon de remarquer ici que lorſque les idées de la vue excitent dans nous les idées tangibles qui les accompagnent ordinairement, cela ne vient pas d'aucune vertu ou propriété particuliere qui ſe trouve dans les idées de la vue pour repréſenter les autres idées, mais uniquement de la faculté générale de notre mémoire, laquelle, à meſure qu'une idée ſe préſente à l'eſprit, lui ſuggére promptement d'autres idées, ſoit du même ſens ou d'un ſens différent, qui ont ordinairement ſuivi celle-là. Il eſt évident par l'uſage des langues que cela eſt ainſi par rapport aux idées de l'ouïe; car les différens ſons de chaque mot réveillent dans nous des idées du ſentiment de la vue ou du toucher ou de tout autre ſens avec leſquelles on s'eſt accoutumé à lier ces ſons; & tout homme qui eſt tant ſoit peu attentif à ce qui ſe paſſe dans ſon ame, trouvera que la même choſe a lieu pour chacun de nos ſens. Par exemple, lorſque je vais chez moi pendant la nuit, je trouve par le toucher différents objets dans ma route; je ne touche qu'une partie de ces objets, & d'abord les idées viſibles de tout l'objet ſe réveillent dans mon ame. Je connois que l'un eſt une porte, le ſecond un homme, & le troiſiéme une maiſon. J'entends un certain bruit derrière moi, & à l'inſtant l'idée viſible d'un caroſſe & des chevaux s'éleve dans mon eſprit avec les idées tangibles correſpondantes, & je me mets à l'écart pour éviter le danger. Je paſſe dans deux endroits différents, où je trouve des odeurs fort différentes, qui excitent dans mon ame les idées viſibles, ici des fleurs qui naiſſent dans un parterre, & là d'un fumier. Je vais chez moi, & j'entre dans une chambre où je trouve par le ſeul toucher une table couverte de différentes ſortes de fruits, j'en goute un & je vois que c'eſt une poire bergamote; je trouve que l'autre eſt une orange, les idées viſibles de chacun ſe réveillent alors par leur goût.

Si l'on ne trouve pas que ces exemples ſuffiſent ou qu'ils ſoient aſſez clairs, l'imagination de tout homme qui penſe peut aiſément lui en fournir une infinité d'autres, qui prouvent clairement que les idées qui nous viennent par l'un de nos ſens, excitent promptement d'autres idées du même ſens ou de quelqu'autre, qui ont été habituellement liées avec les premières. De ſorte que ſi nous voulons ſuppoſer avec l'Ecrivain ingénieux dont nous avons parlé, que les idées de la vue forment un langage viſuel, parce qu'elles nous ſuggerent

gerent promptement les idées correspondantes du toucher, comme les termes d'une langue nous suggerent les idées qui leur répondent ; je ne vois pas pourquoi nous ne pourrions pas par la même raison supposer un langage du toucher, de l'ouie, de l'odorat & du goût : quoique l'on doive avouer que comme la vue est sans difficulté le sens le plus étendu, le langage visuel est aussi beaucoup plus abondant qu'aucun des autres.

Sur l'art. 137. Dissertation du Dr. Jurin sur les yeux louches.

3. Un homme a les yeux louches, lorsque les axes de ses deux yeux ne se portent pas vers le même objet. Je crois que le commun des Physiciens attribue ce défaut au peu de correspondance qui se trouve dans les muscles des yeux, qui n'agissant pas de concert l'un avec l'autre, comme dans les autres hommes, ne sont pas capables de diriger les deux yeux à un même objet. Mais le fameux M. *de la Hire* est d'une opinion contraire, & il a été suivi depuis par un sçavant Professeur en Médecine, dont les sentimens sont reçus plus communément par les Médecins d'*Europe* que ne l'ont peut-être été ceux d'aucun autre Médecin depuis le tems de *Galien*, & il croit que cette difformité ne vient pas d'aucune mauvaise habitude, ou du défaut de correspondance dans les deux muscles des yeux, mais d'un défaut de l'œil même qu'il explique en cette manière. (Des accidents de la vue, art. 10.)

Opinion de M. *de la Hire*.

4. Il suppose que le commun des hommes ont un endroit de la rétine qui est le plus sensible de tous pour être touché plus finement par les objets, & soit que ce soit par la délicatesse de cet endroit de l'organe, ou par le concours des esprits qui s'y portent plus facilement que dans les autres, lorsque la pointe des pinceaux des rayons tombe sur cet endroit, nous voyons les objets bien mieux que lorsqu'ils tombent ailleurs. Nous prenons donc, ajoute-t-il, une habitude de tourner le globe de l'œil d'une certaine manière, afin que les objets que nous voulons voir distinctement fassent leur peinture sur cet endroit de la rétine. Or il y a des yeux qui sont obligés de se tourner de biais, pour faire ensorte que les objets qu'ils veulent bien voir, fassent leur peinture sur l'endroit de l'organe qu'ils ont le plus sensible, quoiqu'ils y tombent obliquement ; & c'est le défaut des vues que nous appellons *louches*.

Réfutée par les expériences.

5. S'il étoit vrai que l'œil fut ainsi tourné pour voir plus distinctement, il arriveroit que l'autre étant fermé, & ne se servant que de l'œil contourné pour voir un objet, il seroit par la même raison autant tourné de biais qu'auparavant ; mais le fait contraire est certain, comme on peut l'éprouver aisément. Priez un homme louche de tenir l'autre œil fermé & de vous regarder seulement avec celui qu'il a coutume de tourner de biais ; il tournera à l'instant l'axe de cet œil directement vers vous ; priez-le d'ouvrir l'autre œil & de vous regarder des deux yeux, vous verrez l'axe de celui-ci dirigé vers vous & l'autre œil tourné de l'autre côté vers le nez, ou peut-être vers la paupière supérieure, comme je l'ai souvent observé. Faites tant d'expériences qu'il vous plaira, vous aurez toujours le même succès.

Les personnes louches voient distinctement les objets d'un seul œil.

6. Il est donc clair par ces expériences que l'œil n'est pas ainsi tourné pour mieux voir, mais plutôt pour ne point voir du tout, s'il est possible, de cet œil. Car la prunelle des personnes louches étant communément tournée du côté du nez, ne peut recevoir l'image de l'objet vers lequel l'autre œil est dirigé, que d'une manière très-oblique & très-peu distincte. Par conséquent l'œil louche ne peut pas en être plus affecté, que le sont les yeux des autres hommes pour les objets qui sont placés latéralement à de grandes distances de celui qu'ils regardent directement. De sorte que dans la réalité, un homme

louche ne voit diſtinctement l'objet qui eſt devant lui que d'un ſeul œil, qui eſt celui dont l'axe eſt dirigé vers l'objet. Nous pouvons donc conclure que ce défaut ne vient d'aucune conformation irrégulière de l'œil, comme ces ſçavants l'ont ſuppoſé.

Réfutation d'une autre opinion.

7. Ce défaut ne vient pas non plus d'aucun dérangement des muſcles de l'œil qui ſe tourne de biais. Car lorſque l'autre œil eſt fermé, celui-ci ſe meut par l'action de ſes muſcles dans toutes les directions poſſibles, auſſi librement que celui de toute autre perſonne. Il ne vient pas non plus du défaut de correſpondance dans les muſcles des deux yeux, qui les empêche de ſe mouvoir tous deux en même tems du même côté. Car lorſque les deux yeux ſont ouverts, & que l'œil qui n'eſt pas tourné ſe meut en haut ou en bas, à droite ou à gauche, l'autre l'accompagne toujours & ſe meut dans le même inſtant du même côté.

Diſpoſition des axes des yeux ordinaires.

8. Mais pour voir en particulier en quoi conſiſte ce défaut, il eſt néceſſaire d'examiner la diſpoſition & la ſituation des yeux, dans ceux qui en ſont exemts. Lorſque nous regardons directement un objet éloigné devant nous, la prunelle de chaque œil ſe tourne dans le milieu de l'ouverture formée par les paupières, enſorte que la diſtance entre les deux prunelles eſt compoſée de la largeur du nez, & de la largeur de la demi-ouverture de chaque œil: & quelque obliquement que l'on tourne les yeux, on conſerve toujours la même diſtance entre les deux prunelles. Lorſqu'on regarde des objets proches, la diſtance entre les deux prunelles eſt un peu plus petite; mais toujours cette même diſtance ſe ſoutient dans toutes les directions obliques des yeux, la même que lorſqu'on regarde directement devant ſoi. Par ce moyen les axes des deux yeux ſont dirigés vers le même objet dans ces deux cas des objets proches & des objets éloignés.

Diſpoſition des axes des yeux louches.

9. Mais dans ceux qui ſont louches, lorſque la prunelle de l'œil qui ne ſe tourne pas de biais eſt au milieu de l'ouverture, comme il arrive lorſqu'ils regardent directement devant eux, celle de l'autre œil ſe tourne vers le nez, & par conſéquent la diſtance entre les deux prunelles eſt beaucoup moindre que dans les autres hommes. Cette moindre diſtance entre les deux prunelles ſe ſoutient dans toutes les directions obliques des yeux, de ſorte que les deux axes ne ſont jamais dirigés au même objet, quoique les muſcles agiſſent tellement de concert l'un avec l'autre, qu'ils font toujours mouvoir les deux yeux du même côté dans le même inſtant.

Cauſe probable des yeux louches.

10. Les enfants contractent aiſément cette habitude vicieuſe, lorſqu'on les met ſouvent dans le berceau, en telle poſition, qu'ils ne puiſſent voir la lumière ou quelqu'autre objet remarquable que d'un œil ſeulement.

Inutilité de la méthode ordinaire pour les guérir.

11. Lorſqu'ils ſont devenus louches par ce moyen & qu'ils en ont pris l'habitude, je crois qu'il eſt inutile de chercher à les guerir en leur faiſant porter des tubes ou des lunettes avec de petits trous pour voir à travers. Car ils continuent à voir diſtinctement par ces trous avec un œil ſeul, tandis que l'autre eſt toujours tourné de biais.

Vraie méthode.

12. La vraie méthode pour les guérir eſt celle-ci. Lorſque l'enfant a atteint un âge où il eſt capable d'obſerver les directions, il faut le placer directement devant vous, lui faire fermer l'œil qui n'eſt pas louche, & le faire regarder avec l'autre. Lorſque vous voyez que l'axe de cet œil eſt directement fixé ſur vous, il faut faire enſorte qu'il tâche de le conſerver dans cette ſituation & d'ouvrir l'autre œil. Vous verrez d'abord que l'œil louche

s'éloignera de vous & se tournera vers le nez, & que l'axe de l'autre œil sera dirigé vers vous. Mais avec la patience & par des essais réitérés, il deviendra peu à peu capable de tenir son œil louche arrêté sur vous, au moins pendant quelque peu de tems, après qu'il aura ouvert l'autre. Et lorsque vous serez parvenu à lui faire garder les axes de ses deux yeux tournés vers vous, lorsque vous êtes directement placé vis-à-vis de lui; il est tems de lui faire changer de situation & de le placer d'abord un peu à côté de vous & ensuite de l'autre côté, en réitérant la même expérience; & lorsque dans toutes ces situations il pourra parfaitement & aisément tourner les axes de ses deux yeux vers vous, la cure sera parfaite. Une personne plus avancée en âge peut pratiquer la même chose avec un miroir sans que personne la conduise; mais non pas aussi aisément qu'avec un homme qui dirige l'opération. Mais plus elle est avancée en âge, & plus la patience est nécessaire.

Réfutation d'une autre opinion.

13. Je ne dois pas passer sous silence une autre opinion de Mr. *de la Hire*, art. 62, qui suppose que le défaut vient quelquefois de la situation oblique de l'humeur crystalline dans l'un des deux yeux; mais les expériences précédentes réfutent cette opinion comme la première. Telle est la dissertation du Dr. *Jurin*.

Exemple remarquable d'une double vision.

14. Après que cet article 137 eut été imprimé, je reçus de Mr. *Martin Folkes* Ecuyer la rélation d'un autre exemple remarquable d'une double vision. Il me dit qu'il avoit appris du Dr. *Hepburn* de *Lynn* que le feu Révérend Mr. *Forster* de *Clenchvvharton* dans le voisinage, ayant été aveugle pendant quelques années par une *goute seréne*, recouvra la vûe par la salivation, & que lorsqu'il commença à voir, tous les objets lui parurent doubles; mais qu'ensuite ces deux apparences s'approchant peu à peu, il parvint à les voir simples & aussi distinctement qu'il les avoit vûs avant qu'il fut aveugle.

Opinion sur la cause de la double vision.

15. On peut voir un ou deux autres exemples de cette espèce dans la *Nova visionis Theoria* du Dr. *Briggs* p. 25, où il propose une théorie, ou plutôt une hypothése pour rendre compte de l'apparence simple & de l'apparence double d'un objet, par le moyen des degrés égaux de la tension des fibres des deux nerfs optiques, continuée depuis le cerveau jusqu'aux parties correspondantes des deux rétines, où tombent ordinairement les deux images d'un objet. De sorte que les vibrations isochrones de ces fibres correspondantes mûes par les rayons de lumière peuvent produire une sensation simple dans l'ame; tout de même que dans la musique il est difficile de ne pas prendre les unissons comme un son unique. Mais lorsque les deux images d'un objet tombent sur les parties de la rétine où les tensions des fibres sont différentes; leurs vibrations discordantes peuvent occasionner deux sensations diverses dans l'ame, comme dans les concordances & discordances de la musique. Mais pour mieux entrer dans cette hypothése, je renvois le Lecteur à ce petit traité où il trouvera diverses idées & observations curieuses, & à *l'Anatomie de l'œil* du même Auteur qui mérite l'attention des curieux. On verra le sentiment de *Nevvton* sur cette matière de la vision simple & double dans la question 15e à la fin de son Optique. *Kepler* a remarqué dans sa Dioptrique (prop. 62) que l'union supposée & continue des nerfs depuis les deux rétines jusqu'au cerveau est contraire à l'apparence double d'un objet. Parce que si les fibres des nerfs étoient ainsi unies dans

cet endroit là, nous ne verrions jamais l'objet double. Voyez aussi *Dechales Cursus Math. tom*. 3, *p*. 410, 2e édition.

Sur l'art. 138. 16. Dans cet article, pour ne pas ennuyer les Lecteurs qui ne sont pas préoccupés des opinions communes, je n'ai donné qu'une idée abrégée du résultat de mes pensées & de mes opinions sur la distance apparence. Mais comme ce sujet n'a jamais été bien traité & qu'il est absolument nécessaire d'en développer clairement les principes & de les établir solidement, j'ai cru qu'il seroit à propos d'entrer ici dans un plus grand détail. J'ai remarqué que par une grande quantité d'expériences faites avec des verres de toutes les espèces, on a toujours trouvé qu'un objet paroissoit s'approcher pendant que sa grandeur apparente croissoit, soit en faisant mouvoir le verre, l'œil ou l'objet, en avant ou en arrière; & qu'il paroissoit toujours s'éloigner à mesure que sa grandeur apparente décroissoit; précisément comme dans la vision avec l'œil nud. Quelques expériences des plus simples prouveront de reste cette vérité.

1re. Exper. avec une lentille concave en repos. Soit une lentille concave arrêtée entre votre œil & des objets éloignés; si vous éloignez l'œil de la lentille en reculant, (l'autre œil étant fermé) les grandeurs apparentes des objets diminueront continuellement & leurs distances apparentes croîtront continuellement; le contraire arrivera lorsque votre œil s'approchera de la lentille.

2e. Exper. avec une lentille concave en mouvement. Si votre œil est fixe & qu'on en éloigne peu à peu la lentille concave; les grandeurs apparentes des objets éloignés décroîtront continuellement & leurs distances apparentes croîtront, quand même la lentille seroit portée à mi-chemin vers les objets; & le contraire arrivera lorsque la lentille sera portée vers votre œil.

3e. Exper. avec un miroir convexe. Si l'on emploie un miroir convexe à la place d'une lentille concave, les grandeurs & distances apparentes des objets éloignés, qui sont à côté derrière vous ou celles de votre propre visage, varieront aussi réciproquement, comme dans les deux expériences précédentes.

4e. Exper. avec une lentille convexe en repos. Arrêtez maintenant une lentille convexe entre votre œil & quelques objets éloignés, & votre œil étant d'abord presque contigu avec la lentille, & ensuite s'en écartant, les grandeurs apparentes des objets croîtront continuellement, & leurs distances apparentes diminueront tant que les objets paroîtront droits; & lorsqu'ils auront paru renversés, si l'œil s'éloigne encore du verre, leurs grandeurs apparentes décroîtront continuellement & leurs distances apparentes croîtront.

5e. Exper. avec un verre convexe en mouvement. Si votre œil est arrêté, & que la lentille convexe lui soit appliquée fort proche, qu'ensuite on l'écarte peu à peu, les grandeurs apparentes & les distances des objets éloignés seront en correspondance réciproque & dans le même ordre que ci-devant; même lorsque la lentille sera à mi-chemin vers les objets.

6e. Exper. avec un miroir concave. Si l'on emploie un miroir concave d'une grande sphère à la place de cette lentille convexe; les grandeurs apparentes & les distances des objets éloignés placés à côté & par derrière ou celles de votre propre visage, varieront toujours réciproquement les unes à l'égard des autres. On peut voir dans les art. 106 & 110 la raison de ces variations de la grandeur apparente; & les variations correspondantes des distances apparentes sont des faits, dont nous allons donner une raison qui a lieu dans tous les cas.

Il faut d'abord observer que pendant que la grandeur apparente varie plus vite ou plus lentement, la distance apparente varie aussi plus vite ou plus lentement, comme on le voit clairement en faisant mouvoir l'œil ou le verre plus vîte ou plus lentement, ou en employant des verres qui soient des portions de sphéres plus petites ou plus grandes. On observe même dans les miroirs plans les variations lentes des grandeurs & des distances apparentes; sur-tout lorsqu'on fait attention aux petites parties des objets à mesure qu'ils paroissent s'éloigner de nous; autrement l'imagination supplée à la grandeur que les sens ne peuvent pas découvrir. Mais si le plan du miroir n'est pas parfait, il rendra les objets tortus à de grandes distances & il augmentera peu à peu leurs grandeurs apparentes, ce qui nous jettera dans l'erreur.

7e. Exper. avec un miroir plan.

17. On remarque aussi dans toutes ces expériences, que lorsque l'œil & le verre sont contigus, les grandeurs apparentes & les distances de tous les objets, sont les mêmes qu'à l'œil nud, & que l'œil & le verre étant séparés, la distance apparente varie réciproquement en même proportion que la grandeur apparente, c'est-à-dire, que lorsque l'une devient double ou triple, l'autre devient la moitié ou le tiers respectivement, autant que le sens peut le distinguer. C'est ce que tout le monde peut éprouver. En comparant les apparences des mêmes objets vûs d'un œil à travers la lentille & à côté avec l'œil nud.

Ainsi la distance apparente est en raison réciproque de la grandeur apparente.

18. Il est vrai que le sens de la vue seule ne peut pas déterminer exactement ces raisons des distances ou des grandeurs apparentes, de manière à les exprimer par de grands nombres; & par conséquent une regle générale dérivée des raisons & des expériences les plus simples, est plus utile & plus nécessaire pour conduire nos recherches dans des cas plus compliqués & pour examiner combien les apparences des objets & les causes qu'on en donne s'accordent en quantité les unes avec les autres. Car comme c'est là le moyen le plus sûr & le meilleur pour distinguer les vraies causes de celles qui sont fausses, c'est aussi principalement pour l'avoir négligé communément, qu'on est tombé dans de si grandes erreurs en Physique.

Usage de ce principe général.

19. Les distances apparentes des objets vûs clairement par l'œil nud sont inaltérables par la force de l'imagination, & par conséquent étant déterminées en elles-mêmes, elles ont des rapports déterminés les unes avec les autres & des causes déterminées. Ceux qui regardent dans les verres, sont convaincus de la même chose. Car on voit clairement par l'expérience suivante, que tous les hommes s'accordent dans leurs jugements sur la mesure des distances apparentes dans les verres. Je me souviens fort bien que différentes personnes s'étant efforcées de lire une gazette à une grande distance avec un télescope de réflexion de Mr. *Gregory*, je leur demandai à chacun en particulier, combien ils croyoient que ce télescope approchoit cet objet; si c'étoit aussi près que mon visage paroissoit l'être de leur œil nud, lorsque je me plaçois devant eux, à côté des rayons visuels qui venoient de la gazette, & m'éloignant ou m'approchant d'eux selon qu'ils me le prescrivoient, jusqu'à ce qu'ils vinssent à juger que les deux objets paroissoient à égales distances & à côté l'un de l'autre. En marquant ainsi les diverses stations où ils me réduisoient, je trouvois que les différences en étoient fort petites, même dans cette expérience grossière; quoique les objets fussent de différente espèce, & les spectateurs de différents âges; quelques-uns d'entr'eux

Certitude du fondement sur lequel il est appuyé.

étant encore enfants. Donc puisque ces jugements déterminés ont des causes déterminées, on peut les mesurer avec la même certitude avec quoi on mesure leurs causes.

Raison de ce principe.

20. Cette liaison constante & régulière entre les quantités des grandeurs & des distances apparentes étant un fait certain, il ne reste plus qu'à en chercher la cause. En rapportant les expériences précédentes, j'ai supposé que les objets étoient fort éloignés; ce n'est pas qu'elles ne réussissent également lorsqu'ils sont plus proches, mais c'est que ces expériences en sont un peu plus simples & plus claires lorsque les objets sont éloignés, & aussi parce que l'œil peut saisir un plus grand systême d'objets éloignés dans toutes les situations obliques & directes par rapport aux rayons visuels. Or puisque tout le monde convient qu'à la première vue de ces objets par une lentille concave, ils paroissent tous petits exactement de la même manière que si on les voyoit avec l'œil nud à une plus grande distance; il est clair que cette apparence plus petite excite dans nous l'idée ordinaire de cette grande distance, qui a toujours été liée avec la première par l'expérience que nous en avons depuis notre enfance (art. 135). Il en est de même de l'apparence plus grande ou plus proche des objets vûs par un verre convexe ou dans un miroir concave. Je prouverai dans un plus grand détail la solution générale de ces phénomenes dans une remarque sur l'art. 148. Je vais à présent examiner les opinions communes des Auteurs sur cette matière.

Explication d'un cas difficile de la distance apparente proposé par le Docteur Barrow.

21. La fameuse difficulté qui a si fort embarrassé le Dr. *Barrovv*, étoit l'explication de la distance apparente d'un objet vû comme dans nos 4e. 5e. & 6e. expériences, c'est-à-dire, dans le cas où les rayons tombent convergents sur l'œil vers une image qui est derrière lui. Cette difficulté vient naturellement d'un principe reçu généralement en Optique, qui est qu'un objet vû par réflexion & par réfraction paroît toujours dans le lieu de son image d'où les rayons sont divergents sur l'œil. Mais ce principe quoique d'accord avec l'expérience dans deux ou trois cas ordinaires, lui est entièrement contraire dans tous les autres cas, mais non pas aussi clairement que dans celui que le Docteur propose en ces termes :

Hæc sunt, quæ circà partem Opticæ præcipuè mathematicam dicenda mihi suggessit meditatio. Circà reliquas (quæ φυσικώτεραι sunt, adeoque sæpiuscule pro certis principiis plausibiles conjecturas venditare necessum habent) nihil fere quicquam admodùm verisimile succurrit, à per vulgatis (ab iis, inquam, quæ Keplerus, Scheinerus, Cartesius, *& post illos alii tradiderunt) alienum aut diversum. Atqui tacere malo, quam toties oblatam cramben reponere. Proinde receptui cano; nec ità tamen ut prorsùs discedam anteaquàm improbam quandam difficultatem (pro sinceritate quam & vobis & veritati debeo minimè dissimulandam) in medium protulero, quæ doctrinæ nostræ, hactenus inculcatæ, se objicit adversam, ab ea saltem nullam admittit solutionem. Illa, breviter, talis est :* lenti vel speculo cavo *E B F exponatur punctum visibile A, ita distans ut radii ex A manantes, ex inflexione versùs axem A B cogantur. Sitque radiationis limes (seu puncti A imago, qualem suprà passim statuimus) punctum Z. Inter hoc autem & inflectentis verticem B uspiam positus concipiatur oculus. Quæri jam potest ubi loci debeat punctum A apparere? Retrorsum ad punctum Z videri non fert natura (cùm omnis impressio sensum afficiens proveniat à partibus A) ac experientia reclamat. Nostris autem e placitis consequi vide-*

Fig. 105.

tur, ipsum ad partes anticas apparens, ab intervallo longissime dissito, (quod & maximum sensibile quod vis intervallum quodam modo exsuperet) apparere. Cùm enim quo radiis minus divergentibus attingitur objectum, eo (seclusis utique prænotionibus & præjudiciis) longiùs abesse sentiatur; & quod parallelos ad oculum radios projicit, remotissimè positum æstimetur. Exigere ratio videtur, ut quod convergentibus radiis apprehenditur, adhuc magis, si fieri posset, quoad apparentiam elongetur. Quin & circà casum hunc generatim inquiri possit, quidnam omnino sit, quód apparentem puncti A locum determinet, faciatque quod constanti rationi nunc propius, nunc remotius appareat? Cui itidem dubio, nihil quicquam ex hactenus dictorum Analogia, *responderi posse videtur, nisi debere punctum A perpetuo longissime semotum videri. Verum experientia secùs attestatur, illud pro diversa oculi inter puncta B, Z, positione variè distans, nunquam fere (si unquam) longinquius ipso A libere spectato, subinde vero multo propinquius apparere; quin imo, quo oculum appellentes radii magis convergunt eo speciem objecti propius accedere. Nempè, si puncto B admoveatur* oculus, *suo (ad lentem) fere nativo in loco conspicitur punctum A (vel æque distans, ad* speculum; *) ad O reductus oculus ejusce speciem appropinquantem cernit; ad P adhuc vicinius ipsum existimat; ac ita sensim, donec alicubi tandem, velut ad Q, constituto oculo objectum summe propinquum apparens, in meram confusionem incipiat evanescere. Quæ sane cuncta rationibus atque decretis nostris repugnare videntur, aut cum iis saltem parum amice conspirant. Neque nostram tantùm sententiam pulsat hoc experimentum; at ex æquo cæteras quas norim omnes, veterem inprimis ac vulgatam, nostræ præ reliquis affinem, ita convellere videtur, ut ejus vi coactus doctissimus A.* Tacquetus *isti principio (cui pene soli totam inædificaverat* Catoptricam *suam) ceu infido ac inconstanti renunciarit, adeoque suam ipse doctrinam labefactarit; id tamen, opinor, minime facturus, si rem totam inspexisset penitius, atque difficultatis fundum attigisset. Apud me verò non ità pollet hac, nec eousque præpollebit ulla difficultas, ut ab iis, quæ manifeste rationi consentanea video, discedam; præsertim quum, ut hic accidit, ejus modi difficultas in singularis cujuspiam casûs disparitate fundetur. Nimirum in præsente casu peculiare quiddam, naturæ subtilitati involutum, delitescit, ægre fortassis, nisi perfectius explorato videndi modo, detegendum. Circa quod nil, fateor, hactenus excogitare potui, quod adblandiretur animo meo, nedum plane satisfaceret. Vobis itaque nodum hunc, utinam feliciore conatu, resolvendum committo.*

22. La manière dont le Dr. *Barrovv* propose cette difficulté si contraire à sa propre théorie, marque bien son amour pour la vérité. L'ancien principe dont il parle & qui a été suivi par *Euclide*, *Albazen*, *Tacquet*, & presque par tous ceux qui ont écrit sur l'Optique, est celui-ci. Tout point visible d'un objet paroît dans l'intersection du rayon visuel réfléchi ou rompu & prolongé, & d'une ligne menée par le point visible perpendiculairement à la surface réfléchissante ou réfringente, soit qu'elle soit plane ou sphérique. Cette intersection se confond toujours avec notre image du point visible dans un miroir plan & même dans les réflexions & réfractions sur les surfaces planes & sphériques, pourvû que l'angle d'incidence soit fort petit comme il l'est communément. Mais quelle que soit la grandeur de l'angle d'incidence, le principe du Dr. *Barrovv* est que le point visible paroît par réflexion ou par réfraction dans un certain point, d'où les rayons d'un pinceau délié qui doivent entrer dans la prunelle, sont divergents.

Comparaison de son principe avec l'ancien.

Ce point dans la rigueur géométrique est toujours un point de la caustique formée par les reflexions ou réfractions de tous les rayons qui viennent du point visible (art. 154) : & par conséquent il différe totalement du lieu de notre image, lorsque l'œil est loin de l'axe de la caustique, c'est-à-dire, lorsque l'angle d'incidence est grand ; mais il se confond presque avec lui lorsque l'œil est proche de l'axe, comme dans les expériences dont on vient de parler.

L'expérience des lentilles fait voir qu'ils sont tous deux insuffisants.

23. Ce sçavant Auteur dans la partie mathématique de ses leçons, a beaucoup étendu les limites de l'Optique ; mais il paroît avoir échoué dans la partie physique, dont le but principal étoit de déterminer le lieu apparent ou la distance d'un objet d'une manière générale & plus exactement que par l'ancien principe reçu. La raison de ce défaut & par conséquent de la fausseté de ces deux principes, me paroît fort claire par les expériences suivantes. Tenez une lentille concave fort proche de votre œil, vous trouverez d'abord que cet oculaire concave ne change pas sensiblement la distance apparente de l'objet. Vous en serez convaincu, si vous faites glisser l'oculaire de tous les côtés de votre œil alternativement pendant qu'il sera arrêté à une distance donnée de l'objectif convexe. Or si la distance B *b* du foyer de cet oculaire concave est moindre que la distance du foyer de l'objectif A ; les rayons qui viennent d'un point Q d'un objet éloigné, & qui après s'être rompus dans l'objectif A, sont convergents vers un point *q*, étant interceptés & rompus par l'oculaire B, tomberont sur l'œil divergents du point *k* ; pourvû que l'intervalle des verres A, B soit assez petit pour que le principal foyer *b* de l'oculaire concave B, tombe entre ce point & l'image *q* (art. 48). Il est donc clair que l'objet paroît à une seule & même distance, soit qu'il soit vû par des rayons divergents de la dernière image *k* ou convergents vers la première image *q*, lorsqu'on a ôté l'oculaire, & que par conséquent la distance apparente de l'objet n'a aucune dépendance du lieu de ses images. Car on peut toujours varier ces expériences à volonté, en appliquant différents verres, soit concaves ou convexes à l'œil placé en B, & la distance apparente sera toujours la même que s'ils n'y étoient pas. Et en retirant votre œil & l'oculaire en arrière vers l'image *q*, pendant que le principal foyer *b* s'approche de *q* & passe dessus, la seconde image *k* s'éloigne à une distance infinie & ensuite reprend un chemin contraire de cette distance infinie derrière l'œil (art. 48). Cependant durant tout ce mouvement la distance apparente varie exactement dans la même proportion que dans l'expérience du Dr. *Barrovv* lorsque les rayons tomboient convergents sur son œil nud vers une image fixe *q*. Ce qui fait voir clairement que son principe de la divergence des rayons, n'a aucun rapport avec la distance apparente, du moins par rapport à un œil seul.

Fig. 106.

Et avec un miroir.

24. Des expériences semblables faites sur les objets vûs dans un miroir ordinaire, font voir que les verres concaves ou convexes, tenus proche de l'œil n'altérent pas les distances apparentes des objets ; quoique la dernière image ou le lieu d'où les rayons sont divergents sur l'œil, ou vers lequel ils sont convergents, après avoir passé par différents oculaires, soit variée à volonté. Par où il m'est évident qu'aucun Auteur que j'aie vû, n'a donné la vraie raison de la distance apparente d'un objet vû dans un miroir ordinaire. *Voyez l'art. 146, & la remarque sur cet article.*

25. Voici

25. Voici ce qui les a trompés. Ils ont vû par expérience que le lieu apparent d'un objet vû dans un miroir plan, est autant derrière la glace que l'objet réel est par devant; ils ont aussi trouvé par les loix connues de la réflexion, que les rayons tombent divergents sur l'oeil comme s'ils venoient de cet endroit là (art. 23). Du concours de ces deux faits (dans ce cas & dans un autre semblable lorsqu'on voit des objets sous l'eau, art. 146, qui sont plus communs que les autres cas) il ont conclu trop précipitamment que la divergence des rayons visuels depuis le lieu de l'image d'un objet, est la cause de ce qu'il paroît dans ce lieu, & que par conséquent la même cause doit avoir lieu dans la vision par réflexion & par réfraction sur les surfaces sphériques. Mais ce principe étant faux même dans ce cas le plus simple des miroirs plans, comme je l'ai fait voir cidevant, il n'est pas surprenant qu'on y ait trouvé tant de difficultés dans les cas les plus composés, tels que ceux qui ont été observés par le Dr. *Barrovv*, *Gregory*, *Tacquet*, *Molyneux* & par tous les meilleurs Auteurs.

Origine de ce faux principe.

26. Mais on n'a pas encore observé l'erreur fondamentale. Ceux qui se servent de lunettes & de verres concaves pour corriger les défauts de leurs yeux, voient les objets à travers très-distinctement; il en est de même de ceux qui n'ont pas les mêmes défauts; pourvû que les convexités & les concavités de ces verres ne soient pas trop grandes. Or lorsqu'ils approchent les verres de leurs yeux autant qu'ils peuvent, tous les objets leur paroissent à fort peu près de la même grandeur & à la même distance qu'avec l'oeil nud (art. 117). Mais alors les rayons des pinceaux ne viennent pas divergents sur l'oeil du lieu de l'objet, mais ils viennent comme s'ils avoient traversé le concave en ligne droite depuis un lieu beaucoup plus proche, ou comme s'ils avoient traversé le convexe depuis un lieu beaucoup plus éloigné que celui de l'objet, ou même s'ils avoient été convergents vers un endroit placé derrière l'oeil. Et cependant l'objet paroît toujours dans sa place ordinaire. Par conséquent la divergence des rayons sur l'oeil nud depuis cette place réelle, ne peut pas être la cause de ce que l'objet y paroît. Nous ne sommes pas à la vérité certains que l'objet paroisse dans cet endroit là, mais seulement aux environs, lorsqu'il est près de nous. Mais lorsque nous regardons des objets fort éloignés, il est évident qu'ils ne paroissent pas même à l'oeil nud dans l'endroit & dans la position que nous leur connoissons d'ailleurs; mais quelquefois plus proches & d'autres fois plus éloignés. Vous en trouverez des exemples dans cet art. 138, dans les art. 158 jusqu'à 163 & dans les art. 169, 170 & dans les remarques sur cet article. Ainsi en raisonnant analytiquement par les observations & par les expériences, il m'est évident que la divergence des rayons qui viennent d'un objet dans une place, n'est pas la cause de son lieu apparent même à l'oeil nud.

Il n'est pas vrai dans la vision à l'oeil nud.

27. A cette occasion je ne dois pas oublier que ce principe reçu a été rejetté (sur la preuve de son insuffisance par des arguments *à priori*) par l'ingénieux & savant Auteur de *l'essai* qui vient de paroître *sur une nouvelle théorie de la vision*, lorsqu'il traite de la manière dont nous percevons par la vûe, la distance, la grandeur & la situation des objets : ouvrage très-amusant & très-utile à ceux qui ont les connoissances requises pour l'approfondir. Si cet habile homme, que j'estime infiniment, avoit jugé à propos de faire quelques expériences avec des verres, ou d'en tirer des conséquen-

Autre réfutation par la nouvelle théorie du Dr. *Berkeley* Sect. 13.

ces géométriques avec les secours que son genie lui fournissoit, je suis persuadé qu'il auroit trouvé bien des raisons pour rejetter un ou deux autres principes qu'il a substitués à celui-ci, & que je ne puis pas me dispenser d'examiner pour remplir le projet que j'ai formé d'établir cette science sur les fondements les plus solides.

Ayant réfuté la divergence des rayons que les sens ne sçauroient appercevoir, examinons maintenant les degrés de la confusion apparente qui resultent souvent des différentes divergences. Car comme on s'apperçoit avec certitude de la confusion, on peut avec raison conjecturer qu'elle a quelque influence sur notre ame dans les jugements qu'elle forme de la distance; en employant l'argument suivant de l'Auteur ingénieux qu'on vient de citer.

Son nouveau principe par la confusion apparente indique la distance. Sect. 21.

28. Un objet placé à une certaine distance de l'œil, avec laquelle la largeur de la prunelle a une proportion considérable, venant à s'approcher, est vû plus confusément: & plus on l'approche, plus l'apparente est confuse. Ce qui se trouvant constamment vrai, il en résulte dans l'esprit une liaison habituelle entre la distance & les divers degrés de confusion; la plus grande confusion emporte la moindre distance & la moindre confusion emporte la plus grande distance de l'objet.

Et c'est l'occasion des jugements qu'on attribue aux rayons divergents. Sect. 22.

29. Cette apparence confuse de l'objet paroît donç être le milieu par lequel notre ame juge de la distance dans tous les cas, ou les meilleurs écrivains d'optique ont crû qu'elle en jugeoit par la différente divergence avec laquelle les rayons qui viennent d'un point lumineux tombent sur la prunelle. Je crois que personne ne prétend voir, ni sentir ces angles imaginaires que les rayons sont supposés former entr'eux sur leurs yeux par leurs diverses inclinaisons. Mais on ne peut pas manquer de s'appercevoir si un objet paroît plus ou moins confus. Il s'ensuit donc évidemment de ce qui a été démontré (*remarque 27 précédente. sect. 13 de l'essai de* Berkeley) qu'au lieu de la divergence plus ou moins grande des rayons, notre ame fait usage de l'apparence plus ou moins confuse pour déterminer le lieu apparent d'un objet.

Et il fait voir que ce principe s'accorde avec le cas difficile du Dr. *Barrovv*. Sect. 31.

Fig. 105.

30. Voyons maintenant l'accord de l'expérience du Dr. *Barrovv* avec notre principe. Plus l'œil est placé proche du point B dans la figur. 105, plus l'apparence de l'objet est distincte. Mais à mesure qu'il s'écarte en O, elle devient plus confuse & en P elle l'est encore plus & ainsi de suite jusqu'à ce que l'œil étant réculé en Z voie l'objet dans la plus grande confusion. Donc (par la remarque 28) l'objet doit paroître s'approcher peu à peu de l'œil, à mesure qu'il s'éloigne du point B, c'est-à-dire, qu'en O (en conséquence du principe établi dans cette remarque) il doit paroître plus proche qu'il ne paroissoit en B, & en P plus proche qu'en O, en Q plus proche qu'en P & ainsi desuite jusqu'à disparoître en Z. Ce qui est un fait que tout homme peut vérifier.

Le Dr. *Berkeley* observe de plus (sect. 36) que quoique la confusion des objets proches, vûs à l'œil nud, résulte d'une divergence trop grande des rayons, & que dans l'expérience du Dr. *Barrovv* elle résulte de leur convergence; cependant les degrés égaux de confusion produits par ces deux voies contraires, ont le même effet sur notre ame. Car, dit-il, l'œil, ou pour parler plus exactement, notre ame n'appercevant que la confusion en elle-même, sans faire attention à la cause d'où elle procéde, lie conf-

tamment le même degré de distance au même degré de confusion. Peu importe que cette confusion lui soit occasionnée par des rayons convergents ou divergents. D'où il suit que l'œil regardant l'objet Z au travers du verre QS (qui par la réfraction rend les rayons ZQ, ZS &c. convergents) le juge dans la même proximité, à laquelle s'il étoit placé, il porteroit à l'œil des rayons divergents au degré requis pour produire la même confusion qui est produite maintenant par les rayons convergents, c'est-à-dire, qu'ils couvriroient une portion de la rétine égale à DC, le foyer F étant de l'autre côté par la convergence. Mais cela doit s'entendre (pour me servir de l'expression du Dr. *Barrovv*) *seclusis praenotionibus & praejudiciis*, faisant abstraction de toutes les autres circonstances de la vision, telles que la figure, la grandeur, la pâleur &c. des objets visibles; tout cela concourant ordinairement à former notre idée de la distance : notre ame ayant observé par une expérience fréquente que leurs différents degrés ou espèces sont liés avec les diverses distances. C'est ainsi que s'exprime le Dr. *Berkeley*.

Fig. 107.

Mais il ne s'accorde pas avec l'expérience du Dr. *Barrovv* quant à la quantité de la distance apparente.

31. En supposant ce principe vrai, que la distance apparente (ou l'idée de la distance) nous vient de la confusion apparente; je suis entièrement d'accord avec cet Auteur dans cette partie de sa conclusion, que l'œil voyant l'objet à travers le verre, le juge dans la même proximité où il seroit placé s'il portoit à l'œil des rayons divergents au degré requis pour produire la même confusion, qui est produite maintenant par les rayons convergents. Cette conséquence suit naturellement du principe. Mais elle fait voir en même tems qu'un objet qui n'est vû qu'un peu confus dans les verres, doit toujours y paroître à un pied ou deux de distance de l'œil tout au plus. Parce que la plûpart des hommes ne voient à l'œil nud que peu ou point de confusion dans les objets placés à ces distances, ou même à des distances beaucoup moindres. Mais dans l'expérience du Dr. *Barrovv* les objets paroissent confus à tous les degrés de distance apparente, qui n'excedent pas la distance apparente à l'œil nud. Car l'objet étant placé en quelque endroit que ce soit au-delà du foyer du verre, paroîtra confus quoique l'œil touche le verre, parce que les rayons tombent convergents sur l'œil, & si l'on éloigne l'objet peu à peu du verre, ou ce qui revient au même, si l'œil & le verre unis ensemble, s'éloignent peu à peu de l'objet, la confusion augmentera avec la distance apparente, (art. 48) laquelle est toujours la même à fort peu près qu'elle auroit été à l'œil nud s'il avoit reculé de même (art. 117). Et si l'on emploie des verres de différentes convexités très-proches de l'œil, on pourra altérer à volonté la confusion apparente, sans altérer la distance réelle ni la distance apparente. Il s'ensuit donc par le désaccord de ces apparences avec la conclusion précédente, que ce principe est par lui-même insuffisant, & que par conséquent l'accord qui se trouve entre la confusion & la plus grande proximité, lorsque l'œil s'écarte du verre, est purement accidentel par rapport à la confusion, & qu'il vient nécessairement de la grandeur apparente qui augmente avec la confusion.

Ni avec la même expérience faite avec un oculaire concave. Fig. 106.

32. De plus, approchez de votre œil un oculaire concave d'un foyer beaucoup plus court que celui de la lentille convexe dont vous vous êtes servi dans la dernière expérience, & l'objet vous paroîtra confus par ces deux verres, à cause de la trop grande divergence des rayons qui tom-

bent sur l'œil. Mais pendant que vous écarterez peu à peu ces verres l'un de l'autre, la confusion diminuera jusqu'à disparoître, & ensuite elle augmentera de nouveau pendant que la distance apparente de l'objet diminuera continuellement. La raison de ces variations de confusion, paroît clairement par le mouvement de la seconde image *k*, dans la remarque 23 & elle sera bientôt expliquée plus au long dans la remarque 34.

Digression sur l'usage des lunettes sans tuyaux.

33. Cette expérience fait voir, en passant, qu'on peut employer d'assez longues lunettes sans tuyau. Il suffit de tenir le haut de votre canne avec l'oculaire d'une main & l'autre bout avec l'objectif de l'autre main. Faites glisser ensuite cet objectif à la distance convenable, que vous trouverez bientôt par expérience, en cherchant à voir les objets très-distinctement. Vous pouvez de cette manière employer les verres d'un lunette aussi longue que votre bras, comme je le fais souvent lorsque je les porte avec moi. Mais pour avoir une apparence plus claire des objets, il est bon d'avoir un objectif plus large que ceux que l'on enferme communément dans les tubes.

Ni avec d'autres expériences faites avec un oculaire convexe.

34. Mais pour revenir. Si vous renversez l'ordre des verres, c'est-à-dire, si vous tenez la lentille convexe contre votre œil & que la distance de son foyer soit un peu plus grande que celle de la lentille concave ou du miroir convexe, dont on s'est servi dans les trois premières expériences (remarque 16); en les répétant encore avec cet oculaire convexe, vous trouverez les mêmes variations de la distance apparente & de la grandeur que lorsqu'il n'y a point d'oculaire (art. 117), cependant la confusion apparente & la distance croissent toujours ou décroissent toutes deux ensemble. Ce qui est contraire au principe de la confusion. Voici la raison de ces variations de confusion. Soit l'objectif concave en A, l'objet éloigné en Q, son image formée par ce concave en *q*, d'où les rayons tombent divergents sur l'oculaire convexe B; & soit la seconde image formée par ce verre en *k*, d'où les rayons sont divergents ou vers laquelle ils sont convergents en tombant sur l'œil en B. Or puisque la distance B *b* du foyer de l'oculaire convexe B est supposée plus grande que A *q*; il s'ensuit que lorsque les verres sont proches l'un de l'autre, l'image *q* est plus proche de l'oculaire B que son principal foyer *b*; & alors les rayons tombent divergents sur l'œil comme s'ils venoient de l'image *k* & la vision sera distincte si *k* n'est pas trop proche de l'œil. Mais pendant que l'on sépare les verres l'un de l'autre & que l'intervalle *qb* décroît jusqu'à zero & qu'ensuite il devient négatif, la distance B *k* augmente à l'infini, devient ensuite négative & décroît de l'autre côté de l'œil (art. 48), & par conséquent à mesure que les rayons tombent de plus en plus convergents sur l'œil, la confusion augmente, pendant que la distance apparente diminue (remarque 16) comme il arrive sans l'oculaire (art. 117).

Fig. 108.

Réponse à une objection.

35. Mais cela doit s'entendre en faisant abstraction de toutes les autres circonstances de la vision, telles que la figure, la grandeur, la couleur pâle &c. des objets visibles, comme s'exprime l'Auteur (remarque 30). Je réponds que lorsqu'un objet donné fixe est vû successivement par différents oculaires contigus à l'œil & à une distance fixe de l'objectif, la figure, la grandeur & la couleur pâle de l'objet ne sont pas sensiblement altérées par les différents oculaires & que même la confusion quoique fort sensiblement alterée & même reduite à la distinction, ne produit point d'altération

fenſible dans la diſtance apparente de l'objet dans aucune de mes expériences.

36. Il me paroît par ces expériences & par pluſieurs autres que j'ai faites, que la confuſion apparente n'indique pas la proximité ni aucune diſtance. La raiſon en eſt peut-être que la plûpart des enfants & des jeunes gens n'apperçoivent aucune confuſion dans les objets qui ſont proches ; parce que communément ils ont les yeux attachés à leurs lettres lorſqu'ils apprennent à lire ou à écrire, leurs yeux étant alors comme les autres parties de leurs corps, plus flexibles que dans la ſuite ; & par conſéquent quoique les objets voiſins puiſſent leur paroître peu à peu plus confus à meſure qu'ils vieilliſſent, ils s'attachent plutôt à éviter ce défaut qu'à le prendre pour un ſigne de proximité ; c'eſt qu'ils n'en ont pas beſoin, ayant employé conſtamment d'autres ſignes de proximité qui leur ont ſuffi pour la reconnoître.

Donc la confuſion apparente n'indique pas la diſtance.

37. Mais on prétend que les efforts que l'œil fait pour éviter la confuſion, ſont des ſenſations qui ſuppléent à la confuſion pour lui indiquer la proximité (*ibid ſect. 17*). Je réponds que cette ſenſation étant un peu douloureuſe devroit empêcher les jeunes gens de s'attacher aux objets. Mais puiſqu'ils s'y attachent, il paroît qu'ils n'ont pas cette ſenſation ; ils n'en ont pas non plus beſoin pour leur indiquer la proximité, quoique dans la ſuite ils la reſſentent. Car à meſure qu'ils deviennent plus vieux, leurs yeux font des efforts pour éviter la confuſion, ou pour r'avoir la diſtinction ordinaire & la perception des moindres parties d'un objet ; & ces perceptions ordinaires ne ſuffiſent-elles pas pour leur donner l'idée ordinaire de la proximité ? Lorſque ces efforts leur deviennent inutiles, ils ſont forcés de ſe ſervir de lunettes, & par leur moyen les anciennes idées liées enſemble, de diſtinction, de grandeur & de proximité, ſe réveillent dans leur eſprit. Les petits objets vûs à travers des lunettes pour ceux qui en ont beſoin, leur paroiſſent beaucoup plus diſtincts qu'à l'œil nud, & par conſéquent ils devroient leur paroître beaucoup plus éloignés, ſelon le principe de la confuſion ; mais je ſçai qu'ils leur paroiſſent au contraire plus proches, comme cela doit arriver ſelon la théorie ; parce qu'ils leurs paroiſſent un peu plus grands, à raiſon de la petite diſtance des lunettes aux yeux.

Non plus que l'effort de l'œil.

38. Enfin pour achever de ſe convaincre, que la diſtance apparente ne dépend, ni de la confuſion apparente, ni des efforts de l'œil, ni des degrés de clarté & d'obſcurité dans l'apparence d'un objet, on peut faire l'expérience ſuivante. Pour éviter la confuſion & les efforts de l'œil, faites un petit trou avec une épingle dans une carte, ou dans un papier & l'ayant appliqué très-proche de l'œil, répétez chacune des expériences précédentes & vous trouverez que les objets vous paroîtront toujours diſtincts, même lorſque les rayons ſeront convergents vers votre œil, & que cependant les degrés de diſtance apparente, continueront d'être les mêmes qu'auparavant & qu'ils ſeront ſeulement un peu plus déterminés ; parce que les grandeurs apparentes ſeront alors déterminées plus préciſément par des lignes extérieures plus diſtinctes. (art. 117). Il vaut mieux regarder les objets hors de la chambre, parce qu'ils éclairent plus fortement que ceux qui ſont en dedans & qu'ils paroiſſent plus clairement par un petit trou. Or en faiſant gliſſer le trou d'un côté à l'autre de la prunelle, & en le rétabliſſant alternativement, pendant que l'œil, l'objet & le verre ſont fixes ; vous ne pourrez pas vous aſſu-

Non plus que la foibleſſe d'apparence apperçue par un trou fait avec une épingle.

rer d'aucune altération sensible dans leurs distances apparentes, quoique le degré de distinction & de clarté soit beaucoup altéré. La même chose a lieu lorsqu'on se sert du petit trou sans aucun verre, parce qu'étant joint à l'œil, il n'altère pas sensiblement les grandeurs apparentes des objets placés à des distances quelconques, quoiqu'il fasse paroître distinctement les objets qui sont fort proches.

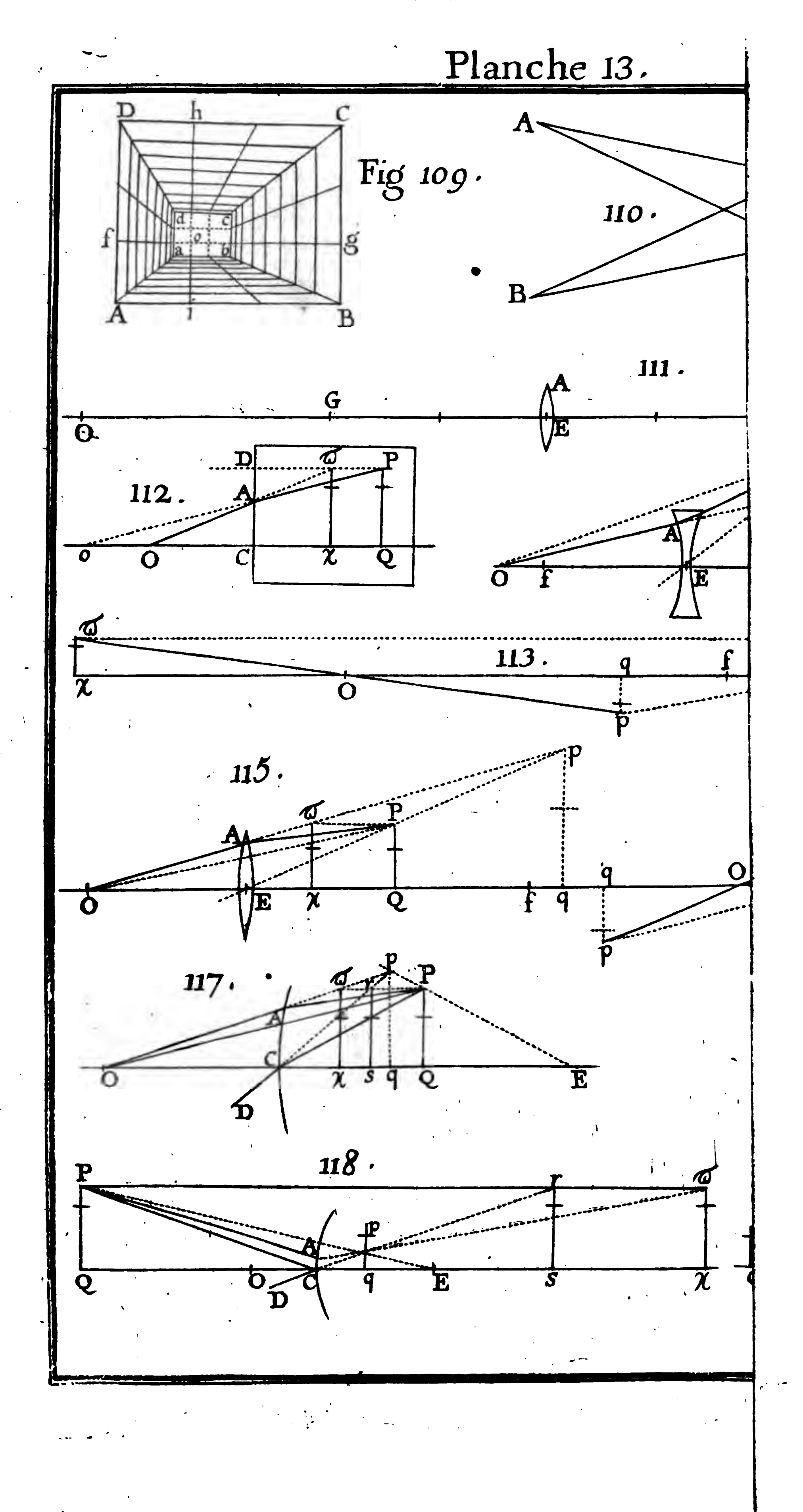
Ou par des ouvertures plus petites des télescopes.

39. De même si l'on varie l'ouverture de l'objectif d'un télescope, en le couvrant successivement avec des cercles de papier dont les trous au centre soient de grandeurs fort différentes; on sçait fort bien que la clarté apparente d'un objet donné varie à proportion de ces ouvertures; mais sa distance apparente ne varie pas pour cela, tant qu'on employe le même oculaire. Que si on lui substitue un oculaire d'un foyer plus court, la distance apparente de l'objet diminue quoique l'obscurité augmente (art. 348). On peut éprouver cela fort exactement de la manière que nous l'avons dit dans la remarque 19[e]. On voit donc que l'augmentation de la grandeur apparente est l'indice de la plus grande proximité malgré l'obscurité, parce qu'il n'y a que cela qui soit sensiblement altéré.

Conclusion générale.

40. D'où je conclus par l'induction de toutes les particularités de ces expériences (pour ne dire rien de plus) que la distance apparente d'un systême donné d'objets connus, vûs par des verres, à la campagne ou dans un lieu spacieux où l'imagination a assez d'espace pour agir (*Voyez les remarques sur l'art.* 151) nous est indiquée principalement ou uniquement par sa grandeur apparente, quelle que soit la variation de la divergence & de la convergence des rayons, de la distinction & de la confusion, de la clarté & de l'obscurité. Et puisque nos jugements sur les apparences dans les verres, viennent incontestablement de notre expérience dans la vision avec l'œil nud; il s'ensuit que la même conclusion a lieu dans ce dernier cas. Et qu'ainsi ayant découvert cette conclusion par analyse, on peut la prendre dans la synthése pour un principe propre à expliquer les phénomènes de distance dans les visions de toute espèce; selon la meilleure méthode de raisonner en Physique que notre grand Philosophe prescrit en ces termes dans son Optique quest. 31, p. 380.

Comme dans les Mathématiques, ainsi dans la Physique, la méthode analytique dans la recherche des difficultés, doit toujours précéder la méthode synthétique. Cette analyse consiste à faire des expériences & des observations, & à en tirer des conclusions générales par induction, sans admettre contre ces conclusions aucune objection que celles qui sont tirées des expériences mêmes, ou de quelque autre vérité connue. Car on ne doit pas avoir égard aux hypothéses dans la physique expérimentale. Et quoique les preuves d'induction par les expériences & par les observations ne soient pas des démonstrations des conclusions générales; c'est pourtant le meilleur moyen de parvenir à la connoissance de la nature & cette preuve est d'autant plus forte que l'induction est plus générale. Et si les phénomènes ne donnent aucune exception, on peut regarder la conclusion comme générale. Mais si quelque tems après, les expériences donnent quelque exception, on doit commencer à limiter par-là cette conclusion. Par cette voie d'analyse on peut descendre des quantités composées à leurs parties & des mouvements aux forces qui les produisent, & en général des effets à leurs causes & des causes particulieres à celles qui sont plus générales, jusqu'à


Fig 109.
110.
111.
112.
113.
115.
117.
118.

ce qu'on remonte à la cause la plus générale. Telle est la méthode d'analyse. Mais la synthése consiste à prendre les causes que l'on a découvertes & établies pour des principes & à expliquer par leur moyen les phénomènes qui en dérivent, ou à prouver la vérité de ces explications. Telles sont les réflexions de *Newton*.

Exceptions auxquelles on doit avoir égard en certains cas.

41. Dans l'art. 139 & dans ceux qui suivent, je me suis conduit synthétiquement sur le principe de la grandeur apparente, pour déterminer par ce moyen les distances apparentes des objets vûs par réflexion ou par réfraction dans tous les cas. Mais dans les remarques suivantes je parlerai des exceptions à cette détermination générale qui se sont présentées à moi, & je donnerai la raison pour laquelle on doit y avoir égard. Mais à présent je vais donner un peu plus d'étendue à ce principe.

Maximes de peinture & de perspective.

42. Pour faire voir que les objets ne paroissent pas toujours à l'œil nud dans le lieu réel d'où les rayons sont divergents, mais souvent dans d'autres lieux indiqués par l'imagination selon leurs grandeurs apparentes, j'ai employé les regles de la perspective & de la peinture (art. 136) les plus universellement reçûes, qui sont celles ci. 1°. Il faut diminuer les dimensions des figures des objets donnés à proportion que les objets eux-mêmes sont plus éloignés de l'œil; de manière que les grandeurs des figures fassent toujours connoître les distances des objets. 2°. Il faut rendre les contours des figures plus foibles ou plus forts, selon que les objets sont plus ou moins éloignés de l'œil; & enfin il faut soustraire les moindres parties des petites figures sur-tout à leurs contours & peindre plus légèrement & d'une façon moins déterminée à proportion que les objets sont plus éloignés. Parce que tandis qu'un objet s'éloigne de l'œil, la grandeur apparente du tout & de ses différentes parties décroît continuellement, & son contour n'étant qu'une ligne physique s'affoiblit bientôt & se confond avec les couleurs des objets contigus; ensuite il disparoît & après lui les petites parties extérieures disparoissent aussi, jusqu'à ce qu'à la fin il ne reste plus que l'apparence des parties les plus massives d'une figure confuse & indéterminée. Or en tout cela, que fait-on, autre chose que diminuer la grandeur apparente du tout & de ses parties ?

Description d'une perspective. Fig. 109.

43. Mais pour entrer dans un plus grand détail. Si la figure ABCD contient la perspective de l'intérieur d'une longue galerie, vûe de l'un de ses bouts, lorsque l'axe de l'œil est dirigé selon une ligne parallele à la longueur de la galerie; & si cet axe coupe le plan de la figure en *o*; alors par les regles connues de la perspective (voyez l'art 156) les représentations de toutes les lignes qui sont dans la galerie paralleles à l'axe de vision ou à la longueur de la galerie, seront convergentes vers le point *o*, qu'on appelle pour cette raison le centre de la perspective. Telles sont les lignes A*a*, B*b*, C*c*, D*d* qui représentent les quatre intersections des deux côtés de la galerie avec le plancher & le pavé. Il est donc évident que les représentations de toutes les lignes égales, qui dans la galerie sont perpendiculaires à ces paralleles & qui en sont interceptées ou qui sont comprises entre d'autres paralleles à celles là, diminueront continuellement à mesure qu'elles s'approcheront toujours plus du centre *o*. Ce qui revient au même que si l'on disoit que toutes les dimensions linéaires des représentations d'une rangée quelconque d'objets égaux placés dans la galerie sur chaque ligne parallele à l'axe de vision, soit sur le pavé sous cet axe ou au plancher en

dessus, ou à l'un de ses côtés, diminuent continuellement à mesure qu'elles s'approchent plus du centre *o*, & par conséquent à mesure qu'elles appartiennent à des objets plus éloignés. Voyez l'art. 156.

Ses effets sur l'œil.

44. Telles sont les proportions des parties ou des figures d'une perspective; & en y regardant de près, on trouve que les parties diminuées placées dans toutes les positions tout autour du centre *o*, font le même effet sur notre ame pour lui indiquer la distance de l'œil. De manière que cet effet ne vient nullement d'aucune position particulière des parties les plus petites, placées en dessus ou en dessous, à droite ou à gauche du centre *o*; mais uniquement de leurs grandeurs. Ce qui est encore plus évident dans les perspectives des petites chambres, des Eglises, & de tous les objets peu profonds, où toutes les plus grandes parties ou figures, quoique tracées presque avec une égale force, nous font paroître pourtant des distances inégales par leurs grandeurs inégales. Tous les Artistes que j'ai consultés m'ont avoué, que les simples lignes extérieures d'une perspective bien exécutée, suffisent pour faire sentir les distances des objets, sur-tout lorsqu'on les regarde seulement d'un œil placé au Point de vûe; parce que le simple trait des figures suffit pour faire connoître les objets qu'elles représentent. Et alors on aide l'imagination en regardant au travers d'un petit tube ou seulement au travers de la main pliée en forme de tube, pour écarter la vue des parties collatérales du papier qu'on n'a pas encore mises en perspective.

La lumière & les ombres d'une perspective.

45. Quant à la disposition de la lumière ou du jour dans une perspective, on la fait souvent aussi forte dans le centre & aux environs que par tout ailleurs & quelque fois même plus forte. Parce que la lumière qui vient de côté & qui tombe également sur les objets représentés, est regardée comme la meilleure, & parce qu'on a besoin d'une lumière plus forte pour distinguer les plus petites figures qui sont proches du centre des perspectives. Il est vrai que communément on supprime les ombres des objets éloignés, parce qu'elles sont originairement trop foibles pour affecter l'œil.

Ce que c'est que la perspective aérienne.

46. Telles sont les maximes principales & les effets de la perspective linéaire; laquelle est perfectionnée dans la peinture par la perspective aérienne, qui est l'art d'imiter la dégradation apparente des couleurs dans les corps naturels à proportion qu'ils sont éloignés par degrés de notre œil. Cette dégradation est occasionnée en partie par la transmission des rayons de certaines couleurs au travers de l'air & des vapeurs en plus grande abondance que les rayons des autres couleurs; mais sur-tout par leur mélange avec les rayons de couleur d'azur, réfléchis par une grande quantité d'air & de vapeurs intermédiaires.

Ses effets donnent lieu à ceux de la perspective linéaire.

47. On conserve parfaitement la perspective aérienne d'une contrée éloignée, lorsqu'on la regarde au travers d'une lentille concave. Et c'est alors que la perspective linéaire, d'où les rayons tombent divergents sur l'œil, est exactement proportionnée à l'image de la contrée formée par la lentille sur un plan qui passe par son principal foyer perpendiculairement à son axe. Or pendant que l'œil est appliqué contre la lentille, cette perspective imaginaire ou plutôt la perspective tracée sur la rétine réveille la même idée du pays qu'exciteroit une perspective égale (art. 117) formée sur la rétine de l'œil nud. Mais lorsque la lentille est arrêtée & que l'œil s'en écarte, & qu'il s'écarte aussi par conséquent de la perspective imaginaire à son foyer,

la

la perspective semblable sur la rétine diminue (art. 106) & réveille l'idée d'une plus grande distance du pays, quoique la perspective aérienne des couleurs continue d'être la même qu'auparavant. Mais si l'on regarde au travers d'un verre légèrement enfumé ou teint de quelque couleur légère & transparente, je n'ai pas idée que la grandeur apparente ou la distance apparente des objets éloignés en ayent été sensiblement altérées. En réunissant tout cela, il me paroît évident que la perspective linéaire d'un paysage contribue plus à nous faire appercevoir les distances, que la perspective aérienne des couleurs.

Réponse à une objection.

48. On pourroit peut-être m'objecter que certains objets fort grands & fort éloignés, comme les montagnes ou les Villes, étant vus clairement dans un tems plus pur & plus serein, paroissent sensiblement plus proches que lorsque l'air est plus grossier (*voyez les expériences de* Hook *publiées par* Derham 8°. *p.* 143) j'ai été assuré de deux ou trois exemples de cette espèce par de très-bons juges en cette matière & en particulier par le Dr. *Berkeley* lui-même, qui m'a dit qu'en voyageant en Italie & en Sicile où l'air est communément beaucoup plus pur qu'en Angleterre, il fut souvent surpris d'y voir des apparences de cette espèce ; sçavoir qu'une Ville éloignée ou un autre objet semblable, lui paroissant très-vivement & très-distinctement, lui paroissoit aussi beaucoup plus proche, qu'il n'étoit selon les connoissances certaines qu'il avoit de sa distance. Mais à mon avis, ces phénomènes ne sont pas tous contraires à la rélation ordinaire entre la grandeur & la distance apparente. Car notre idée de la grandeur apparente n'est pas une idée simple d'une surface uniforme plus grande ou plus petite ; mais elle renferme aussi l'idée d'un nombre plus grand ou plus petit de parties distinctes dans l'objet connu, que l'on n'imagine pas, mais que l'on voit actuellement. Or comme les petites parties d'un objet connu qui sont ordinairement obscurcies par un air grossier, se manifestent plus clairement dans un air plus pur ; l'objet doit paroître un peu plus proche & presque au même degré de proximité où il paroîtroit, si le spectateur s'en approchoit jusqu'au point de voir le même nombre de ces petites parties aussi clairement dans un air grossier, qu'il les voit dans un air plus pur à une plus grande distance. Je dis presque au même degré de proximité, parce que la glus grande apparence de grandeur de tout l'objet vû d'une station plus proche, s'il nous étoit connu & familier, contribueroit aussi à diminuer sa distance apparente, sans parler de la vûe d'une plus petite partie de pays interposée.

Confirmation de cette réponse par les télescopes.

49. Quoique cette explication n'exclue pas totalement les idées de proximité qui peuvent nous venir de la perspective aérienne dont nous avons parlé, & que je ne prétende pas non plus les exclure entièrement ; je crois cependant qu'elle est fortifiée par son union intime avec la principale cause, ou peut-être la seule qui nous fournit l'idée de la proximité des objets dans les télescopes (sur-tout dans ceux qui sont plus propres à observer pendant le jour, comme on verra art. 356). Cette cause ne dépend pas entiérement de la grandeur apparente de tout l'objet (que souvent on ne peut pas voir tout entier dans un télescope fixe) mais encore de la perception claire & distincte d'un nombre beaucoup plus grand & plus varié de petites parties qu'on ne peut en découvrir par l'œil nud.

50. De là vient, pour le dire en passant, que ceux qui ne sont pas accou-

D'où vient que les objets paroiſſent dans les téleſcopes plus petits qu'on ne ſe l'étoit imaginé.

tumés à voir dans les téleſcopes, ſont ſouvent fruſtrés de leur attente en y conſidérant un objet. Par exemple, lorſqu'ils ſe propoſent de voir la face d'un homme placé à 100 toiſes de diſtance dans un téleſcope qui groſſit 100 fois en diamétre, ils s'attendent à voir une eſpèce de face giganteſque au moins auſſi large que la pleine Lune (ce qui étoit l'idée du Moine *Bacon* en cette matière ; & ce qui fait voir qu'il n'avoit jamais vû aucun téleſcope). Et il eſt vrai que cette idée eſt aſſez naturelle, lorſqu'on eſt porté à croire que l'objet doit paroître au même endroit & à la même diſtance où il paroîtroit à l'oeil nud, & par conſéquent comme une ſurface 100 fois plus large que la face réelle. Mais en prenant le téleſcope on voit qu'elle paroît ſeulement 100 fois plus proche, & cette proximité d'apparence devient la ſeule cauſe de leur admiration. Car comme la face de cet homme leur paroît dans le téleſcope dans ſa grandeur ordinaire & avec la même diſtinction & la même variété des traits & des moindres parties qu'elle paroît à l'œil nud, lorſqu'elle eſt environ 100 fois plus proche (art. 143) ils ne trouvent aucune circonſtance extraordinaire dans cette apparence, ſi ce n'eſt la grande proximité. De plus en regardant la face d'un homme avec l'œil nud à 100 toiſes de diſtance, nous la concevons plus grande à proportion de la diſtance, que ſi elle étoit plus proche ; parce que l'air d'une perſonne connue fournit à notre mémoire l'idée générale de ſes différents traits, qui en les examinant, ne ſont pas apperçus par notre œil ; comme nous en ſommes pleinement convaincus en jettant les yeux ſur des étrangers ou ſur des objets inconnus, qui demandent une perception plus particulière de leurs moindres parties. De ſorte que ce préjugé contribue auſſi à fruſtrer l'attente de l'obſervateur dans l'idée qu'il s'étoit formée du téleſcope ; quoiqu'il lui paroiſſe parfait & admirable en ce qu'il lui fait découvrir les moindres parties des objets. Et c'eſt là le vrai ſens de la définition qne nous avons donnée de la grandeur apparente dans les art. 98 & 104.

Obſervation ſur le relief de la peinture.

Fig. 110.

51. *Léonard de Vinci* dans ſon traité de la peinture, imprimé à *Londres* 1721, p. 178 fait une obſervation curieuſe qui mérite d'être placée ici. Il dit que la peinture quoique conduite avec le plus grand art, & portée à la dernière perfection, tant par rapport aux traits, qu'aux jours, aux ombres & aux couleurs, ne ſçauroit jamais donner un relief égal à celui des corps naturels, à moins qu'on ne la regarde à une certaine diſtance & avec un œil ſeulement. Ce qu'il démontre en cette manière. Si l'on regarde un objet C avec un œil ſeulement placé en A, tous les objets qui ſont par derrière, & pour ainſi dire renfermés dans une ombre ECF qui ſeroit produite par une chandelle placée en A, ſeront inviſibles à cet œil en A ; mais lorſque l'on ouvre l'autre œil en B, une partie de ces objets lui devient viſible, & il n'y a de caché aux deux yeux que ce qui eſt renfermé dans l'ombre double CD, qui ſeroit produite par deux lumières en A & B & qui ſeroit terminée en D. L'eſpace angulaire EDG au-delà de D étant toujours viſible aux deux yeux. Et ainſi il obſerve que l'objet C vû des deux yeux devient comme tranſparent, ſelon la définition ordinaire des corps tranſparents, qui ne cachent rien de ce qui eſt derrière eux. Mais cela ne peut pas arriver, lorſqu'on regarde d'un ſeul œil un objet dont la largeur eſt plus grande que celle de la prunelle. La vérité de cette obſervation eſt donc évidente ; puiſqu'une figure peinte intercepte tout l'eſpace qui eſt der-

rière son lieu apparent, & qu'elle empêche que les yeux ne voient toutes les parties du terrein imaginaire qui est derrière elle.

52. Par là nous sommes en état de distinguer plus exactement la place d'un objet voisin avec les deux yeux qu'avec un seul; en ce que nous le voyons plus détaché des autres objets qui sont derrière lui & que nous voyons une plus grande partie de sa surface, sur-tout si elle est ronde. Et par conséquent en supposant que nous ne jugions de sa distance que par sa grandeur apparente, nos jugements sont un peu différents avec un seul œil que lorsque nous les employons tous les deux. Outre cela, en regardant des deux yeux, nous voyons les objets plus clairement, plus fortement & même plus grands. Et ainsi toute réflexion faite (voyez l'art. 138) je ne dispute pas que le sentiment du tour de nos yeux, lorsqu'ils dirigent leurs axes successivement d'un objet plus éloigné à un autre plus proche ou au contraire, ne puisse contribuer à corriger nos jugements sur la distance d'un objet : certainement aussi-tôt qu'on est parvenu à cette position des yeux, la perception des objets devient beaucoup plus claire & plus forte qu'auparavant. Car auparavant, si l'on y fait bien attention, on voit toujours deux apparences plus foibles de l'objet qui s'approchent promptement l'une de l'autre & transversalement, jusqu'à ce que se joignant, elles forment une image plus claire. Et ainsi il n'est pas surprenant que ceux qui viennent de perdre un œil, soient exposés à se tromper dans les petites distances, comme en versant des liqueurs d'un vaisseau dans un autre, ou en mouchant une chandelle, ou dans d'autres actions semblables. Mais peu à peu ils deviennent plus experts; comme je l'ai appris d'une personne qui en avoit fait l'expérience; & Mr. *Boyle* dans la 7e. observation sur les défauts de la vue fait la même remarque, & ajoute que par une expérience qu'il avoit faite exprès, il avoit trouvé souvent qu'avec ses deux yeux il voyoit un objet dans une autre place que celle où il le voyoit avec l'un ou l'autre, seul. On peut voir des exemples de cette espèce dans l'art. 137. Mais lorsque les objets sont fort grands & fort éloignés en comparaison de l'intervalle entre les deux yeux; tous ces petits avantages deviennent inutiles, excepté celui de l'apparence plus vive & plus forte.

Quelques avantages de la vision avec les deux yeux.

53. Enfin lorsqu'on voit dans l'horizon les objets les plus éloignés l'un au-dessus de l'autre, & qu'on ne connoît pas leurs grandeurs, comme les montagnes les unes sur les autres, les maisons & autres objets; il n'est pas douteux que c'est la plus grande obscurité ou foiblesse, & la plus grande hauteur jointes ensemble, qui nous fournissent l'idée de la plus grande distance des objets plus obscurs & plus élevés; puisque la même chose nous arrive dans la peinture, & que nous n'avons pas d'autres moyens pour en juger dans ces deux cas. Je ne nie pas non plus que quelques degrés d'obscurité, encore moindres que ceux ci, en obscurcissant les traits & quelques unes des petites parties d'un objet placé à une moindre distance que celle de l'horizon, ne puissent le faire paroître un peu plus petit, & presque aussi éloigné qu'il paroîtroit à l'œil placé dans un air plus pur, où on le verroit de la même grandeur & avec le même nombre & la même variété de petites parties qu'auparavant, dans l'air grossier.

En quel cas & comment la foiblesse de la lumière indique une plus grande distance.

54. Mais lorsque nous jettons les yeux sur une scene ou sur un paysage qui ne contient que des objets connus, lesquels ne sont pas assez éloignés pour être sensiblement obscurcis par l'air, ni assez proches ou assez petits pour être sensiblement différents, soit qu'on les voie d'un seul œil ou des

Etablissement du point principal.

deux yeux, & qu'ils sont situés à des distances modérées quelconques, où nous les voyons ordinairement plus distinctement & où nous appercevons clairement, exactement & parfaitement leurs distances; je soutiens qu'alors sur-tout leurs distances apparentes mutuelles & par rapport à l'œil nous sont indiquées principalement & peut-être uniquement par leurs grandeurs apparentes : ce que je crois d'avoir suffisamment prouvé.

Conclusion de cette dissertation.

55. Pour conclure toutes ces réflexions, c'est l'affaire des Opticiens 1°. de découvrir & d'établir la cause la plus générale qui nous fournit l'idée des distances des objets, lorsque nous les voyons dans la plus grande perfection. 2°. Pour expliquer les apparences semblables, lorsque la vision est moins parfaite, ils doivent considérer l'étendue & les limites des opérations régulières de cette cause générale sur notre ame, & les obstacles qui s'opposent à ces opérations, comme la petitesse & l'obscurité des objets trop éloignés, la confusion des objets trop proches & autres semblables. De sorte que si l'on trouve que pour expliquer un phénomène donné de distance, les effets de la cause générale ne soient pas suffisants & qu'ils ne répondent pas à toute l'apparence donnée, il faut les corriger par les effets des obstacles particuliers, lorsqu'on aura prouvé qu'ils existent dans le cas proposé. Tout comme on doit calculer d'abord le lieu & la distance d'une planete par la loi de son mouvement moyen & le corriger ensuite par les équations qui mesurent ses irrégularités. C'est là l'unique méthode exacte que l'on peut employer dans toutes les recherches physiques, & tant que l'on n'aura pas la loi de la cause principale qui répond à ce mouvement moyen, ce sera envain que l'on employera les équations particulières.

Sur l'art. 142. Fig. 82.

56. 4°. *Lorsqu'un rayon P O venant directement à l'œil, fait un angle P O Q égal à A O C ou ϖ O k:* on peut résoudre ce problême en cette manière.

Fig. 111.

Dans l'axe d'une lentille convexe, dont le centre est E, prenez E G & E H égales chacune à deux fois la distance de son foyer, & que la distance E Q de l'objet à la lentille, soit plus grande que E H. Prenant ensuite O G à G E, comme E H à H Q & plaçant cette ligne O G en s'écartant de la lentille, l'œil placé en O verra l'objet Q au travers de la lentille dans le même endroit où il le verroit, s'il n'y avoit point de lentille. De même si le lieu de l'œil est donné, on aura le lieu de l'objet par cette proportion que l'on peut démontrer par l'art. 139 ou par le premier terme de la Série que l'on trouvera dans l'art. 247 en faisant la valeur de la distance apparente O II = O P.

Sur l'art. 146. Fig. 112.

57. *Donc, dans ces deux cas, l'objet paroît dans le lieu de son image.* On peut rendre ceci plus évident en prolongeant P ϖ jusqu'à ce qu'il coupe le plan réfringent C A à angles droits en D. Car supposant les rayons comme P A venant de P, puisque D ϖ est à D P en raison donnée du sinus d'incidence au sinus de réfraction (art. 223); il s'ensuit que pendant que le foyer P se meut le long de l'objet P Q, le foyer correspondant ϖ doit décrire une image ϖ x parallele & égale à P Q (art. 244).

58. Dans l'autre cas des réflexions du plan C A D, puisque D ϖ est égale à D P, tous les rayons qui viennent de P seront divergents de ϖ après les réflexions (art. 202), & par conséquent pendant que le foyer ϖ x se meut le long de l'objet P Q; le foyer décrira une image ϖ x parallele & égale à P Q.

59. J'ai touché quelques autres cas dans l'art. 142 où un petit objet

est égal à son image & paroît dans le même endroit, lorsqu'il touche une lentille mince ou une surface réfléchissante ou réfringente, & lorsqu'il est placé au centre d'un miroir concave ou au centre de la simple surface sphérique d'un milieu plus dense.

60. Je crois qu'il n'y a plus qu'un cas de cette espèce, dans les corps simples ; c'est lorsque la distance EQ d'un objet PQ au centre d'une lentille convexe ou d'une sphére ou de la surface convexe simple d'un milieu plus dense, est égale à la somme des distances de ses deux foyers. Car alors la distance opposée Eq de son image, est aussi égale à cette somme (art. 236), & par conséquent l'objet PQ est égal à son image pq (art. 245) & il doit paroître dans le lieu où il est par la regle générale dont il est parlé à la fin de l'article présent, c'est-à-dire, que Oχ, distance apparente de l'objet, est à Oq distance de son image, comme l'objet PQ ou $\pi\chi$ est à son image pq ; ce qui est évident par les triangles semblables O$\pi\chi$ & Opq. Fig. 113.

61. D'où il suit évidemment que l'objet ne peut paroître dans le lieu de son image (au moins à un œil seul) que lorsqu'il est égal à son image.

62. Puisque les phénomènes des mouvements apparents dans les verres, se tirent de la définition que j'ai donnée de la distance apparente (art. 139) sans autre secours que celui de la Géométrie ; il sera peut-être plus satisfaisant de les étendre un peu plus, en les rapprochant des phénomènes semblables qui paroissent à l'œil nud. Par ce moyen, on comprendra mieux les difficultés insurmontables & les contradictions qui résultent de toute explication que l'on pourroit tenter par le principe reçu de la divergence des rayons depuis le lieu de l'image. Tout subsistant comme ci-devant, joignez OP & par le centre de la lentille menez PE qui coupe le rayon visuel OA prolongé en p ; la ligne pq perpendiculaire à l'axe, sera l'image de l'objet PQ (art. 55 ou 245), & lorsque l'œil touche la lentille, les angles pOq, POQ seront à fort peu près égaux entr'eux (art. 43). Sur l'art. 148. Explication plus étendue des mouvemens apparents d'un objet fixe vû dans un verre fixe. Fig. 114, 115, 116.

1er. *cas.* Ainsi lorsque l'œil s'éloigne de la lentille, vers quelque point O ; si la distance Oq est moindre que OQ, l'angle pOq décroîtra plus vîte ou en plus grande proportion que l'angle POQ (art. 60), & par conséquent la grandeur apparente de l'objet fixe PQ, vû dans la lentille, décroîtra aussi plus vîte qu'elle ne feroit à l'œil nud, s'il n'y avoit point de lentille (art. 106, 108). Mais si l'on suppose en même tems que l'objet PQ s'éloigne de l'œil nud dans les lieux paralleles successifs, π assez vîte pour être compris par un angle visuel décroissant πOχ, constamment égal à l'angle pOq, formé par les rayons rompus ; sa grandeur apparente à l'œil nud, deviendra alors constamment égale à sa grandeur apparente dans la lentille : & par conséquent il paroîtra s'éloigner de l'œil nud aussi vîte qu'il paroît s'en éloigner dans la lentille, pendant qu'il restera fixe dans la place PQ. Car les deux peintures sur la rétine étant toutes deux distinctes & constamment égales & semblables, & le sens n'étant nullement affecté par la réfraction des rayons, mais uniquement par la grandeur de la peinture qui en résulte ; notre ame doit former sur les sensations de cette peinture décroissante le même jugement qu'elle forme ordinairement & constamment sur les sensations semblables, d'une pareille peinture décroissante d'un objet qui s'éloigne de l'œil nud. Fig. 114.

2d. *Cas.* Soit maintenant la distance Oq plus grande que OQ ; pendant Fig. 115.

que l'œil s'écarte de la lentille vers quelque point O ; l'angle pOq décroît plus lentement ou en moindre proportion que ne fait l'angle POQ (art. 60). Et par conséquent la grandeur apparente de l'objet PQ, vû dans la lentille, décroît aussi plus lentement qu'elle ne feroit à l'œil nud, si la lentille étoit supprimée. (art. 106, 108). Mais si l'on suppose en même tems que l'objet PQ se meut vers l'œil nud dans les lieux paralleles successifs πx, assez vîte pour comprendre un angle visuel décroissant $\pi O x$ constamment égal à l'angle pOq formé par les rayons rompus ; sa grandeur apparente à l'œil nud deviendra pour lors constamment égale à sa grandeur apparente dans la lentille : & par conséquent il paroîtra s'approcher de l'œil nud aussi vîte qu'il paroîtroit s'approcher de la lentille, pendant qu'il reste fixe dans le lieu PQ. La démonstration est la même que celle du 1[er] cas.

Démonstration du cas difficile du Dr. Barrow. Fig. 116.

63. 3[e]. *Cas*. Enfin si l'image fixe pq se trouve derrière l'œil, qui s'écarte de la lentille vers un point O, l'angle AOE ou pOq augmentera, pendant que l'angle POQ diminuera, & par conséquent la grandeur apparente de l'objet vû dans la lentille augmentera, pendant que sa grandeur apparente à l'œil nud diminuera, si l'on supprime la lentille. Mais si l'objet se meut vers l'œil nud dans les lieux paralleles successifs πx, assez vîte pour être compris dans l'angle visuel croissant $\pi O x$, égal constamment à pOq ou AOE, sa grandeur apparente à l'œil nud deviendra constamment égale à sa grandeur apparente dans la lentille, & par conséquent il paroît s'approcher aussi vîte de l'œil nud, qu'il paroît s'en approcher dans la lentille pendant qu'il reste fixe dans le lieu PQ ; sur-tout si l'on voit l'objet par un petit trou d'épingle pour en rendre la vision distincte.

Fig. 117.

64. Lorsque l'œil est joint à une simple surface réfringente AC, soit le rayon visuel rompu DCp qui coupe une ligne Pπ parallele à l'axe en r, l'objet PQ paroîtra dans la perpendiculaire rs (art. 139), & pendant que l'œil s'éloigne de C vers un point O, la distance apparente de l'objet fixe PQ variera, comme ci-devant, en même proportion qu'elle auroit varié à l'œil nud, si un objet égal rs s'étoit mû de la place rs assez vîte pour être toujours compris dans l'angle visuel variable pOq ou AOC.

Ainsi, lorsque l'œil s'éloigne d'une surface plane réfringente AC, l'objet PQ paroît immobile dans le lieu de son image pq, parce qu'il se confond avec le lieu & la grandeur de la perpendiculaire rs. Car puisque nous sommes constamment accoutumés à certains degrés connus d'augmentation de grandeurs apparentes d'un objet fixe pendant que nous nous en approchons & à de semblables degrés de diminution pendant que nous nous en éloignons, il est nécessaire que les degrés de grandeur apparente, apperçus dans les verres aussi bien qu'à l'œil nud, varient plus vîte que ceux-ci, pour occasionner l'idée du mouvement d'un objet.

Fig. 118.

65. Lorsque l'œil est joint à une surface réfléchissante AC, soit le rayon visuel réfléchi DCp qui coupe la ligne Pπ parallele à l'axe en r, l'objet PQ paroîtra dans la perpendiculaire rs (art. 139), & pendant que l'œil s'écarte de C vers un point O, on expliquera, comme ci-devant les variations de la distance, en imaginant que le mouvement d'un objet égal rs vû par l'œil nud, commence par le lieu rs.

66. Dans les réflexions sur une surface simple, on peut faire voir aisément que la distance Cs est égale à CQ & dans les réfractions sur une surface simple, que Cs est à CQ en raison des sinus qui mesurent les réfractions.

Fig 120.

121.

123.

124.

126.

128.

129.

130.

67. Delà aussi pendant que l'œil s'éloigne d'un miroir plan, l'objet PQ paroît immobile dans le lieu de son image *pq*, parce qu'elle se confond avec le lieu & la grandeur de la perpendiculaire *rs* & par les raisons de la remarque 64.

68. Ces conclusions & plusieurs autres de la même espèce déduites de la définition des distances apparentes dans les verres, se trouvent d'accord avec les phénomènes, soit que l'image soit derrière l'œil, ou qu'elle soit par-devant. Mais on ne considére pas ici l'image en tant qu'elle affecte les sens, mais en tant qu'elle présente à la géométrie un moyen de déterminer les variations de l'angle visuel compris par cette image. Lorsque l'image est derrière l'œil, les phénomènes de la distance sont regardés par le Dr. *Barrovv*, par Mr. *Jacques Gregory* (*optica promota prop.* 25) comme inexplicables par le principe reçu de la divergence des rayons qui en viennent. Mais ils prétendent toujours que l'objet paroît dans le lieu de son image lorsqu'elle est en-devant; ce qui, à la vérité, par la coincidence des effets de différentes causes s'accorde avec la raison & avec les phénomènes dans deux ou trois cas ordinaires dont on a parlé ci-devant; mais cela est également opposé à la raison & aux phénomènes en général dans les autres cas, comme je l'ai déjà démontré & comme je vais encore le démontrer d'une manière différente. **Les phénomènes s'accordent avec cette explication.**

69. Car laissant à part les sensations des différents degrés de grandeur apparente, d'où vient que l'objet ne paroît pas toujours dans le lieu de son image, lorsqu'elle est plus grande ou plus petite que l'objet, aussi bien que lorsqu'elle lui est égale ? Et lorsque l'œil se meut en arrière ou en avant, d'où vient que l'objet paroît en repos dans le second cas, & en mouvement dans le premier, quelquefois en arrière & quelquefois en avant, & avec certains degrés de vîtesse apparente en certains cas ? En supposant que l'objet paroisse dans le lieu de son image fixe par rapport à l'œil arrêté dans un lieu donné, il y doit aussi paroître, lorsque l'œil est dans un autre lieu donné, c'est-à-dire, qu'il doit paroître fixe dans ce lieu, pendant que l'œil est en mouvement. Je crois qu'il n'y a rien de plus clair que cette conclusion. Mais je vais la mettre dans un autre jour. Supposons un objet réel égal & semblable à l'image *pq*; il paroîtra certainement en repos à l'œil nud qui s'en approche ou qui s'en éloigne, & sa peinture sur la rétine étant constamment égale & semblable à la peinture de l'objet PQ vû dans le verre; cet objet PQ doit pareillement paroître en repos. Ce qui étant directement contraire aux phénomènes généraux de la vision dans toutes sortes de verres, suffit pour démontrer la fausseté de l'hypothèse reçue qu'un objet paroît toujours dans le lieu de son image, au moins lorsqu'elle est devant les yeux. **Mais ils sont inexplicables par la divergence des rayons.** Fig. 114. 115. 116. 117. 118.

70. Mais outre cela, il suit clairement de ce principe une autre conséquence aussi contraire à l'expérience que la première. Si un objet paroît dans le lieu de son image fixe, il doit paroître fixe, non-seulement lorsque l'œil se meut en avant ou en arrière, mais aussi lorsqu'il se meut de côté. Cependant en plusieurs cas, ses mouvements latéraux apparents sont très-grands, quoique celui de l'œil soit très-petit, & je trouve par la théorie & par l'expérience, qu'on peut les réduire aux regles suivantes.

71. Lorsque l'image fixe *q* est entre l'œil en O & le lieu apparent *x* du point Q, le mouvement latéral apparent du point Q (semblable au mou- Fig. 114, 118.

vement réel de point x porté par le mouvement angulaire de la ligne Oqx autour du point fixe q) tend vers le côté opposé de l'axe du verre, par rapport au mouvement latéral de l'œil. Parce que les rayons visuels qui tombent successivement sur l'œil en différentes places sont tous divergents du point fixe q à fort peu près, & parce que nous rapportons l'apparence du point Q au lieu x au-delà de l'image q.

72. Par conséquent lorsque les points & x se confondent, il n'y a point de mouvement latéral apparent du point Q; ce qui s'accorde avec l'expérience commune des objets vûs par réflexion dans un miroir plan, s'il est parfaitement plan, ou dans l'eau dormante, ainsi que dans les objets placés sous l'eau & vûs par la réfraction de sa surface, pourvû que dans ce dernier cas où l'image est imparfaite, le mouvement latéral de l'œil ne soit pas fort grand.

Fig. 115. Fig. 116.

73. Mais lorsque l'image q est au-delà du lieu apparent x, le mouvement latéral apparent de l'objet Q, qui convient au mouvement réel du point x, tend du même côté de l'axe que le mouvement latéral de l'œil; de même que dans le cas ou l'image q est infiniment éloignée de l'œil. Cela est évident par les mêmes raisons que dans le premier cas, remarque 71.

74. J'ai supposé ici que tous les rayons qui viennent du point Q appartiennent au point fixe q, après les réflexions ou réfractions, ou exactement ou à fort peu près; parce que lorsque les ouvertures des verres ou les vîtesses latérales de l'œil ne sont pas trop grandes, les aberrations des rayons extérieurs de q se trouvent trop petites, & par conséquent on ne doit pas en tenir compte dans ces grandes quantités de mouvement latéral apparent; même dans l'hypothèse du Dr. *Barrovv* qui veut que le point Q paroisse dans les points successifs d'une caustique jointe à q. Voyez l'art. 154.

Sur l'art. 151. Constructions géométriques de la distance, grandeur & position apparentes d'un objet vû dans un verre.

75. Quoique la manière dont j'ai expliqué cette théorie, soit la plus aisée que j'aie pû imaginer pour déterminer chaque quantité particulière de distance apparente & pour démontrer la raison de son accroissement ou de son décroissement en général; cependant on peut avoir aisément une idée plus claire & plus étendue pour tous les cas, par l'inspection des figures que je vais décrire.

Le verre & l'objet étant fixes pendant que l'œil se meut. Fig. 119, 120, 121.

1er. *Cas.* Soit un objet fixe dans un point Q de l'axe QC d'une lentille donnée ou d'un miroir en C, dont le foyer est CF & soit l'image de l'objet Q au point q, que l'on trouvera par l'art. 207 ou 236. Sur l'axe CQ élevez la perpendiculaire CK égale à CQ & joignez Kq. Pendant que l'œil en O se meut le long de l'axe CO, supposons qu'il entraîne une ligne OD toujours perpendiculaire à l'axe & terminée en D par la ligne fixe qK prolongée; je dis que cette perpendiculaire OD sera toujours égale aux distances apparentes successives de l'objet fixe Q à l'œil O qui se meut, & lorsque OD tend en bas, l'objet paroîtra renversé; lorsqu'elle tend en haut, il paroîtra droit.

Ces figures représentent trois différentes positions de la ligne Kq par rapport à l'axe du verre, occasionnées par les différentes positions de l'objet fixe Q & de son image q par rapport au foyer principal F.

Le verre & l'œil étant fixes pendant que l'objet se meut.

2^d^. *Cas.* Soit l'œil fixe en quelque point O & l'objet dans un autre point Q de l'axe OCQ d'une lentille donnée C, ou d'un miroir dont la distance au foyer est Cf & soit l'image de l'œil O au point o, que l'on trouvera par l'art. 207 ou 236. Elevez sur l'axe CO une perpendiculaire $C\Omega$ égale

à CO

à CO & joignez Ω o. Pendant que l'objet Q se meut le long de l'axe QC, supposons qu'il entraîne une ligne QD perpendiculaire à l'axe, & terminée en D par la ligne fixe prolongée Ωo; je dis que cette perpendiculaire sera toujours égale aux distances apparentes de l'objet Q à l'œil fixe O, & que lorsque QD tend vers l'enhaut, l'objet paroît droit, & vers l'enbas, renversé.

3e. *Cas.* Soit l'œil fixe dans un point O & l'objet dans un autre point Q de l'axe OCQ d'une lentille donnée C dont la distance au foyer est la ligne donnée f. Sur l'intervalle OQ entre l'œil & l'objet décrivez un quarré QOKΩ, & que son côté KΩ opposé à l'intervalle QO soit l'ordonnée à l'axe d'une parabole KDΩ dont le paramétre à l'axe est la distance donnée f du foyer, & dont les branches tendent vers OQ lorsque la lentille est concave & dans les autres cas de l'autre côté. Lorsque la lentille C se meut le long de son axe OQ, supposons qu'elle entraîne une ligne CD toujours perpendiculaire à l'axe & terminée en D par la parabole KDΩ; je dis que cette perpendiculaire CD sera toujours égale aux distances apparentes de l'objet fixe Q à l'œil fixe O, & lorsque CD tend enhaut, l'objet paroîtra droit, sinon il paroîtra renversé, la parabole descendant au-dessous de OQ. L'œil & l'objet fixes pendant que la lentille se meut. Fig. 123.

Si l'intervalle OQ entre l'œil & l'objet est plus grand que quatre fois la distance f du foyer de la lentille convexe, prenez de part & d'autre de chaque bout de cet intervalle Off, Qff égal à deux fois la distance f du foyer, laissant au milieu la partie fff, & entre cette partie fff & OQ prenez une moyenne proportionnelle GH & placez la aussi au milieu. Je dis que la parabole passera entre les points G, H, & que par conséquent tandis que la lentille convexe passera par l'un des poins G, H, l'objet apparent se renversera. Voyez l'art. 151. Détermination des limites de l'inversion. Fig. 124.

4e. *Cas.* Soit l'objet fixe dans un point Q & l'œil dans un point O de l'axe QOC d'un miroir donné C, dont le foyer principal est F. Sur l'intervalle OQ pris pour base décrivez un parallelograme rectangle QOKL dont la hauteur OK soit égale à la distance du foyer CF & le côté KL opposé à l'intervalle QO soit l'ordonnée d'une parabole DLK, dont le paramétre à l'axe soit la distance du foyer CF, & dont la concavité renferme l'intervalle OQ; & pendant que le miroir C se meut le long de son axe CF prolongé, je dis qu'une ligne élevée de F perpendiculairement à FC & terminée en D par la parabole fixe DLK, sera toujours égale aux distances apparentes successives de l'objet fixe Q à l'œil fixe O. Et si le parallelograme QK est placé enhaut pour un miroir concave, & en bas pour un miroir convexe, l'objet paroîtra droit ou renversé, selon que FD tendra vers l'enhaut ou vers l'enbas. Et si l'on conçoit que l'œil & l'objet changent de place, la distance apparente & la position de l'objet continueront d'être les mêmes qu'auparavant. L'œil & l'objet fixes pendant que le miroir se meut. Fig. 125. 126.

Divisez OQ également en M & le cercle décrit du centre M par les points K ou L coupera l'axe aux points G & H par où la parabole passera; & ainsi pendant que le foyer F passe sur G, l'objet apparent se renverse. Détermination des limites de l'inversion.

Donc si l'intervalle OQ entre l'œil & l'objet s'évanouit, c'est-à-dire, si l'œil se voit lui-même dans un miroir qui se meut, les lignes MK, MG, MH deviendront chacune égale à la distance CF.

Le miroir fixe pendant que l'œil & l'objet se meuvent.

5e. *Cas.* Si l'intervalle OQ entre l'œil & l'objet est donné, pendant que les deux sont en mouvement le long de l'axe d'un miroir donné fixe en C, (comme lorsqu'on regarde le bout d'un bâton dans le miroir, pendant que l'autre bout touche l'œil); divisez également l'intervalle OQ en M, & le demi-diamètre CE du miroir en F & soit CELK un parallelograme rectangle dont la hauteur CK est à MQ comme MQ est à CF & dont le côté donné KL opposé au demi-diamètre CE est une ordonnée à l'axe d'une parabole DKL, dont le paramétre à l'axe est CF. Je dis que si le bâton OQ se meut le long de l'axe CE prolongé, la perpendiculaire MD au bâton, toujours terminée en D par la parabole fixe, sera continuellement égale aux distances apparentes successives de l'objet Q à l'œil O, & que si le parallelograme CKLE est placé en haut sur CE pour le miroir concave & en bas pour le convexe, l'objet paroîtra droit ou renversé selon que MD tend en haut ou en enbas.

Fig. 127.

Détermination des limites des inversions.

Prenez FG & FH $= \pm \sqrt{CF^2 \times MQ^2}$, la parabole coupera l'axe aux points G & H, & lorsque M passe par G, l'objet apparent se renverse.

Lorsque la longueur du bâton OQ s'évanouit, c'est-à-dire, lorsque l'œil se regarde lui-même en mouvement, la parabole passe par C & E, & FV distance de son sommet à F, est égale à son paramétre FC ou FE.

Comment la grandeur apparente varie dans tous ces cas.

Dans toutes ces constructions, la grandeur apparente de l'objet est toujours en raison réciproque de la perpendiculaire mobile qui représente sa distance apparente. La démonstration de tous ces cas est fort courte; mais comme je me suis beaucoup étendu sur ce sujet, je laisse le soin de la tirer des art. 139 ou 247 ou 389 à ceux qui aiment les lieux géométriques & je finis par quelques précautions & directions générales pour mieux examiner cette théorie par expérience.

Directions générales pour examiner cette théorie par les expériences.

76. Dans chaque expérience l'observateur doit bien prendre garde, si la position des objets autour de lui, ou autour du verre, ou autour de celui qu'il regarde, laisse à l'imagination assez de liberté d'agir. Par exemple, lorsqu'on est à une certaine distance d'une personne placée vers le bout d'une salle, supposé qu'on la voie par un verre concave, pendant qu'on empêche peu à peu le verre de toucher l'œil, elle paroît toujours plus petite & s'éloigner un peu; mais quoiqu'elle paroisse diminuer continuellement, on ne peut pas l'imaginer plus loin que le bout de la salle, quoiqu'on en voie aussi une partie diminuée; parce qu'on voit le reste plus évidemment avec l'œil nud, par des rayons directs qui passent tout autour du verre. Mais si je la vois dans une campagne ouverte, elle paroîtra toujours s'éloigner de plus en plus du lieu où elle paroît à l'œil nud par les côtés du verre, pourvû que j'éloigne le verre dans une ligne dirigée exactement vers cette personne, ou même un peu au-dessus d'elle ou à l'un de ses côtés. Mais si la ligne de direction tombe en dessous, elle paroîtra dans le verre entre mon œil & son lieu apparent à l'œil nud; auquel cas selon l'ordre commun des objets apparents sur le terrein, je serai porté à la croire plus proche de moi qu'elle ne l'est effectivement; parce que la vue du terrein intermédiaire à mon œil nud, borne l'étendue de mon imagination dans le verre. Dans la figure 128 l'homme ou l'objet est PQ; l'œil de l'observateur est en O; la direction supérieure de la lentille en A est OAC, & l'inférieure en B est OBD terminée par le terrein CD en D de ce côté de l'objet.

Fig. 128.

77. De même si l'on conçoit que la ligne CD représente le côté d'un long bâtiment ou d'une rue au lieu du terrein, & que la lentille concave soit dirigée vers quelque partie de maisons plus proche de l'œil que le lieu de l'objet PQ, il paroîtra plus proche qu'il n'est. Si l'on imagine aussi que la figure soit renversée, en sorte que CD représente le plancher d'une longue galerie ou d'un cloître ; la direction du verre vers une partie plus proche du plancher que n'est celle vers l'objet, le fera paroître plus proche qu'il n'est. Ce qui fait que l'obstacle aux opérations de l'imagination vient toujours de la proximité des surfaces qui sont vues par l'œil nud, & non de leur situation plus haute ou plus basse au-dessus de la ligne horizontale qui passe par l'œil. On peut encore mieux s'en assurer, en fixant le même verre dans un trou que l'on a fait sur une planche mince & large, ou en regardant dans le côté faux d'une petite lunette qui diminue les objets, quoiqu'il soit joint à l'œil, & qui par ce moyen intercepte à l'œil nud la vue directe de tous les objets collatéraux comme fait la grande planche ; alors tout objet diminué paroîtra également éloigné, soit que le verre dans la planche ou la lunette soit dirigé exactement vers l'objet, ou en dessous ou par dessus ou à côté.

Mouvements progressifs apparents arrêtés de différentes manières.

78. Un autre obstacle au pouvoir de l'imagination, qui ne différe pas de beaucoup du premier, est la diminution continuelle de la quantité, ou du nombre des objets, ou des parties d'un objet vû à travers une lentille concave, en l'éloignant toujours plus de l'œil (art. 113, 114), étant fort difficile d'imaginer qu'une partie d'un objet connu s'éloigne des autres que l'on voit à l'œil nud fixes dans un même lieu. On peut dire la même chose de l'approche des objets vûs par une lentille convexe que l'on éloigne de l'œil. Et par conséquent, à plusieurs égards, ces expériences réussiront mieux dans une vaste campagne, où les objets étant plus éloignés & formant des angles plus petits dans l'œil, sont mieux renfermés dans l'étendue du verre, & l'imagination est plus en état d'agir. D'ailleurs l'ame étant moins préoccupée de la connoissance des distances & des situations que dans une chambre, a plus de liberté pour appercevoir la différence entre les idées que lui fournissent le verre & l'œil nud.

Les champs sont les lieux les plus propres à ces expériences.

79. J'ai remarqué dans l'art. 144, qu'un objet vû par réfraction au travers d'une lentille convexe, ou par la réflexion d'un miroir concave, doit paroître par derrière, ou à la surface, ou par devant, selon que le diamètre réel de l'objet est plus grand, égal ou moindre que la partie du verre où il paroît. Delà il suit que l'objet PQR placé à une distance CQ du verre AC, paroîtra sur le verre, lorsque l'œil sera placé dans son principal foyer F (art. 148), & que si l'objet est placé à une plus grande distance du verre que le double de celle CF ou Cf du foyer, il paroîtra encore sur le verre, lorsque l'œil sera porté à un autre point O, que l'on trouvera en divisant également la distance CQ en o, & en supposant que le point o est le foyer des rayons incidents & cherchant leur foyer conjugué O après les réfractions ou les réflexions. Car alors imaginant que chaque rayon OA revient de l'œil en O, & qu'après sa réfraction ou réflexion en A & son passage par o, il tombe sur l'objet PQR en R, on verra le point R par un rayon (art. 90) qui revient par les mêmes lignes RA, AO ; & puisqu'on a fait oQ égal à oC, la jambe QR du triangle rectangle oQR sera égale à la jambe AC du triangle rectangle égal oCA, & par consé-

Cas où un objet doit paroître dans une lentille ou un miroir.

Fig. 129, 130.

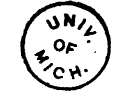
quent la partie QR de l'objet PQR paroîtra dans le même endroit par les réflexions ou réfractions, que si on l'avoit mise dans le lieu AC & qu'on l'eut vûe à l'œil nud placé dans le même point O (art. 139).

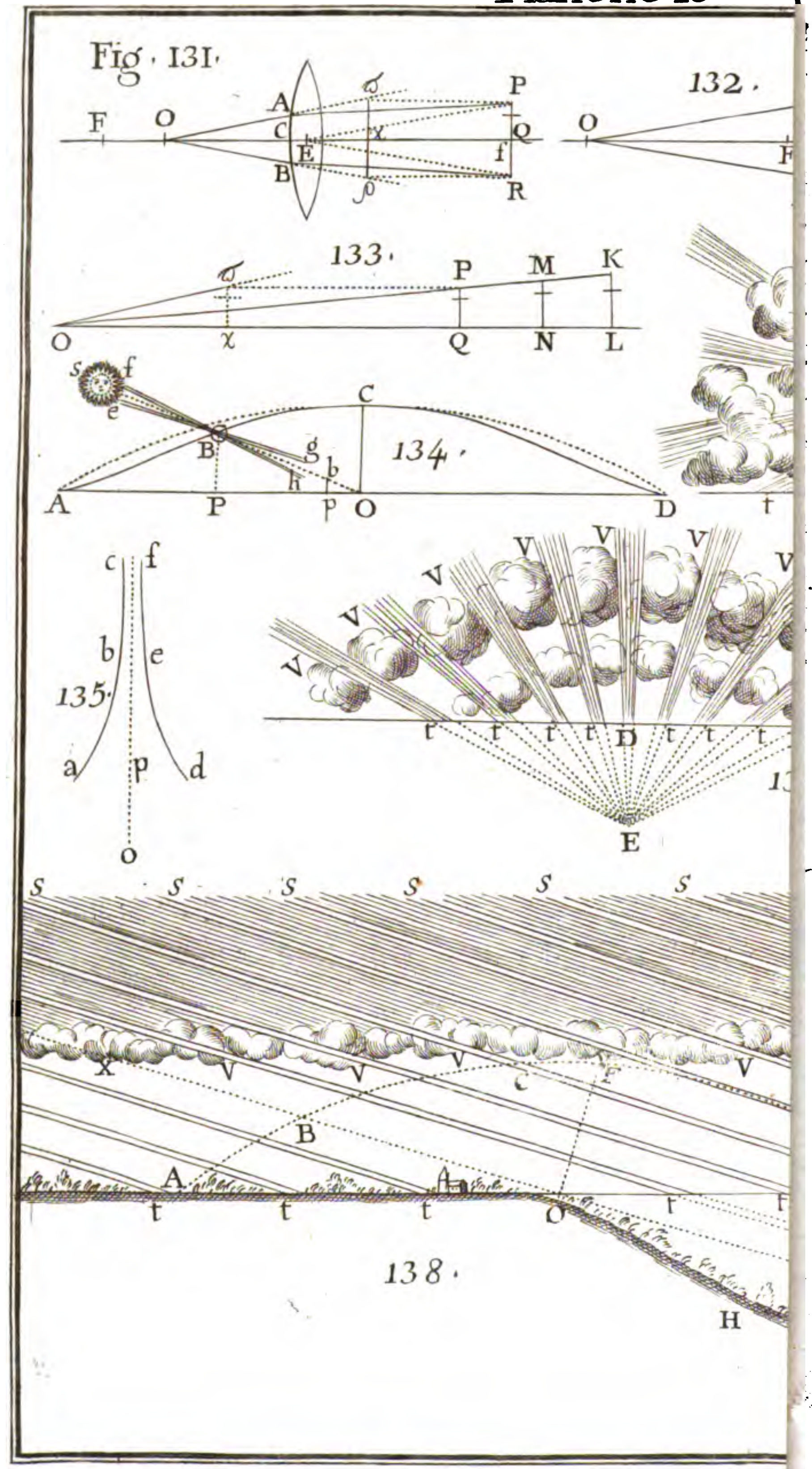
Delà il suit évidemment que si CQ est égal à 2 Cf, le point o se confondra avec le foyer principal f, & qu'ainsi le foyer conjugué O sera à une distance infinie, & si CQ est moindre que 2Cf, & par conséquent Co moindre que Cf, le point O tombera derrière le verre où l'œil ne peut pas arriver, & qu'enfin si l'objet est fort éloigné, le point O sera fort proche de F.

Soit maintenant q le lieu de l'image de l'objet PQR qu'on trouvera par l'art. 236; alors pendant que l'œil s'éloignera de C en F l'objet apparent le suivra jusqu'à ce qu'il touche le verre, & pendant que l'œil s'éloignera de F en q, l'objet apparent sortira du verre en suivant toujours l'œil jusqu'à ce qu'il le touche, lorsqu'ils seront arrivés tous deux en q, & pendant que l'œil s'écarte en arrière de q en O, l'objet apparent revient de q en C, & enfin pendant que l'œil s'écarte davantage en arrière de O, l'objet apparent traverse de nouveau le verre & vient en avant derrière lui (art. 45 & 139).

Telle doit être la marche & la contre-marche de l'objet apparent selon la théorie, pendant que l'œil s'éloigne continuellement du verre. Mais je trouve par des expériences faites avec des lentilles convexes, qu'il ne vient en avant de derrière le verre, que jusqu'au point où il le touche, que lorsque l'œil est en F, & pendant que l'œil s'écarte de F en O, l'objet apparent reste toujours sur le verre sans en sortir & qu'il commence à retourner aussitôt que l'œil a passé sur le point O.

Fig. 130. Mais lorsque l'objet n'est pas placé loin du centre d'un grand miroir concave, quoiqu'il ne paroisse pas sortir par-devant le miroir, pendant que l'œil se meut du foyer f vers l'image q; cependant lorsque l'œil a passé l'image, l'objet paroît souvent devant le miroir, sur-tout lorsqu'on le regarde des deux yeux. Ce qui fait voir que la grande force des sensations réunies des deux peintures qui tombent sur les points correspondants de la rétine, jointes peut-être avec la sensation du tour mutuel des axes des yeux, sont des secours pour nous aider à connoître les distances; parce que nous n'avons pas ces secours lorsque l'œil étant placé entre f & q, voit l'objet foiblement au travers d'un petit trou, ou même confusément, en n'employant que cet œil seul, ou que nous le voyons double & trop confusément avec les deux yeux. Je ne sçai pas si avec une lentille fort large, on ne pourra pas réussir dans cette expérience de manière à faire paroître l'objet en devant. Mais il y a des expériences si contraires à l'expérience commune, qu'il est difficile de les concilier avec cette partie de la théorie. Par exemple, lorsque je place mes doigts derrière un matras rond plein d'eau, soit en touchant sa surface postérieure, ou en les tenant derrière à une petite distance, ils paroissent alors beaucoup plus grands que les doigts de mon autre main qui touchent la surface antérieure du matras. Et ainsi par la théorie, les premiers doigts me devroient paroître plus proches que les seconds. Ce qui est contraire à l'expérience constante de la vue & du toucher; parce que les doigts qui sont derrière le matras, ne paroissent pas seuls, mais ils paroissent joints à la main & au bras dont je connois une partie, & que j'apperçois par la vision directe derrière le globe. Or


UNIV.
OF
MICH.


Fig. 131.
F
O
A
C
E
B
P
Q
f
R
132.
O
F
133.
O
P
M
K
Q
N
L
s
f
e
C
B
g
b
h
134.
A
P
p
O
D
t
c
f
b
e
135.
a
p
d
o
V
t
D
E
S
X
V
B
A
C
F
t
O
138.
H

chacun peut examiner si le préjugé que j'ai qu'un autre objet est réellement derrière le globe ou la lentille convexe, n'est pas l'obstacle qui l'empêche de paroître par devant.

80. Si l'objet PQR est placé au foyer principal f d'une lentille convexe ACB, sa distance apparente Ox de l'œil placé dans un point O, sera toujours égale à la distance donnée du foyer de la lentille. On a fait voir cela ci-devant; mais à cause de l'application que j'en ferai, je vais le prouver de nouveau. Soit E le milieu de la lentille, puisque l'angle AOB ou πOρ sous lequel l'objet PR paroît, est toujours formé par un couple de rayons successifs OA, OB paralleles aux axes PE, RE de leurs pinceaux respectifs, il est toujours égal à l'angle donné PER sous ces axes. Et puisque l'objet apparent $\pi x \rho$ est toujours égal à l'objet réel PQR, il s'ensuit que le triangle mobile πOρ est toujours égal au triangle fixe PER, & que par conséquent la distance apparente Ox est toujours égale à la distance du foyer Ef ou EF. Cela s'accorde parfaitement avec l'expérience tant que l'œil s'éloigne de la lentille jusqu'à son foyer F, mais non pas au delà, c'est-à-dire, que l'objet paroît suivre l'œil jusqu'à ce qu'il paroisse toucher la partie postérieure de la lentille, & alors il s'y arrête, quoique l'œil s'écarte de F.

Observations sur un objet placé au foyer d'une lentille convexe.

Fig. 131, 132.

81. J'ai encore observé dans cette expérience, que tandis que l'œil se meut de quelque façon que ce soit entre la lentille & son foyer F, comme l'objet paroît l'accompagner toujours à la même distance Ox, constamment égale à EQ, aussi paroît il constamment de la même grandeur. Mais pendant que l'œil s'éloigne toujours plus de F en arrière, & que l'objet apparent semble s'arrêter au verre, il paroît aussi devenir plus grand, jusqu'à ce qu'on y voie une petite tache circulaire, dont le diamètre est, par exemple, PR, & qui paroît remplir toute l'ouverture dont le diamètre est AB, lorsque EO distance de l'œil à la lentille est à la distance EQ du foyer, comme l'ouverture AB est à PR; comme je l'ai trouvé par des mesures exactes: ce qui fait voir que l'objet étoit placé exactement au foyer f, ou que les rayons OA, OB étoient respectivement paralleles aux axes EP, ER de leurs pinceaux.

Lorsqu'il paroît s'arrêter à la lentille il paroît croître.

82. Mais voici la circonstance la plus surprenante de ce phénomène. Quoique l'objet fut un morceau de papier imprimé ou écrit dont on pouvoit lire les lettres précisément à la distance EQ soit avec la lentille ou avec l'œil nud; cependant on pouvoit les lire au travers de la lentille avec la même facilité de toutes les distances quelque grandes qu'elles fussent. Mais si les lettres étoient trop petites pour être lûes distinctement lorsque l'œil touchoit la lentille ou qu'il étoit en quelque endroit entre la lentille & son foyer F; quoiqu'elles parussent ensuite croître prodigieusement pendant que l'œil s'éloignoit de F, on trouvoit toujours la même difficulté pour les lire qu'auparavant, nonobstant qu'elles parussent non-seulement grossies, mais aussi fort distinctes, les rayons dans chaque pinceau étant paralleles, comme on le prouva par expérience.

Circonstance surprenante.

Or quoique ces apparences semblent étranges au premier coup d'œil, elles suivent pourtant naturellement de la définition de la grandeur apparente, & de ce que l'objet paroît s'arrêter sur la lentille. Car puisque la soutendante AB de l'angle visuel donné AOB croît à proportion de sa distance OC, & puisque nous rapportons l'objet apparent au lieu où se

trouve la soutendante AB, nous devons nous imaginer que sa grandeur réelle augmente. Mais comme la peinture des lettres sur la rétine, continue d'être la même invariablement en quelque endroit que l'œil soit placé, à cause de l'angle visuel donné AOB, dont les parties données sont aussi invariables; elle doit donner à notre ame la même perception invariable des parties les moins sensibles des lettres, en quelqu'endroit que l'œil soit placé.

Deux sortes de grandeurs apparentes.

83. Il suit donc de cette expérience & d'une autre, dont je vais faire mention, qu'on doit distinguer deux espèces de grandeurs apparentes : l'une qui est proportionnelle à la grandeur de l'angle visuel ou de la peinture sur la rétine, & par conséquent au nombre & à la variété des parties les moins sensibles que l'on peut appercevoir dans un objet. La force de l'imagination ni aucune circonstance qui n'affecte pas cette peinture ne sçauroient altérer cette grandeur apparente. Mais nous avons vû que l'autre dépendoit de l'imagination & varioit à proportion de la distance où nous imaginons que l'objet paroît, quoique sa peinture soit invariable dans la rétine. Car lorsque l'œil étoit en O & que CO étoit double de CF, le diamètre réel de l'objet PQR paroissoit être dans le lieu AB & double de ce qu'il auroit paru dans le même lieu lorsque l'œil étoit en F.

Apparence semblable à celle des diverses grandeurs du Soleil & de la Lune.

84. Je me suis étendu sur cette expérience pour être en état par là d'éclaircir & de confirmer la solution que j'ai donnée dans les art. 164 &c. du fameux & difficile phénomène des diverses grandeurs apparentes du Soleil, de la Lune & des constellations, à diverses hauteurs au-dessus de l'horizon. Supposons que l'objet PQR, qui doit à présent représenter la Lune, est un morceau de carte ou de papier blanc collé sur une planche, ou une tache ronde distincte, dont le diamètre soit au moins trois ou quatre fois moindre que le diamètre de l'ouverture AB de la lentille; que cet objet & la lentille soient l'un & l'autre fixes sur une longue planche MN, à un intervalle l'un de l'autre égal exactement à la distance du foyer de la lentille, qu'on trouvera par l'art. 63 ou autrement; que la planche MN soit fortement attachée à niveau de l'œil de l'observateur : en cet état, faites reculer son œil de l'espace de quatre ou cinq fois la distance du foyer de la lentille, jusqu'à ce que la tache ronde vûe précisément derrière la lentille lui paroisse remplir son ouverture ou à fort peu près. Qu'il conçoive alors que cette grandeur apparente & cette distance de la tache, représente la grandeur & la distance apparente de la Lune horizontale. En se rapprochant peu à peu de la lentille, la grandeur apparente de la tache, lui paroîtra diminuer à proportion de la diminution de sa distance apparente à l'œil; tout de même que la grandeur apparente de la Lune paroît aussi diminuer à proportion de la diminution de sa distance apparente, pendant qu'elle s'éleve toujours plus dans les différentes parties de la concavité apparente du Ciel; lesquelles parties paroissent successivement toujours plus proches de l'œil pendant qu'il porte sa vûe toujours plus haut sur l'horizon, comme je l'ai fait voir dans les art. 162, 163.

Comparaison des deux apparences.

85. Outre cela, comme la Lune, soit qu'elle soit haute ou basse, paroît toujours à la même distance de nous à laquelle les nuages ou les parties du ciel qui l'environnent paroissent être, ainsi la tache ronde paroît toujours à la même distance de l'œil à laquelle paroît la lentille avec le chassis qui l'entoure, tant que l'œil est plus loin d'elle que son principal foyer. Ces

deux phénomènes s'accordent aussi dans la principale circonstance qui forme la difficulté sur l'apparence de la Lune, c'est que chacun des angles visuels sous lesquels la tache & la Lune paroissent respectivement, continue toujours d'être invariable; non pas à cause d'aucune réfraction des rayons de la Lune qui passent par la surface concave imaginaire du Ciel, & qui répondent aux réfractions des autres rayons qui traversent la lentille, mais parce que la distance réelle de la Lune varie si peu pendant qu'elle monte ou descend, qu'il n'en résulteroit aucune variation sensible de grandeur apparente, si la distance apparente ne varioit pas. Je ne vois aucune circonstance sensible à la vue, où ces deux phénomènes ne s'accordent pas; d'autant plus que la réfraction des rayons n'affecte pas plus l'oeil que s'ils venoient directement au travers d'un verre plan par le moyen d'une tache croissante ou décroissante placée précisément derriere ce verre. Mais si l'on pouvoit soupçonner que de regarder la Lune à mesure qu'elle s'éleve toujours plus haut, & de regarder toujours horizontalement la tache ronde, ce fût une diversité de circonstances capable de produire quelque différence dans ces apparences; on pourroit aisément se délivrer de ce scrupule, en élevant peu à peu l'extrêmité la plus éloignée de la planche MN avec la lentille & la tache ronde, & approchant son oeil peu à peu en même-tems de la lentille. J'avoue que je n'ai pas fait l'expérience de cette manière, n'ayant pas le moindre soupçon que cette circonstance dût produire la moindre diversité dans les apparences; mais je trouve que l'expérience réussit fort exactement avec un objectif large d'un télescope de 5 pieds, pendant que l'oeil se meut horizontalement & je crois qu'elle réussiroit assez bien avec un verre d'un moindre foyer & même avec les lunettes communes. Elle réussiroit également bien si l'on plaçoit l'objet dans le foyer principal d'un miroir concave, au lieu d'une lentille convexe.

86. Mais pour revenir à mes remarques sur quelques autres cas de cette théorie; l'intervalle entre mon oeil & un grand miroir concave étant donné & étant plus grand que son demi diamètre, la distance apparente d'un petit objet brillant, que l'on place d'abord contre le miroir & que l'on retire ensuite peu à peu, paroît diminuer jusques à s'anéantir & ensuite croître après l'inversion apparente, selon la théorie. Mais alors il faut avoir soin de retirer l'objet de manière qu'il paroisse toujours à un oeil seul vis-à-vis de la même partie du miroir; autrement si vous le regardez obliquement & en le faisant correspondre à différentes parties, il vous paroîtra s'éloigner de vous derriere le miroir, parce que le lieu de son image, d'où les rayons viennent divergents sur l'oeil, s'éloigne au commencement de la partie postérieure du miroir, & par ce moyen elle affecte l'oeil par des rayons qui coulent obliquement & successivement en différentes directions de différentes parties du miroir. Lorsque l'on tient les deux yeux ouverts, l'un d'eux au moins, doit être affecté de cette manière par des rayons obliques en différentes directions, & outre cela lorsque les deux images tombent sur les parties correspondantes de la rétine, l'apparence doit être plus forte & plus éloignée qu'avec un oeil seul, selon l'expérience que l'on verra dans l'art. 977. L'objet dont on s'est servi dans le cas présent, étoit une petite bougie allumée & attachée au bout d'un long bâton droit, que je tirois en arrière par le côté de mon oeil, regardant de tems en tems par un petit trou fait avec une épingle.

Autres remarques sur la théorie de la distance apparente.

De plus en regardant mon œil même, ou ma face dans un grand miroir concave par un petit trou, pendant qu'après l'avoir touché je m'éloignois vers ſon foyer principal, la grandeur apparente de mon viſage diminuoit & ſa diſtance croiſſoit. Le contraire arrivoit lorſque je continuois à m'éloigner de ſon foyer au centre conformément à la théorie. Mais ſans le petit trou, la diminution de la grandeur apparente étoit à peine ſenſible en allant du verre à ſon foyer.

Quant à la néceſſité d'admettre ces reſtrictions & d'autres ſemblables, il ſuffit d'obſerver en général que ſans le petit trou nos jugemens de la grandeur apparente ne ſont pas auſſi certains & auſſi déterminés qu'avec le petit trou, les apparences étant ſouvent trop confuſes ſans cela; & que nos jugemens ſur le même ſujet ſont auſſi plus incertains avec les deux yeux qu'avec un ſeul dans pluſieurs cas. Parce que dans les verres larges nous voyons ſouvent deux apparences qui s'écartent ou s'approchent l'une de l'autre par des mouvements tranſverſaux oppoſés; & lorſque tout eſt fixe & en repos, & que ces apparences ne ſont unies qu'en partie (comme ſi elles débordoient l'une ſur l'autre) nous les prenons quelquefois par mégarde pour une ſeule apparence, beaucoup plus grande qu'elle n'auroit paru à la vüe ſimple; & quelquefois nous prenons la partie du milieu commune aux deux pour l'apparence totale, en ne faiſant pas attention aux extrêmités plus foibles & plus delavées de part & d'autre du milieu, & alors cette partie du milieu paroît plus petite que le tout n'auroit paru à un œil ſeul. C'eſt ainſi que votre viſage étant placé proche d'un grand miroir concave, paroît latéralement plus grand à vos deux yeux qu'à un ſeul, & étant placé devant un miroir ordinaire, il paroît latéralement plus étroit. De même ſi l'on tient le poignet droit contre le front, il paroît beaucoup plus mince aux deux yeux qu'à un ſeul & même aux deux yeux, lorſqu'ils le regardent d'un peu plus loin. L'approche d'une grande image formée par un miroir concave peut produire une apparence ſemblable. Je parle de ces circonſtances comme étant des idées générales par où l'on peut expliquer le deſaccord de la théorie avec quelques cas particuliers & je les abandonne à l'examen de ceux qui en ont le loiſir & le goût.

Les objets éloignés qui paroiſſent contigus & à égales diſtances de l'œil nud, paroiſſent communément contigus & à égales diſtances dans les verres, quelqu'inégales que ſoient leurs diſtances réelles de l'œil. La vérité de cette propoſition eſt connue de ceux qui ont obſervé l'occultation des planetes & des étoiles fixes par la Lune; & l'on peut la vérifier tous les jours en regardant des montagnes fort éloignées, des tours ou des bâtiments qui paroiſſent les uns ſur les autres. Car tous les objets tellement éloignés que leurs peintures paroiſſent à fort peu près dans un même plan au foyer du téleſcope, en ſont également groſſis, c'eſt-à-dire, en raiſon donnée (art. 120), & par conſéquent quelle que ſoit la diſtance réelle que l'on prend pour repréſenter la même diſtance apparente de ces objets à l'œil nud, elle ſera diminuée par le téleſcope dans la même raiſon donnée ſelon
Fig. 133. laquelle les objets ſont également groſſis. Pour un plus grand éclairciſſement, ſoient KL & MN deux objets, qui paroiſſent à l'œil nud contigus & à la même diſtance apparente, repréſentée par une ligne donnée OQ & que les parties déterminées KL, MN de ces deux objets paroiſſent ſous les

deux

deux angles KOL, MON égaux chacun à l'angle donné POQ. Supposons que dans le télescope ils paroissent sous deux autres angles égaux chacun à l'angle donné $\varpi O x$, leur distance apparente commune dans le télescope, par exemple, Ox sera à OQ en raison donnée de l'angle POQ à l'angle $\varpi O x$, par l'art. 141.

87. Delà il suit évidemment qu'on ne peut déterminer la distance apparente d'un objet vû dans les verres, qu'en prenant quelque mesure certaine de sa distance apparente à l'œil nud. Mais comme nous jugeons ordinairement que les distances apparentes des objets connus & qui nous sont familiers, sont proportionnelles à leurs distances réelles; parce que nous trouvons qu'elles croissent & décroissent ensemble, avec un degré d'exactitude qui suffit aux besoins ordinaires; il s'ensuit que dans ces cas, si l'on se représente la distance apparente d'un objet à l'œil nnd par sa distance réelle, la distance apparente dans les verres répondra à la mesure qui en a été déterminée par la théorie, aussi exactement que dans la vision à l'œil nud. Dans les autres cas, où nous sçavons qu'il y a une grande disparité entre la distance réelle & la distance apparente d'un objet, nous sommes obligés de prendre une certaine quantité de distance réelle pour la mesure de sa distance apparente à l'œil nud, & de nous en servir dans les verres comme ci-devant; ce qui est toute l'exactitude que l'on peut espérer. **Conclusion générale.**

88. Si l'on examine cette théorie lorsque l'œil est placé en dedans de la caustique vpx, c'est-à-dire, entre sa pointe p & le centre de la sphére ou du miroir concave, il est nécessaire d'appliquer à l'œil un petit trou d'épingle, pour avoir la vision distincte. Et si on l'examine en regardant une chandelle allumée ou quelqu'autre petit objet brillant, vû au travers d'un verre à boire, plein d'une liqueur claire, l'objet paroîtra à l'œil, en quelqu'endroit que ce soit, toujours droit à proprement parler, & il ne paroîtra renversé que par rapport à la droite ou à la gauche, lorsque les pointes p, q seront devant l'œil. Parce que les réfractions en haut des rayons qui traversent ce verre, suivent les mêmes loix que si elles avoient passé par le bord d'un prisme que l'on tiendroit tourné en bas (art. 54), (auquel on peut comparer la figure conique du verre). Mais les réfractions par côtés suivent les loix des réfractions dans une sphére; ce qui est manifeste par les mouvements contraires apparents de l'œil ou du verre & de l'objet vû à travers, quoiqu'il paroisse droit. **Sur l'art. 155. Apparences au travers d'un verre à boire plein de liqueur. Fig. 93, 94.**

89. Depuis l'impression de cet article, j'ai appris de Mr. *North* que cette divergence apparente des rangées d'arbres plantés sur le terrain qui s'éleve au bout de sa perspective est très-manifeste dans une grande lunette aussi bien qu'à l'œil nud. **Sur l'art. 160.**

90. En me regardant dans un miroir suspendu à une fenêtre qui donne sur un jardin, il m'est souvent arrivé qu'une mouche s'arrêtant sur la fenêtre auprès de mon miroir, & grimpant le long du miroir, m'a donné l'idée d'un grand oiseau qui voloit dans l'air & quelquefois celle d'un chien ou d'un chat, qui traversoit le jardin, selon que la situation de la mouche par rapport à mon œil, avoit jetté son image dans l'air ou sur le terrain. Je crois que la raison de cette apparence est celle-ci. Mes yeux étoient alors arrêtés sur ma propre image réfléchie par le miroir, & ils étoient tellement disposés qu'ils voyoient cette image distinctement dans un lieu qui étoit autant au-delà du verre, que mon visage étoit en deça; or la **Remarques du Dr. Jurin sur les illusions de la vûe, &c.**

mouche étant beaucoup plus proche de moi que cette image, & la voyant de même obliquement, elle devoit par conséquent me paroître fort confuse & beaucoup plus grande qu'elle ne m'auroit paru, si mes yeux avoient été fixés sur elle. Comme d'ailleurs je ne pouvois pas croire, qu'aucun animal représenté par une si grande image, pût être aussi proche de moi, aussitôt mon imagination m'indiquoit qu'elle étoit à une plus grande distance & que c'étoit un animal beaucoup plus grand & qui se mouvoit avec une vitesse plus grande. Tant il est vrai, que dans les jugements précipités que nous formons, l'idée d'une plus grande distance produit en nous celle d'un plus grand objet & d'une plus grande vitesse; la promptitude apparente de son mouvement étant grossie en même proportion que le diamètre de son volume.

Il m'est aussi arrivé qu'en me servant d'une espèce de rebord sur ma tête pour défendre mes yeux de la lumière des chandelles en lisant, une mouche s'étoit arrêtée dans l'intérieur de ce rebord à trois ou quatre pouces de mes yeux, & en grimpant le long de son extrêmité, elle produisit subitement dans moi l'idée d'un rat qui couroit le long du pavé. Ce que j'explique de la même manière que l'autre phénomène; le livre où mes yeux étoient attachés, en étant beaucoup plus éloigné que l'extrêmité de ce rebord, & par conséquent la peinture de la mouche sur la rétine étant plus grande & moins distincte & sa vitesse apparente plus grande qu'elle ne l'auroit été autrement.

Les enfants de trois ou quatre ans n'ayant pas encore appris à estimer les moindres grandeurs apparentes des objets éloignés, croient que les objets qu'ils voient à quelque distance, sont plus petits qu'ils ne le sont effectivement. S'ils y voient un homme ou une femme de trente ou quarante ans, ils prennent l'un pour un enfant & l'autre pour une jeune fille. Et quoique l'expérience leur apprenne en peu de tems à corriger cette erreur dans les objets qu'ils voient de niveau, ou d'une hauteur moderée; cependant s'ils viennent à les regarder d'un lieu fort élevé, ils sont exposés à faire les mêmes méprises qu'auparavant.

Un enfant qui n'a jamais été sur un bâtiment fort élevé, venant à monter au haut du monument de *Londres*, qui est une colonne fort élevée, & regardant en bas dans la rue, les objets qu'il y voit, comme les hommes & les chevaux, lui paroissent si petits qu'il en est étrangement surpris. Mais dix ou vingt ans après, s'il s'est accoutumé dans cet intervalle à regarder en bas de cette hauteur ou de quelques autres hauteurs semblables, il ne trouve plus les mêmes objets si petits; parce qu'ayant acquis une longue expérience de la diminution des grandeurs apparentes par l'augmentation de la distance, il conçoit par un jugement prompt & imperceptible, que les objets sont de la même grandeur que s'ils étoient moins éloignés, & ne pouvant pas distinguer ce jugement de l'esprit de la perception des yeux, il s'imagine de les voir actuellement plus grands qu'auparavant. S'il s'accoutumoit à voir les mêmes objets de ces grandes hauteurs, aussi souvent qu'ils les voit de niveau dans les rues, je crois qu'ils lui paroîtroient précisément de la même grandeur du haut du monument, qu'ils lui paroissent d'une fenêtre d'un premier étage. Car dans la rue, un homme à cent toises de distance paroît avoir la même hauteur qu'un autre à dix toises, quoique l'image du premier ne soit dans l'œil que

la dixiéme partie de la longueur de l'autre; la petitesse de l'image étant compensée par la grandeur de la distance, & cette estimation se fait à l'instant & imperceptiblement dans les objets que l'on voit constamment & perpétuellement dans une situation.

Mais le fameux Mr. *Perrault* (*ordon. des 5 col. d'architect. p. 11. ch. 7.*) paroît s'être bien trompé en appliquant ce principe pour renverser l'opinion reçue de tous les Architectes & de tous les Sculpteurs depuis le tems de *Phidias*, sçavoir, que les statues placées sur des bâtimens fort élevés doivent être plus grandes & avoir des traits plus gros que celles que l'on doit voir de plus près. Il dit que le jugement de l'œil est si parfait & si accoutumé à tenir compte de la distance d'un objet, qu'il nous paroît de la même grandeur, soit qu'il soit plus ou moins éloigné. Cela est vrai pour les objets qui nous sont familiers; mais nous ne voyons pas aussi constamment & communément les statues au haut des grandes bâtisses, que les hommes & les chevaux dans les ruës; & par conséquent nous ne pouvons pas faire une estime juste du rapport de leur grandeur à leur distance dans le premier cas comme dans le second. Je crois qu'il y a peu de spectateurs qui soient capables d'estimer à peu-près la longueur du Dragon qui est au haut du clocher, ou la hauteur de St. *Michel* à *Bruxelles* excepté ceux qui ont vû ces figures avant qu'on les mit en place. Outre cela tous les hommes, excepté les Architectes, sont portés à trouver la hauteur d'un grand bâtiment beaucoup moindre qu'elle n'est réellement. Ainsi je ne vois pas pourquoi ce sçavant homme tourne en ridicule la fameuse histoire de la *Minerve* de *Phidias* qui avoit paru excessivement difforme lorsqu'on la vit de près dans son laboratoire, & d'une grande beauté lorsqu'elle fut placée à la hauteur qui lui étoit destinée. On voit tous les jours quelque chose de semblable dans les tableaux, dont plusieurs paroissent rudes & grossiers lorsqu'on les regarde de trop près, mais parfaitement doux & naturels lorsqu'on les voit dans leur point de vûe. La peinture qui est dans la coupole de l'Eglise de St. *Paul* de Londres, si elle étoit vûe à la distance de quelques pieds, feroit un effet beaucoup moins agréable qu'elle ne le fait étant vuë du pavé de l'Eglise. Telles sont les remarques du Dr. *Jurin*.

91. En voyageant vers le Nord dans le grand chemin de *Stilton* en *Huntingtonshire*, lorsque j'en fus éloigné d'un ou deux milles, j'observai par hazard que les logis qui sont dans le chemin & l'église qui est à main gauche paroissoient tellement separés, que je demandai à mon domestique si l'église qui étoit devant nos yeux appartenoit à *Stilton* ou à quelqu'autre ville; à quoi il ne sçut que repondre. Nous crumes alors qu'il y avoit près d'un mille de distance de l'église aux logis; mais bientôt après, nous étant approchés des logis & jettant de nouveau les yeux sur l'église, je fus bien surpris de trouver qu'ils en étoient si proches. Cela me donna la curiosité de mesurer leur distance réelle, & la mesurant au pas, je trouvai qu'il y avoit à peu-près la distance de la huitième partie d'un mille. Environ un mois après, lorsque je revins passer par le même village, je tombai dans la même illusion sur cette distance qui me parut aussi forte qu'auparavant, quoique je sçusse de combien elle étoit réellement. Je fus donc plus curieux d'observer la situation de la ville

& des campagnes qui l'environnent, pour pouvoir découvrir la cause de cette illusion.

La pleine campagne par où passe le chemin au sud de la ville, est presque de niveau pendant un ou deux milles, & après cette distance les champs s'élevent doucement de chaque côté de la ville pendant un demi-mille ou un mille ; la ville paroît dans l'horizon (rien n'étant visible au-dela) quoiqu'un peu plus basse & plus éloignée que les parties de l'horizon attenantes de chaque côté; & je crois que c'est là la cause de l'illusion. Car lorsqu'un objet ou un intervalle entre deux objets nous paroît plus éloigné que selon nos idées communes, nous le jugeons aussi plus grand que nous n'aurions fait, s'il nous avoit paru plus proche.

A la distance d'un demi mille du côté du nord de la ville, le chemin paroît monter au nord, & depuis le bas de cette montée l'intervalle entre les logis & l'église paroît aussi fort grand, le haut des logis & du clocher paroissant à l'horizon au delà d'une longue chaine de campagnes semées de bled, qui s'élevent doucement à main droite du chemin. C'est de cette basse station que cet intervalle paroît beaucoup plus grand que du haut de la montée qui est au-dessus, quoique peu éloigné de la ville. Parce que de cette haute station ces chaines intermédiaires n'interceptent pas la vuë du petit champ qui est entr'elles & la ville, lequel champ est imaginé trop grand lorsqu'on est dans la station inférieure, & aussi parce que la ville ne paroît plus à l'horizon, les champs qui sont au-delà étant clairement visibles.

Je me suis apperçu depuis ce tems-là de quelques autres illusions semblables en d'autres endroits ; par exemple de l'intervalle qui paroît être entre l'église & le château de *Scarborough* vu de certains endroits du chemin qui est entre *Hacknes* & ce château.

92. Depuis l'impression de cette explication de la concavité apparente du ciel, j'ai eu une ou deux occasions de faire une observation qui me paroît bien propre à appuyer ce que j'en ai dit. Etant sur le bord de la mer sous des rochers qui s'étendoient de part & d'autre en ligne droite, autant que je pus m'en appercevoir, & regardant l'horizon de la mer ; il ne me parut pas un demi-cercle dont mon oeil fut le centre, mais la distance de ses parties vues de chaque côté le long des rochers, me parut la plus grande de toutes. Les distances des parties intermédiaires paroissoient diminuer peu à peu, pendant que je portois ma vue depuis les rochers jusques au milieu de l'arc horizontal. Je m'apperçus aussi d'un certain navire éloigné, qui me parut couper également l'arc horizontal compris entre la ligne des rochers d'un côté & la perpendiculaire à cette ligne de l'autre côté. Et cependant l'angle compris par la ligne des rochers, & par celle qui alloit au navire, me paroissoit beaucoup plus petit que son complément compris sous la ligne du navire & sous la perpendiculaire à celle des rochers. Ce qui s'accorde avec des observations semblables sur la concavité du ciel, dont il est parlé dans l'art. suivant; par où l'on voit que notre idée de distance devient plus grande par la variété des objets. Dans la fig. 101 la ligne des rochers est AOD; sa perpendiculaire est OC; le lieu de l'observateur est O ; l'horizon de la mer est ABCD; le lieu apparent du vaisseau éloigné est B, qui me parut diviser également à fort peu près l'arc

ABC en B, quoique l'angle AOB me parut beaucoup plus petit que l'angle BOC.

Dans un autre tems & dans un autre endroit, je fis une observation semblable, étant au sommet de quelques rochers fort élevés & alors l'horizon de la mer me parut s'élever un peu vers les nuages, comme le bord d'une soucoupe, surtout, lorsqu'il paroissoit plus foible & plus obscur.

Sur l'art. 163. Remarques de M. *Folkes* sur la figure conchoïdale du Ciel, &c.

93. Lorsque j'eus communiqué cette détermination de la figure du ciel à Mr. *Martin Folkes*, Ecuyer, il l'approuva & me dit qu'il avoit souvent observé que le ciel paroissoit avoir une figure conchoïdale, telle qu'elle est représentée par la ligne courbe ABCD dans la figure 134; ce que j'ai aussi trouvé souvent très-évident. Mais on voit aisément que cela n'altère pas sensiblement la proportion des distances apparentes de ses parties verticales & horizontales, ni la manière de les déterminer. Fig. 134.

Il me fit aussi remarquer que la distance apparente du Soleil ou de la Lune dans un lieu donné B, pouvoit se calculer dans certaines limites, en imaginant une perpendiculaire BP sur le terrain OA & en observant quelque marque auprès de P où cette perpendiculaire paroît tomber (sur quoi j'ai éprouvé que plusieurs personnes qui se trouvoient dans le même-tems en O s'accordoient à fort peu près dans leurs jugements;) ensuite ayant mesuré la distance OP & ayant pris la hauteur du Soleil ou l'angle BOP, on peut trouver par différentes méthodes le côté OB du triangle OBP. On aura l'angle BOP assez exactement pour ce dessein en élevant un bâton *pb* & mesurant la longueur de son ombre *p*O.

Et ainsi par la figure du concave ABC déterminée ci-devant (art. 163.) nous avons la distance apparente du Soleil dans toute autre hauteur, & en même-tems la hauteur verticale des nuages ou du ciel en C.

Il me dit aussi que les côtés parallèles d'une allée fort longue & fort large, d'une avenuë, d'un chemin ou autre chose semblable, ne paroissent pas convergents comme deux lignes droites qui tendent à un point fort éloigné; mais plutôt comme les jambes de deux hiperboles *abc*, *def* qui tendent de part & d'autre vers une asymptote *op*, menée de l'œil en *o* parallelement aux côtés de l'allée, comme on voit dans la figure. Fig. 135.

Il me dit encore, qu'en marchant fort vîte sur les bords de plusieurs terres labourées longues & droites & les regardant de côté, elles lui paroissoient convexes vers son œil, tant qu'il fut vis-à-vis d'elles; ensuite droites, & après convexes, lorsqu'il les avoit passées. Je n'ai pas eu occasion d'observer ce phénomène; mais je crois que c'est là la description qu'il m'en donna.

Sur l'art. 164. &c. Examen des Lunes horizontales d'une grandeur extraordinaire.

94. J'ai fait voir dans ces articles en général, d'où vient que la Lune paroît toujours plus grande à l'horizon qu'au méridien, & j'en ai appuyé l'explication par une expérience décrite dans les remarques précédentes. Je dis en général, parce qu'on sçait qu'en différents tems la Lune horizontale paroît de différentes grandeurs dans un même horizon & quelque fois d'une grandeur extraordinaire. Je suis porté à croire que cela vient principalement de la largeur extraordinaire de sa peinture sur la rétine dans ces tems-là; laquelle peinture a été supposée invariable dans la théorie présente. On ne peut mieux examiner cela qu'en prenant ses diamètres avec un micromètre; ou bien, parce que cet instrument n'est pas entre les mains de tout le monde, en observant l'année & le jour du mois avec les hauteurs du baromètre & du thermomètre. Car si l'on

trouve par un grand nombre d'observations semblables, que les plus grandes Lunes horizontales arrivent communément dans son périgée, & dans les soirées les plus chaudes de l'été, lorsque le barométre est bas & le thermométre fort haut; & qu'au contraire les plus petites Lunes horizontales arrivent communément dans son apogée le matin dans le tems le plus froid en hyver, lorsque le barométre est haut & le thermométre bas; comme ces causes sont indépendantes les unes des autres & conspirent toutes à augmenter la peinture de la Lune dans le premier cas, & à la diminuer dans le second, on peut raisonnablement conclure que ces Lunes extraordinaires viennent principalement du concours de ces trois circonstances.

Dans mes remarques sur l'art. 170, rélativement aux réfractions astronomiques, j'expliquerai d'où vient que la pleine Lune horizontale paroît rarement ovale comme le Soleil horizontal, (quoique leurs rayons éprouvent les mêmes réfractions) mais communément d'une figure ronde, à laquelle se réduit l'ovale des réfractions par le défaut de lumiere à l'un de ses bords, un ou deux jours avant ou après la pleine Lune, surtout le soir en automne. Ainsi en comparant ensemble les aires de ces disques ronds de différentes pleines Lunes, on peut les supposer égaux à des cercles, dont les diamètres sont égaux aux diamètres verticaux des disques : parce que ces diamètres sont sujets à des changements plus petits & plus réguliers que tous les autres, & que vers la pleine Lune ils sont souvent d'autant plus grands que les autres sont moindres que l'horizontal (ou plutôt que le diamètre elliptique) selon que la Lune horizontale arrive à différentes distances de la pleine Lune exacte. Or puisque ces diamètres verticaux apparents & leurs peintures varient, tant par les distances de la Lune à la terre que par les réfractions horizontales qui dépendent de la densité de l'air, c'est-à-dire, de sa pesanteur & de la chaleur en même-tems; je trouve par un calcul de gros en gros, que ces diamètres apparents des plus grandes & des plus petites Lunes sont à fort peu-près entr'eux comme 36 à 35 ou presque comme 3 à 2.

Mais on doit remarquer que nous ne comparons pas dans notre esprit une Lune extraordinairement grande avec une Lune extraordinairement petite (la dernière paroissant rarement, & même s'attirant alors fort peu notre attention, comme n'étant pas différente de chaque Lune un peu élevée) : mais nous la comparons avec une idée fixe que nous avons acquise par l'inspection de la plupart des Lunes horizontales, dont il faut par conséquent prendre le diamètre moyen, comme une moyenne proportionnelle géométrique entre les diamètres des plus grandes & des plus petites pleines Lunes, & non pas comme une moyenne arithmétique; parce que nous voyons plus de Lunes en hyver qu'en été, & par conséquent plus de petites que de grandes, à raison de la plus longue durée des grandes réfractions qui resserrent ces diamètres. Donc le diamètre de la plus grande Lune est à celui de la plus commune d'une grandeur moyenne en raison soudoublée de 36 à 25, c'est-à-dire (parce que 36, 30 & 25 sont en proportion continue) en raison de 6 à 5; qui est à fort peu près la raison des diamètres d'un schelling & d'une piece de 6 sols ou d'un écu & d'un demi écu, par où nous pourrons mieux juger si cette hypothése répond à notre idée de ces Lunes extraordinaires. Je la trouve confirmée par une observa-

tion, que j'ai mise par écrit, d'une Lune extraordinairement grande de la couleur ordinaire, comme celle du cuivre poli. Je la vis le 27 de Juillet 1732, vieux stile, se levant sur les 8 heures du soir au-dessus de la ville de *Cambrigde* à la distance d'un demi mille, le vent étant à l'ouest, & le baromètre un peu variable. Or on voit par les Ephémérides que la Lune étoit alors proche de son périgée, & le vent d'ouest qui continua pendant ce mois est une preuve suffisante de la chaleur de l'air & de son peu de réfraction. Car je ne fis pas attention au thermomètre, parce que je ne pensois pas alors à cette hipothése. Nous avons donc ici deux ou trois causes qui s'accordent avec la théorie, & la troisieme (qui est le baromètre) tient à peu-près un milieu; mais je crois qu'il a moins d'action sur la grandeur apparente de la Lune qu'aucune des deux autres.

95. Puisque la peinture de la Lune horizontale est constamment plus ou moins resserrée par les réfractions & que celle de la Lune méridionale dans sa plus grande hauteur par rapport à nous, qui est de 60 ou 65 degrés, en est à peine sensiblement resserrée, il s'ensuit que dans ces deux positions les diamètres de son disque considérés comme portions de la concavité du ciel, doivent être en moindre raison que celle de ses distances apparentes dans le ciel. Parce que dans la théorie présente de l'art. 164 la peinture de la Lune a été supposée invariable pendant qu'elle monte ou qu'elle descend. La raison de ces distances apparentes par la table de l'art. 164 est d'environ 1 à 3 ou de 3 à 9, & ce seroit la raison des diamètres de ses disques circulaires dans la concavité du ciel indépendamment de la réfraction; mais je trouve que par la réfraction le disque horizontal est communément resserré en raison de deux cercles dont les diamètres sont à fort peu-près comme 9 à 8. Ainsi le disque méridional le plus élevé n'est communément au disque horizontal que comme 3 à 8 en diamètre. Ces disques sont représentés par les cercles 3 & 8 sous la figure 102, afin que l'œil puisse juger de leur proportion. Dans cette comparaison, on ne fait pas attention au défaut d'illumination de la pleine Lune, parce qu'il affecte la Lune méridionale autant que l'horizontale, en prenant un tems dans l'autre.

Les diamètres apparents de la Lune à différentes hauteurs sont en moindre raison que celle des distances apparentes.

96. Puisque l'horizon vu du haut d'une montagne ou d'un lieu élevé paroît plus éloigné que d'en bas, il semble s'ensuivre de la théorie présente, que la Lune horizontale doit paroître plus grande d'en haut que d'en bas; ce qui, je pense, n'est nullement conforme à l'expérience & ne doit pas l'être en effet. Car on doit faire attention qu'une vue présente de la Lune & de l'horizon ensemble ne peut pas fournir une nouvelle idée d'une certaine grandeur déterminée de son disque (parce que la faculté d'estimer par la vue est trop foible & trop peu exacte pour cela), mais elle ne fait que réveiller l'idée ancienne que nous en avons, qui est le résultat d'une longue expérience d'une infinité de vues de la Lune & de l'horizon qui se sont présentés sous diverses situations. Notre idée de la grandeur de la Lune horizontale est donc à peu près un milieu que nous avons tiré de toutes nos observations, & elle est tellement gravée dans notre ame par des vues réitérées qu'une vue seule ne peut pas l'altérer, mais la fortifier. Il en est de même de l'idée que nous avons de la grandeur de la Lune méridionale & de toutes ses positions à diverses hauteurs intermédiaires. Quoique ces idées nous viennent originairement de celles des distances de la Lune

Réponse à une objection.

dans le Ciel, elles se trouvent ensuite liées & réveillées par les idées de ses hauteurs correspondantes. C'est pour cela que les premières idées continuent d'être les mêmes, quoique la vue actuelle de l'horizon soit totalement interceptée, par l'interposition de quelque objet voisin, & même celle du Ciel environnant, par les côtés d'un tube vuide, lorsqu'on voit la Lune à travers. Car nous retenons dans notre mémoire pendant long-tems les idées fort distinctes des grandeurs de la Lune. Cependant si dans le cours de nos expériences, il arrive fort rarement que la grandeur de la peinture de la Lune horizontale soit considérablement altérée d'une façon quelconque; cette cause qui a beaucoup d'action, altére tout à coup l'idée établie de sa grandeur ordinaire, comme on peut l'éprouver en regardant la Lune au travers d'un verre de lunette que l'on écarte un peu de l'œil.

Examen de différentes explications de la Lune horizontale.

97. Il est assez évident non-seulement par la chose même, mais encore par le rapport des Historiens, que les observations astronomiques les plus anciennes sur les positions & les distances des étoiles n'ont pas été faites avec des instruments, mais seulement par estime ou par le coup d'œil. Et comme les premiers Astronomes ne sçavoient pas que les intervalles des étoiles paroissent beaucoup plus grands auprès de l'horizon que dans le méridien, il n'est pas douteux que leur astronomie a du être fort embarrassée par une si grande illusion dans leur estime. Je n'ai pas examiné en quel tems on découvrit cette erreur avant *Ptolomée*; mais on voit clairement qu'il ne l'ignoroit pas, par les égards qu'il y avoit, toutes les fois qu'il avoit recours à ces anciennes observations. (*Almagest. l. 2, chap. 9*); mais quelle que soit l'époque de la découverte de cette illusion, il est certain que la cause en a été jusqu'ici douteuse & contestée, & c'est pour cela que je me suis si fort étendu sur cette matière, pour la mettre, s'il est possible, hors de toute dispute. La variété des Auteurs & des opinions est si grande à ce sujet, que pour éviter une prolixité superflue, je me détermine à renvoyer les curieux à l'Almageste de *Riccioli* (*tom. 2, lib. 10, Sect. 6, quest. 13, p 643*) où il en rapporte un grand nombre, ou à la dissertation curieuse que l'ingénieux Mr. *Guill. Molyneux* a composé sur ces diverses opinions (*transf. phil. n°. 187*) dans l'intention, comme il le dit, non pas de rien établir de son propre fonds qui puisse satisfaire les curieux sur cette apparence admirable, mais de mettre au jour les erreurs de ceux qui ont prétendu l'expliquer, & qui n'ont rien dit de satisfaisant; afin que par ce moyen, les Physiciens se déterminent à reprendre ce sujet, & à faire de nouvelles recherches sur ce merveilleux phénomène. Depuis que ce discours a été publié, je ne vois pas qu'on ait rien dit de nouveau, excepté dans cet ingénieux *essai*, dont on a parlé ci-devant, *sur une nouvelle théorie de la vision*, où l'on trouve l'explication suivante, *sect. 68*.

D'où vient que la Lune paroît plus grande à l'horizon que dans le méridien.

98. » Pour rendre raison de cette apparence, on doit observer que les » particules qui composent notre atmosphère, interceptent les rayons de » lumière qui viennent d'un objet à l'œil, & que plus la portion de l'atmos- » phère entre l'objet & l'œil est grande, plus est grand aussi le nombre » des rayons interceptés, & plus par conséquent l'objet est affoibli; chaque » objet paroissant plus vif ou plus foible à proportion qu'il envoie plus ou » moins de rayons à l'œil. Mais entre l'œil & la Lune, lorsqu'elle est dans » l'horizon, il y a une quantité d'atmosphère beaucoup plus grande que

lorsqu'elle

» lorsqu'elle est dans le méridien ; delà vient que l'apparence de la Lune » horizontale est plus languissante, & par conséquent par la sect. 56 on » doit la juger plus grande que dans le méridien, ou dans toute autre » élévation au-dessus de l'horizon.

Par quels moyens on apperçoit par la vue les grandeurs tangibles.

99. » Dans la 56ᵉ section où l'Auteur nous renvoie, il explique de » quelle manière la vue apperçoit la grandeur *tangible* des objets. C'est » premierement par la grandeur ou l'étendue de l'objet visible, laquelle » étant immédiatement perçue par la vue, se trouve liée avec une autre » qui est tangible & placée à quelque distance. En second lieu, par la » confusion ou la distinction, & en 3ᵉ lieu par la vivacité ou la foiblesse de » l'apparence visible. Tout le reste étant égal, plus l'objet visible est grand » ou petit, plus je conclus que l'objet tangible doit être grand ou petit. » Mais quelque grande que soit l'idée qui me vient par la vue, si elle » est confuse, je juge que l'objet est petit : si elle est claire & distincte, » je le juge plus grand, & si elle est foible, je le juge encore plus grand.

Examen de l'explication précédente.

100. Après cela, l'Auteur entreprend d'appuyer cette explication du phénomène par l'examen & l'exclusion de quelques autres causes & opinions. Mais pour ne pas entrer dans un détail particulier de ses preuves, je vais faire voir par la seule expérience que ces différents degrés de foiblesse de la Lune, ne produisent aucune variation sensible dans sa grandeur apparente, ce que j'espere de démontrer par les observations suivantes.

Elle est contraire à l'expérience.

101. Premièrement, la Lune paroît beaucoup plus languissante pendant le jour que pendant la nuit, & par conséquent selon le principe de notre Auteur, elle devroit paroître plus grande le jour que la nuit à la même hauteur ; ce que je n'ai jamais pû observer quoique j'aie souvent regardé la Lune dans cette intention.

2°. J'observe que la Lune horizontale étant beaucoup plus languissante que le Soleil horizontal vu à l'œil nud, devroit paroître en conséquence de ce principe (quoique l'expérience soit contraire) beaucoup plus grande que le Soleil horizontal ; parce que ces deux corps ne différent en aucune autre circonstance apparente que dans celle de la foiblesse ou de la vivacité. Car les angles formés dans l'œil par leurs diamètres, sont communément à fort peu près égaux entr'eux, autant que l'œil nud peut en juger ; comme il est d'ailleurs évident par les tables astronomiques de ces angles aussi bien que par les éclipses totales du Soleil, le disque de la Lune étant quelquefois suffisant pour le couvrir entièrement, & d'autre fois ne laissant qu'un petit anneau de lumière qu'elle ne couvre pas, selon les différentes proportions des distances du Soleil & de la Lune à notre œil. De plus le Soleil horizontal, malgré la grande quantité de ses rayons que retient l'atmosphère, est encore moins foible que la Lune méridionale (l'œil étant communément blessé alors par l'éclat du Soleil & ne l'étant nullement par celui de la Lune), & par conséquent le Soleil horizontal devroit paroître moindre que la Lune méridionale, si le principe de l'Auteur étoit vrai. Mais ces conséquences que j'en tire sont manifestement contraires à l'expérience.

3°. J'observe que la Lune dans son éclipse totale, paroît beaucoup plus languissante que lorsqu'elle n'est pas éclipsée, à la même hauteur, & cependant elle ne paroît pas plus grande qu'à l'ordinaire, comme j'en ai été pleinement convaincu par l'éclipse totale de la Lune du 20 Novembre 1732. Car quoique je ne fisse pas attention à cette comparaison, lorsque je vis

cette éclipse, cependant elle me vint dans l'esprit le matin suivant (où elle étoit encore pleine) en voyant la Lune qui étoit encore élevée de quelques degrés avant son coucher. Elle me parut alors beaucoup plus grande que 8 ou 9 heures auparavant, lorsqu'elle avoit été éclipsée étant fort élevée & proche du méridien, où elle avoit paru d'une couleur beaucoup plus foible & plus foncée, tournant plus vers un rouge obscur que dans le tems de son coucher. Outre cela, en interrogeant différentes personnes qui l'avoient vue éclipsée pendant la nuit, si elles avoient connoissance de quelqu'autre circonstance extraordinaire dans son apparence, outre celle de sa couleur obscure, elles me dirent qu'elles n'en avoient apperçu aucune. Ensuite je les interrogeai directement sur sa grandeur apparente; elles me repliquerent qu'elle leur avoit paru la même qu'à l'ordinaire, c'est-à-dire, qu'elle n'avoit pas paru à beaucoup près aussi grande qu'à l'horizon. Mais si cette foiblesse plus grande de la Lune méridionale éclipsée que n'est celle de la Lune horizontale non éclipsée, avoit produit une idée de grandeur proportionnelle, ou même égale à celle de la Lune horizontale ordinaire, une apparence si remarquable n'auroit pas manqué d'être observée dans cette éclipse totale, & dans plusieurs autres qui sont arrivées à de fort grandes hauteurs au-dessus de l'horizon : & cependant je n'ai jamais vû qu'on en ait fait aucune mention dans aucune observation d'éclipse, quoiqu'on y parle souvent de la couleur obscure de la Lune. Or les degrés ordinaires de la pâleur de la Lune sont produits par les obstacles que l'atmosphére présente à différentes quantités de lumière rompue après avoir été réfléchie par la Lune, comme notre Auteur l'explique, & les degrés de cette pâleur extraordinaire de la Lune lorsqu'elle est éclipsée, sont produits en partie par l'absence des rayons du Soleil que la terre intercepte, & en partie par des obstacles semblables que l'atmosphére présente aux autres rayons rompus, tant avant qu'après leur incidence sur la Lune, comme je l'expliquerai dans mes remarques sur l'art. 170, & par conséquent cette pâleur extraordinaire ne différe de l'ordinaire dans aucune autre circonstance sensible que dans le degré seulement, & cependant (comme on l'a vu) elle n'occasionne aucune différence dans les degrés de grandeur apparente. Cette pâleur ne peut donc pas servir de fondement aux objections que notre Auteur a opposées aux degrés semblables de pâleur du Soleil & de la Lune, produits par l'interposition des verres plans colorés ou enfumés (*ibid. sect.* 72), qui comme tout le monde sçait, ne produisent aucune altération sensible dans la grandeur apparente.

Enfin je remarque que cette hypothése de la foiblesse des rayons ne peut suffire en aucune manière pour rendre compte d'une semblable variété de grandeurs apparentes dans les constellations, c'est-à-dire, des intervalles entre les mêmes étoiles fixes à différentes hauteurs; ce qui est regardé comme un phénomène de la même espèce & du même degré que celui du Soleil & de la Lune, & qui par conséquent dépend de la même cause.

Ce phénomène de la Lune n'est pas hors de la portée du calcul.

102. Pour conclure tout ceci, si ce phénomène de la Lune horizontale est un exemple évident de l'insuffisance des lignes & des angles, pour expliquer de quelle manière notre ame apperçoit & estime la grandeur des objets extérieurs, comme il plait à notre Auteur de l'assurer (*ibid. sect.* 78), je laisse à penser s'il ne fournit pas un exemple aussi évident de l'insuffisance de cette foiblesse de lumière pour expliquer la même chose. On en peut cependant déterminer & calculer les degrés par les lignes & par les angles,

au même point d'exactitude dans tous les cas, autant que l'œil peut les distinguer dans les cas les plus simples & les plus avantageux : & cette exactitude est plus que suffisante pour établir ou pour renverser tous les arguments & toutes les conclusions que l'on peut tirer en général de la foiblesse des couleurs ; comme on peut le faire voir dans le phénomène présent, si l'on vouloit parvenir à cette exactitude, & si (pour servir de base au calcul) on pouvoit produire certaines observations ou expériences, qui feroient voir que tout le reste étant égal, deux degrés donnés de pâleur produiroient réellement & clairement deux autres degrés distincts & donnés de grandeur apparente.

Mais n'allons pas plus avant, puisque l'Auteur veut bien accorder à l'Optique quelque usage du calcul mathématique ; quoique selon lui, on doive observer en général que ce calcul ne sçauroit être exact & précis, parce que les jugements que nous formons de la grandeur des objets extérieurs, dependent souvent de diverses circonstances qui ne sont pas proportionnelles aux lignes ou aux angles, ou qu'on ne peut pas déterminer par leur moyen. Je remarquerai sur cela seulement que s'il avoit bien voulu se rappeller combien de différentes sortes de quantités (sans en excepter les couleurs) qui passoient, il n'y a pas long-tems, pour être incapables d'aucunes mesures, ont été néanmoins réduites exactement aux régles du calcul des mathématiques, il auroit eu moins de raison de desespérer de pouvoir parvenir à de pareilles réductions dans les quantités de plusieurs autres espèces. Je prierois qu'on me pardonnât cette digression, si un physicien n'étoit pas obligé d'éloigner toutes les difficultés que l'on peut opposer contre la méthode la plus approuvée & qui a eu le plus de succès, pour ne pas dire l'unique méthode de se former une idée juste & précise de la nature des choses, qui sont toutes produites *en nombre, poids & mesure.*

Dans la seconde édition de cet essai & en même tems pour défendre & pour expliquer ce que cet Auteur appelle *le langage de la vue*, imprimée depuis peu, on voit quelques additions à l'explication de ce phénomène, mais comme tout dépend du principe de la foiblesse des couleurs, j'abandonne le reste aux réflexions du Lecteur.

103. Depuis l'impression de cet article, j'ai eu plusieurs occasions pendant quelques années d'observer la figure des halos autour de la Lune, qui m'ont toujours paru ovales plus ou moins, selon que la Lune étoit plus basse ou plus élevée, sans aucune exception. Je n'ai plus vu de halo autour du Soleil depuis l'idée que j'en ai donnée dans cet article. Mais le D. *Walker* de notre collége, m'a dit qu'il en avoit vu d'ovales pendant plusieurs années & qu'il se souvenoit d'un ou deux qu'il avoit vus autour du Soleil lorsqu'il étoit fort élevé en été, & par conséquent lorsqu'on pouvoit moins distinguer la figure ovale selon cette théorie, qu'on n'auroit fait si le Soleil avoit été plus bas.

Sur l'art. 167. Figure ovale des halos.

104. Parmi tous les phénomènes qui servent à démontrer que les objets fort élevés & fort éloignés dans le Ciel ne nous paroissent pas dans leurs grandeurs réelles, dans le lieu où ils sont & dans leurs vraies positions, mais qu'ils paroissent selon les projections en perspective sur la concavité apparente du Ciel, comme on l'a expliqué ci-devant, il n'y en a aucun qui soit plus propre pour cela & plus convaincant que cette belle appa-

Sur l'art. 170. De la divergence & convergence apparente des rayons du Soleil.

Fig. 136. rence de ces rayons larges & divergents qui viennent du lieu apparent du Soleil, traverser les nuages, que l'on voit le soir dans les grandes chaleurs de l'été répandus tranquillement & distinctement dans cette région du ciel. Cette application de ce phénomène commun me vint d'abord dans l'esprit à l'occasion d'une apparence extraordinaire, un peu semblable à celle-là, que je vis une fois à *Lincolne* & dont je vais donner ici la description.

Leur convergence apparente.

105. C'étoit une convergence apparente de longs rayons blancs, qui tendoient vers un point diamètralement opposé au Soleil; car selon que je pûs en juger, ce point étoit autant au-dessous de l'horizon, que le Soleil étoit au-dessus. L'horison est ici représenté par la ligne t D t & le point au-dessous opposé au Soleil est E; c'est vers ce point que tous les rayons V t, V t paroissoient convergents.

Fig. 137.

Les rayons réels sont à fort peu près paralleles.

106. En voyant que le point de convergence étoit opposé au Soleil, je commençai à soupçonner que ce phénomène extraordinaire n'étoit qu'un cas particulier de la divergence apparente & commune des rayons du Soleil, qui partent de son lieu apparent à travers les nuages, comme ils sont représentés dans la fig. 136. Je dis divergence apparente, car quoiqu'il n'y ait rien de plus commun que la divergence des rayons qui partent d'un corps lumineux, cependant celle de ces rayons avec des angles aussi grands n'est pas réelle, mais apparente; parce qu'il est impossible que les rayons directs du Soleil se croisent mutuellement dans aucun point apparent du ciel, en formant un angle plus grand qu'environ un demi degré. Car le diamètre de la terre étant extrêmement petit en comparaison de la distance du Soleil, de manière qu'il ne forme dans chaque point de son corps qu'un angle de 20 ou 22 secondes tout au plus, comme on verra art. 875; & le diamètre de notre horizon visible étant beaucoup plus petit que celui de la terre, il est évident que tous les rayons qui tombent d'un point donné quelconque du Soleil sur l'horizon, doivent former entr'eux des angles extrêmement petits; puisque le plus grand de tous ces angles est d'autant plus petit que celui de 22 secondes, que le diamètre de l'horizon visible est plus petit que celui de la terre. Tous les rayons qui viennent à nous d'un point donné du Soleil peuvent donc être regardés comme paralléles entr'eux, tels que les rayons e B g qui viennent du point e ou ceux f B h qui viennent du point opposé f & par conséquent les rayons de ces deux pinceaux qui viennent des points opposés du diamètre réel du Soleil & qui se coupent mutuellement dans son lieu apparent B dans les nuages, ne peuvent pas former entr'eux un angle plus grand que d'environ un demi degré; cet angle de leur intersection e B f étant le même que celui sous lequel le Soleil paroîtroit à un œil placé dans les nuages en B, ou (ce qui revient au même) à un œil en O sur le terrain, parce que la distance réelle O S du Soleil est incomparablement plus grande que sa distance apparente O B. Donc les rayons du Soleil, tels que B g, B h ne sont réellement divergents de son lieu apparent B, que par un angle g B h qui n'est pas plus grand qu'environ un demi-degré. Cependant ils paroissent divergents du lieu B selon tous les angles possibles, & même dans des directions opposées. Venons-en donc à l'explication de cette divergence apparente, qui n'est pas évidente par elle-même, quoiqu'au premier coup d'œil elle le paroisse, parce que nous ne distinguons pas la vaste différence qui se trouve entre la vraye distance & la distance apparente du Soleil.

Fig. 134.

107. Voici ce que j'ai à démontrer. En supposant que tous les rayons du Soleil tombent exactement paralléles les uns aux autres sur l'horizon visible, comme ils le font à fort peu-près. ils doivent néanmoins dans ces deux cas paroître divergents selon tous les angles possibles. Imaginons que le ciel est en partie couvert d'un lit spacieux de nuages rompus V, V, V, &c. paralléles au plan visible de l'horizon, qui est ici représenté par la ligne AOD. Lorsque les rayons du Soleil tombent sur ces nuages selon les directions paralléles SV, SV &c. supposons que quelques uns traversent leurs intervalles selon les lignes V*t*, V*t* &c. & tombent sur le plan de l'horizon en *t*, *t* &c. & puisque les autres rayons incidents SV, SV &c. sont supposés interceptés par le nuage X eu égard au lieu du spectateur en O & par les nuages V, V &c. par rapport aux intervalles entre les rayons transmis V*t*, &c. une petite partie de ces derniers rayons V*t*, V*t*, &c. étant réfléchie de tous côtés par certaines vapeurs légères qui flottent dans l'air, suffiront indubitablement pour affecter l'œil d'une apparence de lumières & d'ombres, sous la forme de rayons brillants dans les endroits V*t*, V*t* &c. & de rayons obscurs dans leurs intervalles; précisement comme on voit dans une chambre de pareils rayons de lumière & d'ombre par la réflexion des rayons du Soleil sur l'air chargé de fumée ou de poussière : la lumière & l'ombre étant ici occasionnée par la transmission des rayons au travers de quelques fentes de la fenêtre & par leur interruption dans les autres parties. Explication de cette divergence apparente. Fig. 138.

Mais si la concavité apparente de ce lit de nuages V, V &c par rapport à l'œil en O, est représentée par l'arc ABCD, & si elle est coupée au point B par la ligne OBX parallèle aux rayons *t*V, il est évident par les régles de la perspective, que ces longs rayons ne paroîtront pas dans leurs places réelles, mais qu'ils paroîtront sur la concavité ABCD divergents de tous côtés par rapport au point B (art. 156 & 170) où le Soleil paroît, ou par rapport au nuage X qui couvre le corps du Soleil, comme on l'a représenté séparément dans la figure 136.

108. Par la même raison si l'on prolonge la ligne BO vers E, au dessous du plan de l'horizon AOD & que l'œil soit dirigé vers la région du ciel directement au-dessus de E, les extrémités inférieures des mêmes rayons réels V*t*, V*t* &c. paroîtront alors sur la partie DF de cette concavité & ils paroîtront aussi comme convergents vers le point E placé précisément autant sous l'horizon que le point opposé B est au-dessus; ce que l'on a représenté séparément dans la fig. 137. Car si l'on suppose que les rayons V*t*; V*t*, &c. soient assez visibles dans toute leur longueur & que l'œil soit dirigé dans un plan qui leur soit perpendiculaire, & qui est ici représenté par la ligne OF; les parties de ces rayons les plus proches de l'œil paroîtront sur ce plan fort écartées les unes des autres, & leurs parties les plus éloignées paroîtront se rapprocher par gradation vers les extrêmités opposées de la ligne BE. Pour mieux éclaircir ceci, nous pouvons imaginer que le spectateur en O est placé sur le haut d'une si grande descente OHI vers une vallée éloignée IK & que le Soleil est si bas, que le point E qui lui est opposé peut paroître au dessus de l'horizon de cette vallée obscure. En ce cas, il évident que le spectateur en O verra ces rayons assez convergents pour s'entrecouper en E dans le ciel. Explication de leur convergence apparente. Fig. 138.

109. Je ne me souviens pas d'avoir jamais vu aucun phénomène de cette

D'où vient que les rayons convergents sont moins communs que les divergents.

espèce par la lumière de la Lune, ni d'avoir vu autant de rayons convergents que de rayons divergents. Apparemment que la lumière de la Lune est trop foible, après qu'elle a été réfléchie par les vapeurs, pour produire cette apparence sensible de lumière & d'ombre qui forme ces rayons; & quant au phénomène plus rare, je me ressouviens fort bien que les rayons du Soleil qui étoient convergents vers un point sous l'horizon, n'étoient pas tout-à-fait aussi brillants & aussi forts que ceux qui sont ordinairement divergents du corps du Soleil; & que le ciel derrière eux paroissoit fort noir (plusieurs ondées de pluie ayant passé de ce côté là) ce qui certainement contribuoit à produire cette apparence. Ainsi il est probable que la petitesse & la foiblesse des rayons réfléchis par les vapeurs opposées au Soleil, est la principale cause de ce que cette apparence est si rare en comparaison de celle des rayons divergents. Car comme la région du ciel tout autour du Soleil est toujours plus brillante que la région opposée; la lumière des rayons divergents doit aussi être plus brillante que celle des rayons convergents; car quoique les corps grossiers & raboteux réfléchissent les rayons dans toutes les directions possibles; on observe néanmoins communément qu'il s'en réfléchit plus par devant obliquement, que par derrière directement. Outre cela dans le cas présent, les rayons incidents sur la région opposée au Soleil, sont plus affoiblis par les réflexions continuelles d'un long espace de l'atmosphère que les rayons incidents sur la région voisine du Soleil.

Je crois que le phénomène commun des rayons divergents, est plus fréquent en été qu'en hyver; & lorsque le Soleil est bas que lorsque le Soleil est élevé: apparemment parce que les vapeurs inférieures étant plus denses, réfléchissent la lumière plus fortement que les vapeurs plus élevées; parce que la lumière inférieure du ciel n'est pas aussi brillante que la lumière supérieure; parce que l'air est communément plus tranquille le matin & le soir que vers le midi; & enfin parce qu'il s'exhale différentes espèces de vapeurs de toutes sortes de végétaux, en plus grande abondance l'été que l'hyver, & que ces vapeurs, lorsque l'air est rafraichi & condensé le matin & le soir, peuvent devenir assez denses pour réfléchir une lumière sensible.

Sur les réfractions astronomiques.

110. Je vais conclure mes remarques sur ces apparences optiques dans le ciel, par une explication populaire de la réfraction des rayons dans l'atmosphére & du principal phénomène qui en résulte.

Histoire de cette découverte.

111. L'Arabe *Albazen* qui vivoit vers l'an 1100 de N. S. paroît avoir fait plus de recherches sur la nature des réfractions que les écrivains qui l'ont devancé; tellement qu'ayant fait des expériences sur la surface commune de l'air & de l'eau, de l'air & du verre, de l'eau & du verre ou du cristal, & étant préoccupé de l'opinion ancienne des orbes de cristal dans les régions supérieures à l'atmosphére, il eut assez de courage pour y soupçonner quelque réfraction. On peut, dit-il, la prouver (*opt. l. 7. pr. 15*) en prenant la distance d'une étoile au pole de l'équateur (avec une sphère armillaire) tant lorsqu'elle est au-dessous que lorsqu'elle est proche du zénith, & il ajoute qu'on trouvera la premiere distance polaire moindre que la seconde à cause de la réfraction des rayons, & cela, nous dit le *moine Bacon* (*opus majus* p. 398.) a été tiré du 5[e] livre des aspects de *Ptolomée*, qui attribue cette différence à la réfraction des rayons qui se fait dans la surface commune à l'air & à l'ether. Si cela est, il faut

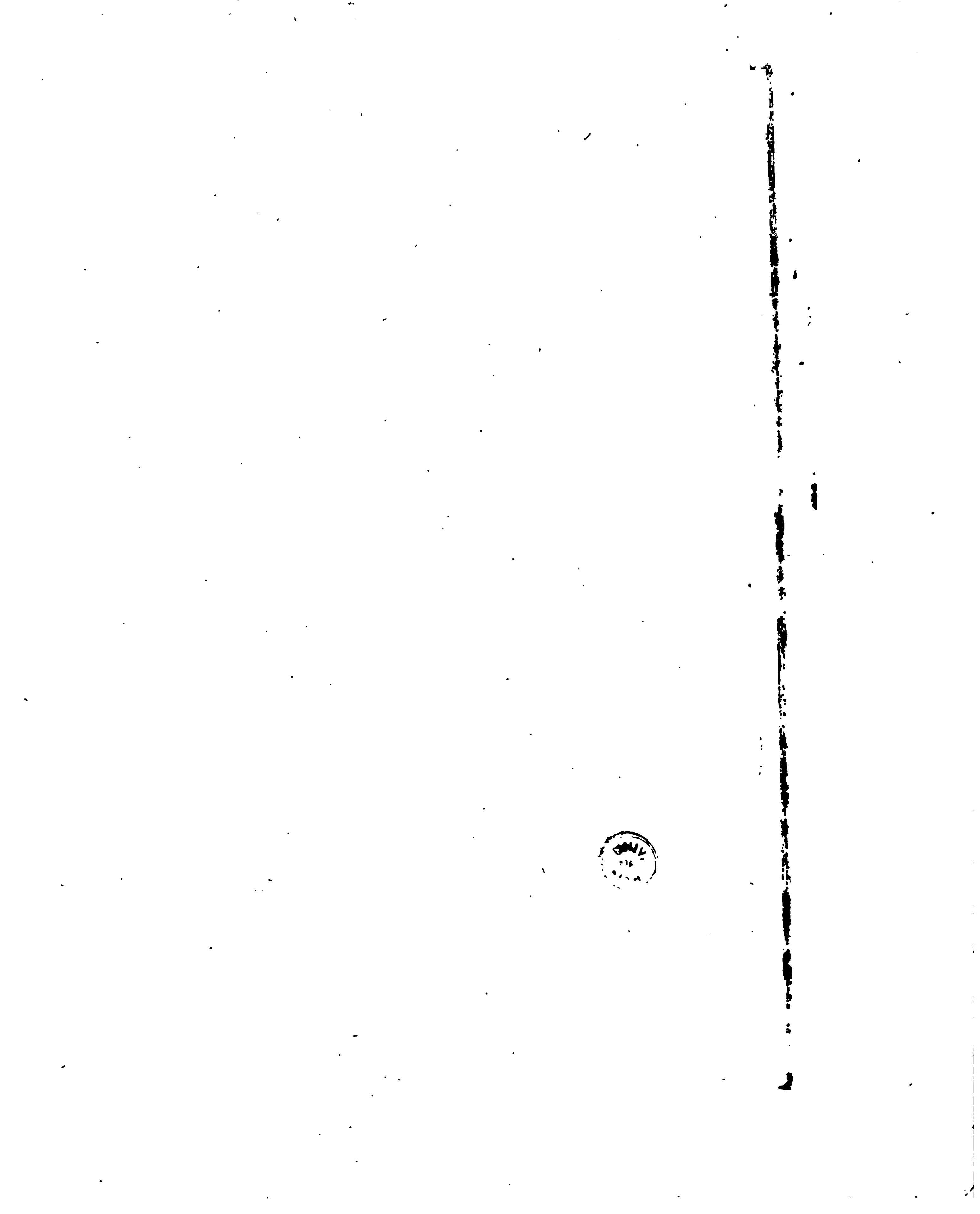


Planche 16.

Fig 139.

141.

142.

143.

que *Ptolomée* ait composé son livre des aspects (que je n'ai jamais pû trouver) après son almageste. Car il dit dans cet ouvrage (lib. 3. cap. 2. voyez aussi l'almageste de *Riccioli* tom. 1. p. 113.) qu'*Hypparque*, pour déterminer le temps des équinoxes en observant le jour & l'heure où les rayons du Soleil se confondoient exactement avec le plan de sa machine *armillaire* (qui étoit un cercle de bronze fixé dans le plan de l'équateur) fut étonné de voir que cela arriva deux fois le même jour, dans l'intervalle de 5 à 6 heures, le Soleil étant élevé dans un tems & étant bas dans l'autre tems; il nous dit aussi qu'il a observé lui-même la même chose & il l'attribue au peu d'exactitude & de solidité de la machine *armillaire* : de sorte, qu'il n'avoit alors aucun soupçon que cet effet pût provenir de la réfraction des rayons du Soleil.

Quoiqu'il en soit, il est certain qu'*Alhazen* s'attacha à déduire différentes propriétés de cette espèce de réfraction, il trouva qu'elle augmentoit les hauteurs de tous les objets celestes, qu'elle resserroit leurs diamètres & leurs distances mutuelles, & qu'elle produisoit la scintillation des étoiles. Mais nous ne voyons pas que ni lui ni son sectateur *Vitelion* ayent eu aucune connoissance de sa vraie quantité; laquelle étant si petite ne peut se déterminer que par des instruments très-exacts. Le défaut de ces instruments a été cause qu'on n'en a guéres parlé que vers l'an 1500 où *Bernard Walther*, *Mestlin* & quelques autres, mais principalement l'illustre *Tycho Brahe* la tirerent de l'oubli, & en firent une étude suivie. S'appercevant de la grande importance de cet examen pour la perfection de l'astronomie, ils n'épargnerent ni peines ni travaux, pour inventer des instruments & pour faire des observations, avec quoi ils fixérent la quantité de ces réfractions pour toutes les hauteurs, jusques à un degré passable d'exactitude.

Mais ils ne purent pas découvrir en quel endroit, ni de quelle manière les rayons étoient rompus; *Kepler* lui-même qui a tant écrit sur cette matière (*paralip. in Vitellionem*) ne put pas en venir à bout. *Tycho* crut que la réfraction venoit principalement de la densité des vapeurs qui sont auprès de la surface de la terre; *Kepler* la plaçoit totalement au haut de l'atmosphére qu'il croyoit être d'une densité uniforme; & de là, il en détermina la hauteur par la quantité observée de la réfraction, & il conclut qu'elle étoit un peu moindre que celle des plus hautes montagnes. Mais la vraie constitution de la densité de l'atmosphére, déduite de l'expérience de *Torricelli*, donna une idée plus juste de ces réfractions, surtout après qu'on se fut convaincu par la répétition d'une expérience de Mr. *Lowthorp*, que la puissance réfractive de l'air est proportionnelle à sa densité.

Explication de la réfraction d'un rayon dans l'atmosphére.

112. Pour concevoir la marche d'un rayon rompu dans l'atmosphére, imaginez que le plan de la figure 139 traverse l'atmosphére & le centre Y de la terre; autour du quel soient décrits des cercles sans nombre O*o*, P*p*, Q*q* &c. très-peu éloignés les uns des autres, depuis le bas jusqu'au plus haut de l'atmosphére. Quoiqu'il soit évident par la nature de la pesanteur & du ressort de l'air, que sa densité décroît continuellement en montant vers le haut de l'atmosphére (le ressort de chaque partie plus élevée étant moins pressé par le poids d'une colonne plus courte de l'air qui est au-dessus), cependant on peut d'abord la regarder comme interrompue en quelque manière; ou qu'entre les deux cercles les plus bas O*o*, P*p*,

Fig. 139.

l'air est par-tout également dense, mais un peu plus que celui qui est immédiatement au-dessus; que de même cet air, qui est entre les cercles P*p*, Q*q*, est aussi uniformément dense, mais un peu plus que celui qui est immédiatement au-dessus, & ainsi de suite jusqu'au haut de l'atmosphére : donc l'expansion sera limitée, lorsque sa densité sera tellement diminuée, & par conséquent son ressort tellement affoibli, qu'il sera précisément contre-balancé par le poids d'une surface de particules simples.

Soit maintenant O l'œil du spectateur, YOZ une ligne menée à son zénith, OPQRS le cours d'un rayon qui vient d'un astre S, & que nous pouvons considérer, comme s'il revenoit de l'œil à l'astre, parce qu'il décriroit la même route en reculant (art. 11). Le rayon OP en sortant en P d'un air plus dense pour entrer dans un air moins dense sera rompu en s'éloignant de la perpendiculaire YP prolongée (art. 12) & en sortant de même en Q de ce dernier air pour entrer dans un autre encore moins dense, il sera de nouveau rompu en s'écartant de la perpendiculaire YQ prolongée, & ainsi de suite jusqu'à ce qu'à la fin il sorte du haut de l'atmosphére pour entrer dans un espace vuide.

Tous les astres paroissent élevés par la réfraction.

113. Le dernier rayon émergent RS étant prolongé en arrière, jusqu'à ce qu'il rencontre la ligne verticale YOZ en V, & le rayon visuel OP étant prolongé en X, il est évident que la distance apparente de l'astre au zénith, mesurée par l'angle XOZ (art. 101) est moindre que sa vraie distance, mesurée par l'angle XVZ, & que par conséquent OXV différence de ces deux angles (*Eucl.* 1. 32) est l'effet total de toutes les réfractions; par où l'astre paroît d'autant plus élevé qu'il l'auroit été sans elles. Parce que, ce qu'on a prouvé de ces réfractions interrompues en P, Q, R au travers de cette atmosphére imaginaire, a également lieu dans la vraie atmosphére, en concevant les intervalles des cercles O*o*, P*p*, Q*q* diminués, & leur nombre augmenté à l'infini, de manière que le rayon soit continuellement rompu en chaque point, & que par ce moyen sa route, qui étoit un polygone, devienne une courbe continue, dont les lignes SX, OX sont les tangentes au haut & au bas de l'athmosphére.

J'ai supposé ici que la vraie distance de l'astre au zénith étoit mesurée par l'angle SVZ, parce que toute ligne droite ON menée de l'œil à l'astre, forme un angle insensible avec le rayon SRV, la distance de l'astre étant excessivement grande & la courbure du rayon très-petite, sur-tout vers le haut de l'atmosphére. Si cette courbure étoit circulaire, je trouve que la plus grande distance OV entre les lignes ON, VS seroit même alors à peine de trois milles.

La réfraction totale d'un rayon diminue en montant.

114. La réfraction totale d'un rayon horizontal est la plus grande de toutes, & pendant que l'astre monte, la réfraction diminue continuellement, jusqu'à disparoître au zénith. Car en supposant qu'un astre en s'élevant est vu successivement dans les directions OP, O*p*, & que les rayons reviennent par les mêmes lignes OPQRS, O*pqrs* par où elles étoient allées à l'œil; puisque le rayon O*p* est moins incliné que OP au cercle réfringent *p*P, la réfraction en *p* sera moindre qu'en P (art. 14, &c.) & par conséquent le rayon suivant *pq* sera aussi moins incliné que PQ au cercle suivant réfringent *q*Q. Donc la réfraction suivante en *q* sera moindre qu'en Q, & ainsi la somme de toutes les réfractions en *p*, *q*, *r* &c. sera moindre que la somme pareille de toutes celles en P, Q, R &c.

c'est-à-dire,

c'est-à-dire, que l'angle OXV diminuera continuellement jusqu'à s'anéantir au zénith. D'un autre côté, lorsque le rayon OP devient horizontal, il est beaucoup plus rompu, parce qu'il passe beaucoup plus obliquement par tous les cercles réfringents.

115. L'œil étant le centre d'une surface sphérique, à laquelle on rapporte les lieux rélatifs des astres; le point où elle est coupée par une ligne droite menée de l'œil à l'astre, se nomme le *vrai lieu de l'astre*, & le point où elle est coupée par une tangente au rayon visuel dans son incidence sur l'œil, se nomme le *lieu apparent de l'astre*; l'arc d'un grand cercle qui passe par le lieu vrai & par le lieu apparent, ou l'angle NOX (dans l'œil) qui est mesuré par cet arc, ou l'angle égal OXV, sous les deux tangentes de la courbure du rayon visuel à ses deux extrêmités, se nomme la *réfraction de l'astre*. Par conséquent l'arc d'un grand cercle entre les lieux vrais de deux astres, ou l'angle à l'œil mesuré par cet arc, est le *vrai intervalle des astres*, & enfin l'arc d'un grand cercle entre les lieux apparents, ou l'angle à l'œil que cet arc mesure, est *l'intervalle apparent des astres*. On sçait qu'un grand cercle divise la surface sphérique en deux hémisphéres, & que son plan passe par l'œil & par le centre.

Ce que c'est que la réfraction des astres, leur lieu vrai & apparent, & leurs intervalles.

116. L'intervalle apparent de deux astres placés du même côté du zénith & dans le même cercle ou plan vertical, est d'autant moindre que leur vrai intervalle, que la réfraction de l'astre le plus élevé est moindre que celle de celui qui est plus bas. Car si les réfractions des astres étoient égales, leur intervalle apparent seroit toujours égal à leur vrai intervalle. Donc autant que l'astre le plus haut est moins élevé par la réfraction que celui qui est au-dessous, autant leur intervalle apparent est moindre que le vrai intervalle, & la différence est celle des deux réfractions.

Les intervalles de tous les astres paroissent resserrés par les réfractions.

Si les astres sont placés des deux côtés opposés du zénith & dans le même cercle vertical, leur intervalle apparent sera moindre que le vrai, & la différence sera la somme de leurs réfractions.

En second lieu, l'intervalle apparent entre deux astres quelconques également élevés est toujours moindre que leur vrai intervalle. Car les astres étant également élevés au-dessus de leur vrai lieu dans deux cercles verticaux qui sont convergents au zénith, leur vrai intervalle est un peu resserré par les réfractions; quoique fort peu, parce que auprès de l'horizon où les réfractions sont les plus grandes, les deux cercles verticaux sont presque paralleles entr'eux & auprès du zénith où ils sont plus convergents, les réfractions sont fort petites.

Enfin l'intervalle apparent entre deux étoiles placées obliquement est toujours moindre que leur vrai intervalle. Soient les vrais lieux des astres a & *b* & leurs lieux apparents α, β dans les deux cercles verticaux aαZ, *b*βZ. Puisque la réfraction de l'astre le plus bas est plus grande que celle du plus haut, c'est-à-dire, aα plus grand que *b*β, l'intervalle apparent α β sera moins oblique aux deux cercles verticaux que le vrai intervalle a*b*, & étant plus élevé il sera plus court que a*b* par deux raisons.

Fig. 140.

117. L'usage principal de la table des réfractions est de conclure aisément le vrai lieu d'un astre de son lieu apparent en retranchant la réfraction qui convient à la hauteur apparente observée avec un Instrument. La table suivante calculée par *Nevvton* est tirée des transact. philos. n°. 368 où le Doct. *Halley* qui l'a rendue publique, a joint des remarques utiles sur quelques

Table des réfractions des astres.

attentions que l'on doit faire aux réfractions de l'air, dans les observations astronomiques sans se donner la peine des calculs trigonométriques.

TABLE

Des Réfractions des Astres rélatives à leurs hauteurs apparentes.

Hauteurs apparentes.		Réfractions.		Hauteurs apparentes.		Réfractions.		Hauteurs apparentes.		Réfractions.	
Deg.	Min.	Min.	Sec.	Deg.	Min.	Min.	Sec.	Deg.	Min.	Min.	Sec.
0	0	33	45	16		3	4	46		0	52
0	15	30	24	17		2	53	47		0	50
0	30	27	35	18		2	43	48		0	48
0	45	25	11	19		2	34	49		0	47
1	0	23	7	20		2	26	50		0	45
1	15	21	10	21		2	18	51		0	44
1	30	19	46	22		2	11	52		0	42
1	45	18	22	23		2	5	53		0	40
2	0	17	8	24		1	59	54		0	39
2	30	15	2	25		1	54	55		0	38
3	0	13	20	26		1	49	56		0	36
3	30	11	57	27		1	44	57		0	35
4	0	10	48	28		1	40	58		0	34
4	30	9	50	29		1	36	59		0	32
5	0	9	2	30		1	32	60		0	31
5	30	8	21	31		1	28	61		0	30
6	0	7	45	32		1	25	62		0	28
6	30	7	14	33		1	22	63		0	27
7	0	6	47	34		1	19	64		0	26
7	30	6	22	35		1	16	65		0	25
8	0	6	0	36		1	13	66		0	24
8	30	5	40	37		1	11	67		0	23
9	0	5	22	38		1	8	68		0	22
9	30	5	6	39		1	6	69		0	21
10	0	4	52	40		1	4	70		0	20
11	0	4	27	41		1	2	71		0	19
12	0	4	5	42		1	0	72		0	18
13	0	3	47	43		0	58	73		0	17
14	0	3	31	44		0	56	74		0	16
15	0	3	17	45		0	54	75		0	15

Quant à la méthode des Astronomes pour faire une table des réfractions, il suffit de dire ici briévement, qu'elle consiste principalement à trouver d'abord la latitude du lieu de l'Observateur par des observations faites si proches du zénith qu'elles ne puissent pas être affectées d'aucune réfraction sensible. Secondement en prenant la plus grande hauteur d'une étoile qui passe si près du zénith qu'elle ne puisse souffrir aucune réfraction sensible,

par où l'on aura sa vraie distance au pole. Troisiemement en observant autant d'autres hauteurs qu'on voudra de la même étoile, & marquant le tems de chaque observation, à compter depuis son passage au méridien ; & enfin par ces quantités données ou d'autres semblables, on calculera les vraies hauteurs de ces astres pour les tems donnés, lesquelles étant respectivement soustraites des hauteurs observées, donneront les réfractions correspondantes. Un Observateur sous l'équateur peut faire une table avec moins de peine par le moyen d'une étoile qui passe par son zénith.

118. Il faut encore remarquer que quoiqu'on ne puisse pas avoir une astronomie exacte sans une table parfaite des réfractions, cependant une table ne peut servir avec précision que pour un pays, pour une même saison ou peut-être pour la même heure du jour (art. 691) sur-tout lorsque les objets que l'on observe sont bas ; car on sçait fort bien que la densité de l'air, & sa puissance réfractive croissent par le froid & diminuent par la chaleur (*Voyez les notes du Dr.* Jurin *sur la géographie de* Varenius *chap.* 9, *pr.* 21) sans parler du mêlange variable des vapeurs & des exhalaisons dans l'air auprès de l'horizon. Il y a une observation fameuse de cette espèce qui fut faite par quelques *Hollandois* qui hyvernerent dans la *nouvelle Zemble* en 1596, & qui furent surpris de voir qu'après une nuit continuelle de trois mois, le Soleil commença à se lever dix sept jours plutôt que ne l'annonçoit le calcul fait sur la hauteur du pole observée de 76°. Ce qui ne peut venir que d'une quantité extraordinaire de réfractions des rayons du Soleil qui traversoient l'air froid & dense de ce climat. *Kepler* trouve par son calcul, que le Soleil étoit presque 5 degrés sous l'horizon lorsqu'il commença à paroître (*Paralip. in Vitellion. p.* 158), & par conséquent la réfraction de ses rayons étoit environ neuf fois plus grande que chez nous. D'un autre côté on a observé que les réfractions horizontales dans les pays situés près de l'équateur, sont presque un tiers plus petites qu'à Paris. Mais en montant également, leur différence diminue peu à peu, jusqu'à devenir insensible à la hauteur d'environ 60 degrés. *Voyez l'histoire de l'Académie Royale des Sciences par* Duhamel *p.* 600. **Inconstance de ces réfractions.**

119. Puisque les diamètres verticaux du Soleil & de la Lune à l'horizon (à cause des réfractions inégales des rayons les plus hauts & les plus bas), sont beaucoup plus resserrés que leurs diamètres horizontaux ; leurs peintures sur la rétine, & par conséquent leurs figures deviennent ovales. Leurs diamètres apparents le plus long & le plus court étant souvent entr'eux comme 5 à 4 (*Balthasaris micrometria p.* 101) sur-tout le matin lorsque les rayons sont plus rompus en traversant un air plus froid, plus dense & plus humide. Le cercle adce dont le centre est b, représente le vrai disque du Soleil, dont la projection est sur la surface sphérique dont on a parlé jusqu'ici, & l'ovale $\alpha\delta\chi\epsilon$ est son disque apparent. Si l'on suppose que $b\beta$ réfraction ou élévation de son centre soit égale à son vrai diamètre ac, l'élévation aα de son point inférieur sera plus grande, & celle $c\chi$ de son point supérieur sera plus petite que $b\beta$; ce qui sera cause que $\beta\alpha$ sera moindre que $\beta\chi$, & que le segment inférieur de l'ovale sera plus applati que le supérieur. On peut aisément calculer leurs proportions par la table des réfractions & les observer à travers un verre obscur ou avec un télescope. Mais à moins que la Lune horizontale ne soit exactement pleine, le défaut d'illumination de son disque, vers la droite ou la gauche, détruira en partie **Figures ovales du Soleil & de la Lune à l'horizon.** **Fig. 141.**

la figure ovale, & lui donnera cette figure ronde, quoiqu'irrégulière, qu'elle paroît souvent avoir. La pleine Lune en se levant dans le tems de l'équinoxe d'automne, & en se couchant vers l'équinoxe du printems, sera plus ronde que dans tous les autres tems, parce que l'écliptique est alors fort oblique à l'horizon; de manière que le défaut d'illumination tombe à plein sur l'un des bouts du diamètre horizontal. Delà vient que la Lune horizontale paroît fort rarement ovale sur-tout le soir, en été, les réfractions étant alors plus petites.

Effets visibles des réfractions dans les Eclipses de Lune.

120. La réfraction d'un rayon horizontal étant communément équivalente au diamètre apparent du Soleil ou de la Lune, il est manifeste que tous les corps célestes sont entièrement visibles, lorsque dans la réalité ils sont au-dessous du plan de l'horizon prolongé. C'est pour cette raison que l'on a vu plusieurs éclipses totales de Lune dans l'horizon, tandis que le Soleil étoit aussi visible dans la partie opposée de ce cercle. Les anciens Philosophes qui ne connoissoient pas le pouvoir réfractif de l'air, étoient fort embarrassés sur cet étrange phénomène, & ils ne pouvoient pas non plus trouver la raison pour laquelle la Lune étoit entièrement visible, même dans toutes les hauteurs, lorsqu'elle étoit plongée totalement dans l'ombre de la terre, comme elle l'est toujours, paroissant d'une couleur rouge & obscure, assez semblable à celle du cuivre terni, ou du fer presque entièrement rougi au feu. Ils croyoient que c'étoit la lumière propre de la Lune, qui la rendoit visible, lorsqu'elle étoit privée de la lumière plus brillante du Soleil. *Plutarque* dans son discours sur la face de la Lune, attribue cette apparence à la lumière des étoiles fixes qui nous est réfléchie par la Lune; mais cette lumière est trop foible pour produire cet effet. La vraie & unique cause de ce phénomène, sont les rayons dispersés du Soleil pliés par la réfraction dans l'ombre de la terre au travers de l'atmosphére de la manière suivante.

Combien l'ombre de la terre est resserrée par les réfractions.

Fig. 142.

121. Soit le corps du Soleil représenté par le grand cercle a*b* & celui de la terre par le petit cercle *cd*; & que les lignes a*ce*, *bde* touchent ces deux corps dans leurs côtés opposés, & se rencontrent en *e* au-delà de la terre. L'espace angulaire *ced* représentera la figure conique de l'ombre de la terre, qui seroit totalement privée des rayons du Soleil, si aucun d'eux n'étoit plié par la puissance réfractive de l'atmosphére. Supposons que cette puissance disparoisse précisément au cercle *hi*, concentrique à la terre, de manière que les rayons a*h* & *bi* qui touchent ses côtés opposés soient des lignes droites non rompues & se rencontrent en *k*. Alors les deux rayons les plus proches de ceux-ci, qui coulent en dedans, des mêmes points a & *b*, étant rompus en dedans par les bords de l'atmosphére, se couperont mutuellement dans un point *l* un peu plus proche de la terre que *k*. Et de même les deux rayons opposés suivants en dedans des deux derniers, se couperont mutuellement en un point *m*, un peu plus proche de la terre que *l*, ayant souffert de plus grandes réfractions en traversant des espaces plus longs & plus denses de l'air qui est un peu plus proche de la terre. On doit dire la même chose des approches semblables des intersections succèssives *k*, *l*, *m* d'une infinité de couples de rayons, jusqu'à l'intersection *n* des deux les plus intérieurs, que nous pouvons supposer toucher précisément la terre aux points *o* & *p*. Il est donc clair que l'espace terminé par ces rayons *on*, *np*, sera la seule partie de l'ombre de la

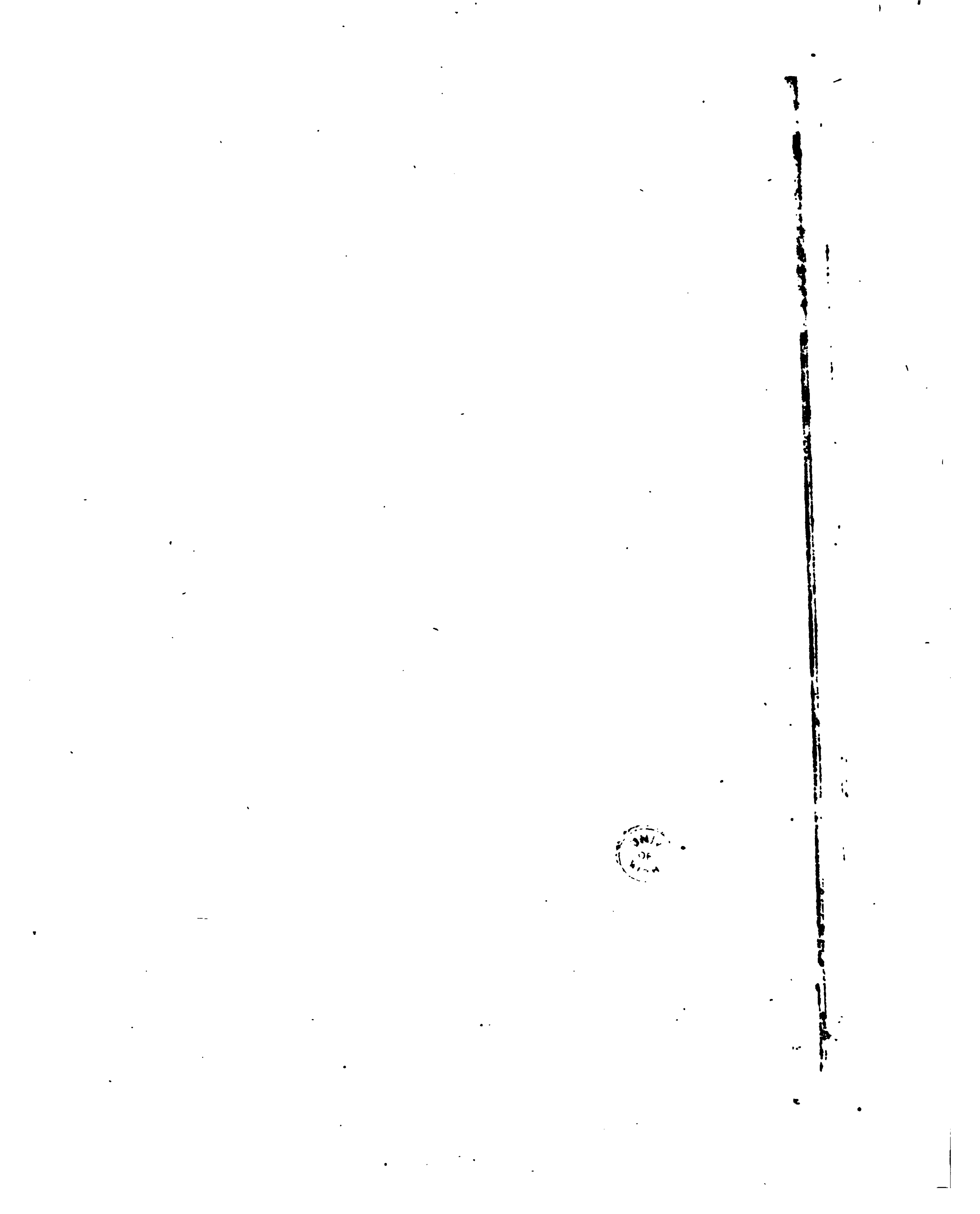


Planche 17.

Fig 144.

a q S t x b

i e q b m m b g f f d d p c 145. 146. a a a s s

147.

M P Violet Indigo Bleu Verd Jaune Orangé Rouge T N A C

148

Y Blanc A B H I K C

terre totalement privée des rayons du Soleil. Soit *fmg* une partie de l'orbite de la Lune, lorsqu'elle est la plus proche de la terre, dans le tems que l'ombre noire *onp* est la plus longue. Je vais faire voir qu'en ce cas, la raison de *tm* à *tn* est environ de 4 à 3, & que par conséquent la Lune, quoiqu'éclipsée centralement en *m*, peut encore être visible par le moyen de ces rayons dispersés dont on a parlé, transmis à la Lune par les réfractions au travers de l'atmosphére & réfléchis de la Lune à la terre.

Car si les parties incidentes & émergentes a*q*, *rn* du rayon a*qorn* qui touche précisément la terre en *o*, sont prolongées jusqu'à leur rencontre en *u*, & que a*qu* prolongée rencontre l'axe *st* prolongé en *x* & joignant *us* & *um*; puisque les réfractions d'un rayon horizontal qui passe de *o* en *r* ou de *o* en *q*, sont semblables & égales, l'angle extérieur *nux* sera double de la quantité ordinaire de réfraction d'un rayon horizontal; & l'angle a*us* est la mesure du demi-diamètre apparent du Soleil vu de la terre; l'angle *ust* est celle du demi-diamètre de la terre *tu* vu du Soleil (qu'on nomme sa parallaxe horizontale), & enfin l'angle *umt* est celle du demi-diamètre de la terre vu de la Lune (qu'on nomme la parallaxe horizontale de la Lune); parce que l'élévation du point *u* au-dessus de la terre est trop petite pour produire une erreur sensible dans la quantité de ces angles, dont voici les mesures par les tables Astronomiques. Fig. 143.

Le moindre demi-diamétre apparent du Soleil	=	angle *aus*	=	15'. 50".
La parallaxe horizontale du Soleil	=	angle *ust*	=	0'. 10".
Leur différence (Euclide 1. 32)	=	angle *txu*	=	15'. 40".
Double de la réfraction horizontale	=	angle *nux*	=	67'. 30".
Leur somme est (Eucl. 1. 32)	=	angle *tnu*	=	83'. 10".
La plus grande parallaxe horizontale de la Lune	=	angle *tmu*	=	62'. 10".

Nous avons donc *tm* : *tn* : : (angle *tnu* : ang. *tmu* par l'art. 60 : : 83'. 10" : 62'. 10" : :) 4 : 3 en nombres ronds, ce qu'il falloit prouver. Il est aisé de conclure par la plus grande parallaxe horizontale de la Lune de 62'. 10" que la moindre distance *tm* est d'environ 55 $\frac{1}{4}$ demi-diamètres de la terre, & que par conséquent la plus grande longueur *tn* de l'ombre noire, étant les $\frac{3}{4}$ de *tm* est d'environ 41 $\frac{1}{2}$ demi-diamètres.

122. La différence des angles dont on vient de parler, *tnu*, *tmu* est *mun* = 21', c'est-à-dire, environ les deux tiers de 31' 40" angle que le diamètre total du Soleil comprend en *u*. D'où il suit que le point du milieu *m* de la Lune éclipsée centralement est éclairé par les rayons qui viennent des deux tiers de chaque diamètre du disque du Soleil & qui passent à côté de la terre. Ce qui se conçoit aisément en imaginant que le rayon a*qorn* est inflexible, & que son point du milieu *o* glisse sur la terre, pendant que la partie *rn* s'approche pour toucher le point *m* (art. 44). Car alors la partie opposée *q*a tracera les deux tiers du diamètre du Soleil (art. 59). On n'a pas pu conserver dans la figure la vraie proportion des angles *num*, a*us*; à cause de la distance immense & de la grandeur du Soleil par rapport à la terre. Combien est grande la lumière de la Lune éclipsée.

123. Ayant mené la droite a*tn*, on doit observer que tous les rayons incidents comme a*q*, a*x*, qui viennent de chaque point du Soleil, à la

Comment se forment les images du Soleil par l'atmosphére. Fig. 144.

la circonférence de la terre, se réunissent à un foyer α, dont la distance $t\alpha$ est moindre que tm en raison de 62 à 67 à fort peu-près; & qu'ainsi l'image du Soleil se formera en $\alpha\beta$, d'où les rayons seront divergents sur la Lune; car l'angle $t\alpha u$ est la différence des angles $xu\alpha$, uat trouvés ci-dessus, & $t\alpha : tm ::$ angle tmu : ang. $t\alpha u$ (art. 60) :: 62'. 10'' : 67'. 30''.

Combien elles croissent en grandeur & en clarté.

124. Les rayons qui viennent immédiatement au-dessus de aq & de ax, en traversant une partie plus mince de l'atmosphére, se réunissent en un point de l'axe a$t\alpha$ un peu plus éloigné de la terre que le dernier foyer α; & l'on peut dire la même chose des rayons qui passent immédiatement au-dessus de ceux-ci & ainsi de suite; par où il se forme une suite infinie d'images du Soleil dont les diamètres & les degrés de clarté augmentent avec leurs distances à la terre.

Explication de la couleur de la Lune éclipsée.

125. Par-là on voit clairement d'où vient que la Lune éclipsée paroît toujours dans son périgée plus foible & plus noire que dans son apogée. Je crois que voici la raison pourquoi sa couleur est toujours celle du cuivre entre le rouge obscur & l'orangé. La couleur bleue du ciel lorsque le tems est serain, fait voir manifestement que les rayons qui produisent le bleu sont réfléchis plus abondamment par l'air pur, que ceux de toute autre couleur, par conséquent ils sont transmis moins copieusement parmi ceux qui viennent du Soleil & d'autant moins que l'espace de l'air qu'ils parcourent est plus long. Ainsi la couleur ordinaire du Soleil & de la Lune est plus blanche au méridien & tourne toujours plus au jaune delayé, à l'orangé & au rouge à mesure que ces astres descendent plus bas, c'est-à-dire, à mesure que leurs rayons sont transmis par un plus long espace d'air. Cet espace étant encore plus allongé du Soleil à la Lune & de la Lune à nous, produit une plus grande perte des rayons qui forment le bleu à proportion des autres; & ainsi la couleur résultante des rayons transmis doit être entre l'orangé obscur & le rouge, selon la regle que donne Newton (*opt. p.* 134) pour trouver le résultat d'un mélange de couleurs. Nous avons un exemple de l'inverse de ce cas dans les feuilles d'or qui paroissent jaunes par les rayons réfléchis, & bleues par les rayons transmis. Le bord circulaire de l'ombre dans une éclipse partielle paroît rouge, parce que les rayons qui produisent le rouge sont le moins réfrangibles, comme on verra (art. 172) & par conséquent ils restent seuls dans la surface conique de l'ombre, tous les autres y étant rompus.

Autres effets de la puissance réfléchissante de l'air.

126. La puissance réfléchissante de l'air est la principale cause qui éclaire les objets si uniformément de tous les côtés. L'absence de cette puissance produiroit une étrange altération dans les apparences des objets; leurs ombres seroient si noires, & leurs côtés éclairés par le Soleil, seroient si brillants, que probablement nous ne pourrions voir que leurs moitiés brillantes; de sorte que pour voir leurs autres moitiés, il faudroit leur donner un demi tour, ou s'ils étoient immobiles, il faudroit attendre que le Soleil en tournant tout autour vint à les éclairer. Une atmosphére aussi transparente & sans réflexions auroit été à la vérité fort commode pour les observations astronomiques du cours du Soleil & des planètes parmi les étoiles fixes, qui auroient été aussi visibles le jour que la nuit; mais alors le passage subit des ténébres à la lumière & de la lumière aux ténébres, immédiatement après le lever & le coucher du Soleil sans aucun crépuscule auroit été fort incommode & auroit blessé nos yeux.

127. Pour mieux comprendre le commencement, l'accroissement & la fin du crépuscule, soient les rayons du Soleil qui viennent dans la direction *sab*, éclairer un segment de l'atmosphère, représenté par le segment ombré a*bg*a & terminé en dessous par la ligne a*db*, qui touche la surface de la terre en *d* & au-dessus par l'arc a*gb*. De l'extrêmité *b* opposée au Soleil, menez la ligne *be* qui touche la terre dans un autre point *e*. Supposé qu'il n'y eut point de réfractions, un spectateur en *e* verroit précisément une lumière foible dans son horizon *eb*, qui lui seroit réfléchie par l'air ou par les vapeurs en *b*. Supposons que par la rotation diurne de la terre, le spectateur soit porté de *e* en *f* & que son horizon *be* prenne la position *gf*, qui coupe a*b* en *b*; il verra en *f* la partie *bgb* du segment lumineux *bg*a*b*, par les rayons réfléchis de tous côtés par chaque point de ce segment (art. 56). Et enfin lorsque la terre l'aura porté en *d*, il verra tout ce segment lumineux a*gb*a & en même-tems le Soleil dans son horizon *d*a.

Explication du crépuscule. Fig. 145.

128. Les anciens Mathématiciens se sont servi de cette théorie pour déterminer la hauteur de l'atmosphère, qu'ils ont trouvée d'environ 50 milles (*Albazen prop. ult.*) en cette manière. Dès qu'ils appercevoient la première & plus foible lumière dans l'horizon oriental *eb*, ils observoient les hauteurs & les positions de quelques-unes des plus brillantes étoiles; par où ils calculoient de combien de degrés le Soleil étoit alors abaissé sous l'horizon & ils trouverent en prenant le milieu que cet abaissement étoit d'environ 18 degrés. Ce qui étant la mesure de l'angle *dbm* formé par les deux horizons *db*, *eb* ou par leurs perpendiculaires *cd*, *ce* menées du centre de la terre, ils conclurent avec raison que les vapeurs éclairées en *b* étoient placées dans la ligne *cb* qui divise également ledit angle *dce* de 18 degrés. Or dans le triangle rectangle *cdb*, le rayon *cd* est à la secante *cb* de l'angle *dcb* de 9 degrés comme 10000 à 10125, ou (multipliant par 4 & divisant par 10) comme 4000 à 4050. Donc le demi diamètre de la terre étant d'environ 4000 milles, on aura *cb* égal à 4050 milles & par conséquent la hauteur des vapeurs en *b* au-dessus de la surface de la terre sera de 50 milles; en supposant, comme je l'ai dit, que les rayons horizontaux *db*, *be* ne sont pas rompus, ce qu'*Albazen* n'examine pas, par ce qu'il ignoroit la quantité de la réfraction, comme je l'ai observé ci-devant.

Ancienne manière de trouver la hauteur de l'atmosphére.

129. Mais parce que ces rayons *db*, *be* souffrent chacun une réfraction continuelle en dedans, le long des courbes *dβ*, *βe*: la plus grande hauteur de la matière réfléchissante en *β* par dessus la surface de la terre sera réduite à environ 44 $\frac{4}{10}$ milles, selon la regle suivante que donne le Dr. *Halley* (transf. phil. n°. 181). De l'angle précédent *dce* de 18 degrés otez deux fois la réfraction ordinaire d'un rayon horizontal, ou environ un degré; & la moitié du reste sera 8 $\frac{1}{2}$ degrés; donc la secante étant 10111, il s'ensuit que comme 10000 est à 10111, ainsi le demi-diamètre de la terre 4000 milles, à 4044, 4 milles.

Correction de cette hauteur par les réfractions. Fig. 146.

Car en supposant que deux rayons partent de *d* & *e* le long des lignes horizontales *db*, *eb*, & qu'après avoir décrit les courbes *dβ*, *cβ* ils se coupent mutuellement au haut de l'atmosphère; ils s'en écarteront aussi-tôt selon les lignes droites *βγ*, *βδ* qui déclinent chacune des horizons respectifs *db*, *eb* d'un angle d'un demi degré, & par conséquent les perpendiculaires *cp*, *cq* aux lignes *βγ*, *βδ*

prolongées en arrière, déclineront aussi des perpendiculaires cd, ce aux mêmes horizons, de la même quantité pcd, qce d'un demi-degré; & seront à fort peu-près égales au demi-diamètre de la terre; parce que la courbure des rayons βd, βe auprès de β est extrêmement petite. Donc $c\beta$ est la secante de l'angle βcp sous le rayon cp ou cd à fort peu-près; c'est-à-dire, de l'angle dcb diminué de dcp, réfraction d'un rayon horizontal. On doit encore observer que le rayon $\alpha d\beta$ vient du soleil lorsqu'il n'est pas situé dans la ligne horizontale adb, mais dans la tangente $s\alpha$ de la courbe αd inclinée sur ad d'un demi-degré. Puisque donc la tangente $\beta\delta$ au rayon réfléchi βe est aussi inclinée à l'autre horizon ab de la même quantité, l'angle sous les tangentes $s\alpha$, $\beta\delta$ doit être égal à l'angle abm sous les deux lignes horizontales, bd, be.

Dimensions du segment visible de l'atmosphère.

130 Delà il suit que la hauteur de l'atmosphère réfléchissante (étant d'environ 44 $\frac{1}{2}$ milles) est environ $\frac{1}{18}$ du demi-diamètre de la terre & qu'un rayon de lumière $\alpha d\beta$ qui passe horizontalement par un point quelconque d sur la surface de la terre, est tellement rompu le long de la courbe $d\beta$, qu'au point β où il se sépare de l'atmosphère réfléchissante, il est à environ 5 $\frac{1}{2}$ milles sous la tangente db du point d; & que la distance $d\beta$ est d'environ 600 milles. Par conséquent chaque point d est constamment éclairé pendant le jour, par des rayons réfléchis de toutes les parties d'un segment de l'atmosphère, dont la hauteur est d'environ 44 $\frac{1}{2}$ milles, & dont la base circulaire a environ 1200 milles de diamètre.

Puissance réfractive de l'air.

131. Le sinus d'incidence dans le vuide, est au sinus de réfraction dans l'air commun comme 1000000 est à 999736, comme on le verra dans les remarques sur le chapitre 6[e]. & par conséquent lorsque l'angle d'incidence est droit ou fort approchant, le plus grand angle de déviation, compris sous le rayon rompu & sous le rayon incident prolongé, est presque de 79 minutes; & cet angle étant assez petit, doit être diminué à fort peu-près en raison soudoublée de la densité de l'air, comme *Nevvton* le fait voir dans son Optique (*p.* 247) & il démontre dans le livre des principes (page 512. 3[e] édit.) qu'à la hauteur d'un demi-diamètre de la terre par dessus la surface, si l'air s'étendoit aussi haut, il deviendroit plus rare que l'air que nous respirons, en raison beaucoup plus grande que celle de tout l'espace contenu dans l'orbe de saturne à un globe dont l'espace n'auroit qu'un pouce de diamètre.

Tous les corps célestes sont élevés également par les réfractions.

132. De là on peut raisonnablement conclure que le Soleil & toutes les planètes dans chaque hauteur donnée, paroissent également élevés par les réfractions; parce qu'ils sont tous beaucoup au-dessus de cet air raréfié & parce que leurs lumières étant toutes dérivées du Soleil, sont également réfrangibles. Il paroît aussi par les observations astronomiques que les rayons émanés des étoiles fixes sont aussi rompus également comme ceux du Soleil & des planètes. *Tychobrahé* fut pendant long-tems d'un sentiment contraire, prétendant que les réfractions des étoiles fixes sont moindres que celles du Soleil & de la Lune; mais à la fin il s'apperçut de sa méprise, qui venoit de ce qu'il faisoit les parallaxes du Soleil & de la Lune trop grandes; par où il les abaissoit trop parmi les étoiles fixes, & il étoit par conséquent obligé de les élever trop en donnant trop aux réfractions.

133. La scintillation des étoiles est un autre effet de la puissance réfractive

& du

& du tremblement de l'air & des vapeurs qui s'y trouvent; ce qui est cause que des rayons successifs tombent sur l'œil en différentes directions, & par conséquent sur différentes parties de la rétine en différents tems, & de ce qu'ainsi ils frappent & manquent la prunelle alternativement. Ces tremblements de l'air se manifestent aux yeux par le tremblement des ombres qui tombent des hautes tours, & lorsqu'on regarde des objets au travers de la fumée d'une cheminée ou des vapeurs de l'eau bouillante, ou lorsqu'on voit des objets situés au-delà de sables brulants, sur-tout si l'air se meut au travers en dessus (*Micrographie d'*Hook *p.* 232). Car (comme l'a observé Newton, *Opt. p.* 98) les rayons de lumière qui passent par divers points de la prunelle tremblent chacun séparément, & par le moyen de leurs tremblements divers & quelquefois contraires, ils tombent en même tems sur différents points au fond de l'œil; & leurs mouvements sont trop vifs & trop confus pour être apperçus séparément. Tous ces points éclairés forment un grand point lumineux, composé de ce grand nombre de points tremblants, mêlés confusément & insensiblement les uns avec les autres par des tremblements fort courts & fort prompts; & sont cause par ce moyen, que l'étoile paroît plus large qu'elle n'est & sans aucun tremblement de sa totalité.

La scintillation des Etoiles vient des réfractions.

CHAPITRE VI.

Sur l'origine & la cause des Couleurs.

Pour rendre ce Traité Populaire plus complet, je joins ici la Théorie de *Nevvton* sur les couleurs, prouvée par ses propres expériences.

171. DAns une chambre fort obscure ayant percé le volet d'une fenêtre d'un trou rond F, large d'environ le tiers d'un pouce, j'ai placé un prisme de verre ABC, par lequel le rayon de lumière du Soleil, qui entroit par ce trou, se rompoit en haut vers la muraille qui étoit vis-à-vis de la fenêtre, & y formoit une image colorée du Soleil, représentée en PT. L'axe du prisme (c'est-à-dire, la ligne qui passe par le milieu du prisme, d'un bout à l'autre, parallélement à l'arête de l'angle réfringent) étoit dans cette expérience & dans celle qui suit, perpendiculaire aux rayons incidents. Je fis tourner lentement le prisme autour de cet axe, & je vis que la lumière rompue sur la muraille, ou l'image colorée du Soleil, descendoit au commencement, & ensuite montoit. Entre la montée

1re. Exper. Description de l'image du Soleil formée par un prisme *Newt. Opt. p.* 11.

Fig. 147.

& la descente, lorsque l'image paroissoit stationnaire, j'arrêtai le prisme & le laissai dans cette situation. Alors je fis tomber la lumière rompue perpendiculairement sur une feuille de papier blanc MN, placée contre la muraille de la chambre, & j'observai la figure & les dimensions de l'image solaire PT, formée sur le papier par cette lumière. Cette image étoit oblongue & non ovale, mais terminée par deux côtés rectilignes & paralleles, & par deux bouts demi-circulaires; dans ses côtés elle se terminoit fort distinctement, mais à ses bouts fort confusément, la lumière s'y affoiblissant & s'y dissipant peu à peu. A la distance de 18 ½ pieds du prisme, la largeur de l'image étoit d'environ 2 ⅛ pouces, & sa longueur d'environ 10 ¼; mais la longueur des côtés rectilignes n'étoit que d'environ 8 pouces. L'angle réfringent ACB du prisme qui produisoit une si grande longueur étoit de 64 degrés; avec un angle moindre, la longueur de l'image étoit moindre, & la largeur restoit la même. On doit encore observer que les rayons alloient en ligne droite du prisme à l'image, & que par conséquent en sortant du prisme ils avoient les uns à l'égard des autres, toute l'inclinaison qui produisoit la longueur de l'image. Cette image PT étoit colorée, & les principales couleurs étoient placées dans l'ordre suivant; depuis l'en bas T jusqu'au haut en P; le rouge, l'orangé, le jaune, le verd, le bleu, l'indigo, le violet, avec toutes leurs nuances intermédiaires qui varioient dans une succession continue.

Donc les rayons du Soleil sont différemment réfrangibles.

172. Notre Auteur conclud de cette expérience & de plusieurs autres dont nous parlerons dans la suite, que la lumière du Soleil est un mélange de différentes sortes de rayons colorés, dont quelques-uns à égales incidences sont plus rompus que les autres, & qu'il nomme pour cela plus réfrangibles. Le rouge en T étant plus proche du lieu Y, où les rayons du Soleil iroient directement, si l'on ôtoit le prisme, sont les rayons les moins réfrangibles; & l'orangé, le jaune, le verd, le bleu, l'indigo & le violet sont de plus en plus réfrangibles, à mesure qu'ils s'écartent toujours plus de la route du rayon direct. Car il a prouvé par des raisonnements mathématiques, que lorsque le prisme est arrêté dans la situation dont on a parlé, de manière que le lieu de l'image soit le plus bas qu'il est possible, ou

N
M
Fig 149.
d
a
b
c
e
t
p
X
Y
V
N
150.
A
B
H
M
C
G
E
F
G
P
151.
A
G
Q
B
H
R
C
I
D
K
E
L
T
p
a g
b h
c i
d k
e l
t
152.
p
a g
b h
c i
d k
e l
t
M
A
B
C
N
I

dans la limite entre sa montée & sa descente ; la figure de l'image devroit être alors ronde comme la tache Y, si tous les rayons qui y tendent étoient rompus également. Donc puisqu'on voit par expérience que cette image n'est pas ronde, mais environ 5 fois plus longue que large ; il s'ensuit que tous les rayons ne sont pas également rompus, & cette conclusion est encore appuyée sur les expériences suivantes.

Dans le rayon du Soleil SF, qui étoit introduit dans la chambre par le trou du volet de la fenêtre EG, je tins le prisme ABC à la distance de quelques pieds du trou, en telle situation que son axe étoit perpendiculaire à ce rayon ; ensuite je regardai à travers le prisme vers le trou F, & tournant le prisme de tous les côtés autour de son axe, pour faire monter & descendre l'image *pt*, j'arrêtai le prisme, lorsqu'entre ces deux mouvements contraires, l'image me parut stationnaire. Dans cette situation du prisme, en regardant à travers le trou F, j'observai que la longueur de son image *pt* étoit plusieurs fois plus grande que sa largeur, & que sa partie la plus rompue paroissoit violette en *p*, la moins rompue rouge en *t*, & les parties du milieu, indigo, bleu, verd, jaune & orangé par ordre. La même chose arriva lorsque j'éloignai le prisme de la lumière du Soleil, & que je regardai au travers du prisme le trou qui brilloit par la lumière des nuages qui étoient en delà. Et ici encore, si les réfractions de tous les rayons étoient égales selon une certaine proportion des sinus d'incidence & de réfraction, comme on le suppose communément, l'image rompue auroit dû paroitre ronde par la démonstration mathématique précédente. De sorte que par ces deux expériences, il est évident qu'à égales incidences il y a une inégalité considérable de réfractions.

2e. Exper. *Newt. Opt. p.* 27.
Fig. 148.

On voit que pour découvrir cette propriété fondamentale de la lumière qui a dévoilé tout le mystère des couleurs ; notre Auteur ne s'est pas fondé uniquement sur les expériences que plusieurs autres avoient faites avant lui, mais qu'il a employé les secours de la géométrie, ce qui étoit absolument nécessaire pour déterminer la figure que l'image rompue devoit avoir selon l'ancien principe de la réfraction égale de tous les rayons ;

mais après avoir fait cette découverte, il imagina l'expérience suivante pour la rendre sensible aux yeux.

3e. Exper. Newt. Opt. p. 37. Fig. 149.

Au milieu de deux planches minces DE, *de*, je fis dans chacune un trou rond en G & *g*, d'un tiers de pouce de diamétre; & ayant fait un trou beaucoup plus grand dans le volet de la fenêtre en F, pour introduire dans ma chambre obscure un grand rayon de lumière du Soleil, j'y plaçai un prisme ABC vis-à-vis du rayon de lumière, pour le rompre sur la muraille opposée, ensuite contre le prisme, je fixai par derrière une des planches DE pour faire passer par le trou G le milieu de la lumière rompue, & pour intercepter le reste avec la planche; & à la distance d'environ 12 pieds de la premiere planche, j'arrêtai l'autre de manière que le milieu de la lumière rompue qui venoit par le trou de la première planche, & tomboit sur la muraille vis-à-vis, pût passer par le trou *g* dans cette autre planche *de*, & que le reste, i tercepté par la planche, vint y peindre le spectre coloré du Soleil, & derrière cette planche, j'arrêtai un autre prisme fort proche *abc* pour rompre de nouveau la lumière qui passoit par le trou *g*. Ensuite je revins promptement au premier prisme ABC; & en le tournant doucement de tous les côtés autour de son axe, je fis mouvoir en haut & en bas l'image qui tomboit sur la seconde planche *de*, afin que toutes ses parties pussent passer successivement par le trou pratiqué dans cette planche & tomber sur le prisme qui étoit derrière. En même tems, je marquois les endroits M, N sur la muraille où cette lumière arrivoit après sa réfraction dans le second prisme, & par la différence de ces endroits M & N, je trouvai que la lumière qui étant le plus rompue dans le premier prisme ABC, alloit à l'extrêmité bleue de l'image, étoit encore plus rompue par le second prisme *abc* que celle qui alloit à l'extrêmité rouge de cette image. Car lorsque la partie inférieure de la lumière qui tomboit sur la seconde planche *de* passoit par le trou *g*, elle se rendoit à la place inférieure M sur la muraille, & lorsque la partie supérieure de cette lumière passoit par le même trou *g*, elle se rendoit à la place supérieure N sur la muraille, & lorsqu'une partie intermédiaire de la lumière passoit par ce

trou, elle venoit en quelque place sur la muraille entre M & N. La position immobile des trous dans les planches rendoit l'incidence des rayons sur le second prisme toujours la même dans tous les cas, & cependant dans cette incidence commune, quelques rayons étoient plus rompus & d'autres moins ; & ceux-là étoient plus rompus dans ce prisme, qui par une plus grande réfraction dans le premier, s'étoient plus écartés de leur route ; & c'est à cause de leur constance à être plus rompus qu'on les a appellés avec raison plus réfrangibles.

Notre Auteur fait voir aussi, par des expériences faites avec un verre convexe, que les lumières (réfléchies par les corps naturels) qui différent en couleur, différent aussi en degrés de réfrangibilité (*Nevvt. Opt. p.* 16), & qu'elles en différent de la même manière que les rayons du Soleil.

173. La lumière du Soleil est composée de rayons différents en réflexibilité, & ceux qui sont plus réfrangibles, sont aussi plus réflexibles que les autres. Je plaçai un prisme A B C dont les deux angles à la base B C étoient égaux entr'eux & demi droits, & dont le troisième A étoit droit, dans un rayon F M de la lumière du Soleil, qui entroit dans une chambre obscure par un trou F d'un tiers de pouce de largeur. En tournant le prisme lentement autour de son axe, jusqu'à ce que la lumière qui venoit par un de ses angles A C B & en étoit rompue vers G & H, commençât à être réfléchie par sa base BC selon la ligne M N, selon laquelle elle sortit du prisme ; j'observai que les rayons comme M H qui avoient souffert la plus grande réfraction, étoient plutôt réfléchis que les autres. Pour faire voir évidemment que les rayons qu'on cessoit de voir en H, étoient réfléchis en M N, je fis passer ce rayon par un autre prisme V X Y, & en étant rompu pour passer ensuite sur une feuille de papier blanc *p t* placée à quelque distance par derrière, il peignit par cette réfraction les couleurs ordinaires en *pt*. Ensuite faisant tourner le premier prisme autour de son axe, selon l'ordre des lettres A, B, C, j'observai que lorsque les rayons M H, qui dans ce prisme, avoient souffert la plus grande réfraction & avoient paru bleus & violets, commencerent à être totalement réfléchis, la lumière bleue & violette sur le papier qui étoit la plus rompue sur

4ᵉ. Exper. Les rayons du Soleil sont différemment réflexibles.

Nevvt. Opt. p. 45.

Fig. 150.

le second prisme, recevoit un accroissement sensible en *p* par dessus celui du rouge & du jaune en *t*, & ensuite lorsque le reste de la lumière qui étoit verte, jaune & rouge, commençoit à être totalement réfléchie & à disparoître en G, la lumière de ces couleurs en *t* sur le papier *p t* recevoit autant d'augmentation que le violet & le bleu en avoient reçu auparavant. Ce qui prouve incontestablement que les rayons qui auparavant à égales incidences avec les autres sur la base B C avoient souffert les plus grandes réfractions, furent aussi les premiers à être totalement réfléchis par cette base. Je ne me suis pas apperçu ici d'aucune réfraction sur les côtés A C, A B du premier prisme, parce que la lumière entroit presque perpendiculairement au premier côté, & sortoit presque perpendiculairement au second, & par conséquent n'en souffroit aucune, ou si peu, que les angles d'incidence à la base B C n'en étoient pas sensiblement altérés; sur-tout si les angles du prisme à la base B C étoient chacun de 40 degrés environ. Car les rayons F M commencent à être totalement réfléchis lorsque l'angle C M F est d'environ 50 degrés (art. 15), & par conséquent ils formeront alors avec A C un angle de 90 degrés.

Il paroît aussi par cette expérience que le rayon de lumière M N, réfléchi par la base du prisme, étant augmenté d'abord par les rayons les plus réfrangibles, & ensuite par ceux qui le sont moins, est composé de rayons différemment réfrangibles.

Définitions. *Nevvt. Opt.* p. 4 & 108.

J'appelle lumière simple, homogéne & semblable, celle dont les rayons sont tous également réfrangibles, & j'appelle lumière composée, hétérogéne & dissemblable, celle dont les rayons sont les uns plus, & les autres moins réfrangibles. J'appelle la première homogéne, sans prétendre qu'elle le soit à tous égards; mais parce que les rayons qui s'accordent en réfrangibilité, s'accordent au moins dans toutes les autres propriétés que je considére dans le discours suivant.

J'appelle couleurs principales, homogénes & simples, les couleurs des lumières homogénes; & couleurs hétérogénes ou composées, celles des lumières hétérogénes. Car celles-ci sont toujours composées de lumières hétérogénes, comme on le verra dans le discours suivant. J'appelle *rubrifique* ou rouge

la lumière homogéne & les rayons qui paroiſſent rouges, ou plutôt qui ſont paroître les objets rouges; j'appelle *jaune*, *verte*, *bleue*, *violette* & ainſi des autres, la lumière qui fait paroître les objets jaunes, verds, bleus & violets, & lorſque je parle de la lumière & des rayons comme colorés, ou ayant des couleurs, je ne prétends pas parler philoſophiquement & proprement, mais groſſièrement, & ſelon les idées que le peuple ſe forme, en voyant ces expériences. Car les rayons, à parler exactement, ne ſont pas colorés. Il n'y a rien autre dans eux qu'une certaine puiſſance ou diſpoſition pour exciter dans nous la ſenſation de telle ou telle couleur. Comme le ſon dans une cloche, dans une corde d'Inſtrument de muſique, ou dans quelqu'autre corps ſonore, n'eſt autre choſe qu'un mouvement d'ondulation, qu'il n'eſt dans l'air qu'un mouvement qui vient de l'objet, & que dans nos organes c'eſt un ſentiment de ce mouvement ſous l'idée du ſon; ainſi les couleurs dans l'objet ne ſont qu'une diſpoſition à réfléchir telle ou telle ſorte de rayons plus abondamment que les autres; dans les rayons, ce ne ſont que leurs diſpoſitions à porter tel ou tel mouvement dans nos organes, & dans nous, ce ſont les ſenſations de ces mouvements ſous l'idée des couleurs.

174. Par la propoſition mathématique dont on a parlé ci-devant (art. 172), il eſtcertain que les rayons qui ſont également réfrangibles tombent ſur un cercle qui répond au diſque apparent du Soleil, ce qui ſera auſſi prouvé par les expériences qui ſuivent. Si maintenant AG répréſente le cercle qui ſeroit éclairé par tous les rayons les plus réfrangibles qui viennent de tout le diſque du Soleil, & qui en formeroient l'image ſur la muraille qui eſt vis-à-vis, s'ils étoient ſeuls; EL le cercle qui ſeroit éclairé de même par tous les rayons les moins réfrangibles s'ils étoient ſeuls; BH, CI, DK, les cercles qu'autant d'eſpèces intermédiaires peindroient ſur la muraille, ſi ces eſpèces venoient ſeules du Soleil dans cet ordre ſucceſſif, les autres étant interceptées; & ſi l'on imagine qu'il y a d'autres cercles ſans nombre qu'une infinité d'autres eſpeces intermédiaires de rayons peindroient ſucceſſivement ſur la muraille, ſi le Soleil les envoyoit ſucceſſivement chacun à part; & puiſque le Soleil les envoye tout à la fois, ils doivent

Que la longue image eſt compoſée de cercles de différentes ſortes de rayons *Opt p.* 31.

Fig. 151.

tous ensemble éclairer & peindre une infinité de cercles égaux ; qui composent tout le spectre P T étant placés selon leurs degrés de réfrangibilité dans la suite continue qu'on a représentée dans la première expérience.

Comment on peut séparer ces sortes de rayons.

Nevvt. Opt. p. 45.

Fig. 151.

175. Si l'on peut diminuer le diamètre de ces cercles, en conservant à leurs centres, leurs distances & positions respectives, on diminuera aussi à proportion leur mélange l'un sur l'autre, & par conséquent aussi le mélange des rayons hétérogénes. Soient les cercles, AG, BH, CI &c. les mêmes que ci-devant & soient autant d'autres cercles plus petits, *ag*, *bh*, *ci* &c. placés dans une semblable suite continue, entre deux lignes droites paralleles *ae* & *gl*, avec les mêmes distances entre leurs centres, & éclairés par les mêmes espèces de rayons, c'est-à-dire, le cercle *ag* par la même espèce qui éclaire le cercle correspondant A G & les autres cercles *bh*, *ci*, *dk*, *el* respectivement par les mêmes espèces de rayons qui éclairent les cercles correspondants BH, CI, DK, EL. Dans la figure PT composée de grands cercles, trois de ces cercles AG, BH, CI sont tellement étendus l'un sur l'autre, que trois sortes de rayons qui éclairent ces trois cercles, jointes à une infinité d'autres sortes de rayons intermédiaires sont mêlées en QR au milieu du cercle BH. Et le même mélange se trouve presque dans toute la longueur de la figure PT. Mais dans la figure *pt* composée de petits cercles, les trois cercles plus petits *ag*, *bh*, *ci*, qui répondent aux trois cercles plus grands, ne s'étendent pas l'un dans l'autre, & il n'y a dans aucun endroit autant de mêlange de deux des trois espèces de rayons qui éclairent ces cercles, & qui dans la figure PT se confondent tous en QR. De sorte que si l'on veut diminuer le mêlange des rayons, il faut diminuer les diamètres des cercles. Or on pourra les diminuer, si l'on rend le diamètre du Soleil auquel ils répondent, plus petit qu'il n'est, ou (ce qui revient au même) si hors de la fenêtre, à une grande distance du prisme vers le Soleil, on interpose quelque corps opaque percé d'un trou rond au milieu, pour intercepter toute la lumière du Soleil ; excepté celle qui venant du milieu de son corps, doit passer par ce trou vers le prisme. Car ainsi les cercles AG, BH & les autres, ne répondront plus à tout le

le disque du Soleil, mais seulement à la partie du disque que l'on pourroit voir à travers le prisme par ce trou, c'est-à-dire, à la grandeur apparente de ce trou vu à travers le prisme. Mais afin que ces cercles puissent répondre plus distinctement à ce trou, il faut placer une lentille auprès du prisme pour qu'elle porte l'image du trou, (c'est-à-dire, chacun des cercles AG, BH, &c.) distinctement sur le papier PT; tout de même que par le moyen d'une lentille placée dans une fenêtre, les peintures des objets du dehors sont portées distinctement sur un papier dans la chambre obscure. Si l'on prend cette précaution, il ne sera pas nécessaire de placer ce trou fort loin, ni même au-delà de la fenêtre. Et ainsi au lieu de ce trou, je me suis servi de celui qui étoit dans le volet de la fenêtre en cette manière.

Dans le rayon du Soleil qui entroit dans ma chambre obscure, par un petit trou rond de ma fenêtre, à dix ou douze pieds environ de cette fenêtre, je plaçai une lentille MN, par laquelle l'image du trou F pouvoit tomber distinctement sur une feuille de papier blanc placée en I. Ensuite immédiatement après la lentille, je plaçai un prisme ABC par lequel la lumière transmise étoit rompue en haut ou à côté; & par ce moyen l'image ronde que la lentille seule formoit sur le papier en I, devenoit oblongue avec ses côtés paralleles, comme elle est représentée en *pt*. Je fis tomber cette image oblongue sur un autre papier environ à la même distance du prisme que l'image I, en approchant ou éloignant le papier du prisme, jusqu'à ce que je trouvai la juste distance où les côtés rectilignes de l'image *pt* étoient mieux terminés. Car en ce cas les images circulaires du trou, qui composent cette image, de la même manière que les cercles *ag*, *bh*, *ci* &c. composent la figure *pt*, étoient terminées très-distinctement, & par conséquent ne débordoient l'une sur l'autre que le moins qu'il étoit possible, & ainsi le mêlange des rayons hétérogénes étoit le moindre de tous. Les cercles *ag*, *bh*, *ci*, &c. qui forment l'image *pt* sont égaux chacun au cercle I, & par conséquent en diminuant le trou F, ou en éloignant davantage la lentille du trou, on peut diminuer à volonté ces cercles, pendant que leurs centres conservent entr'eux les mêmes distances. C'est

5e. Exper. *Newt. Opt. p. 57.*
Fig. 152.

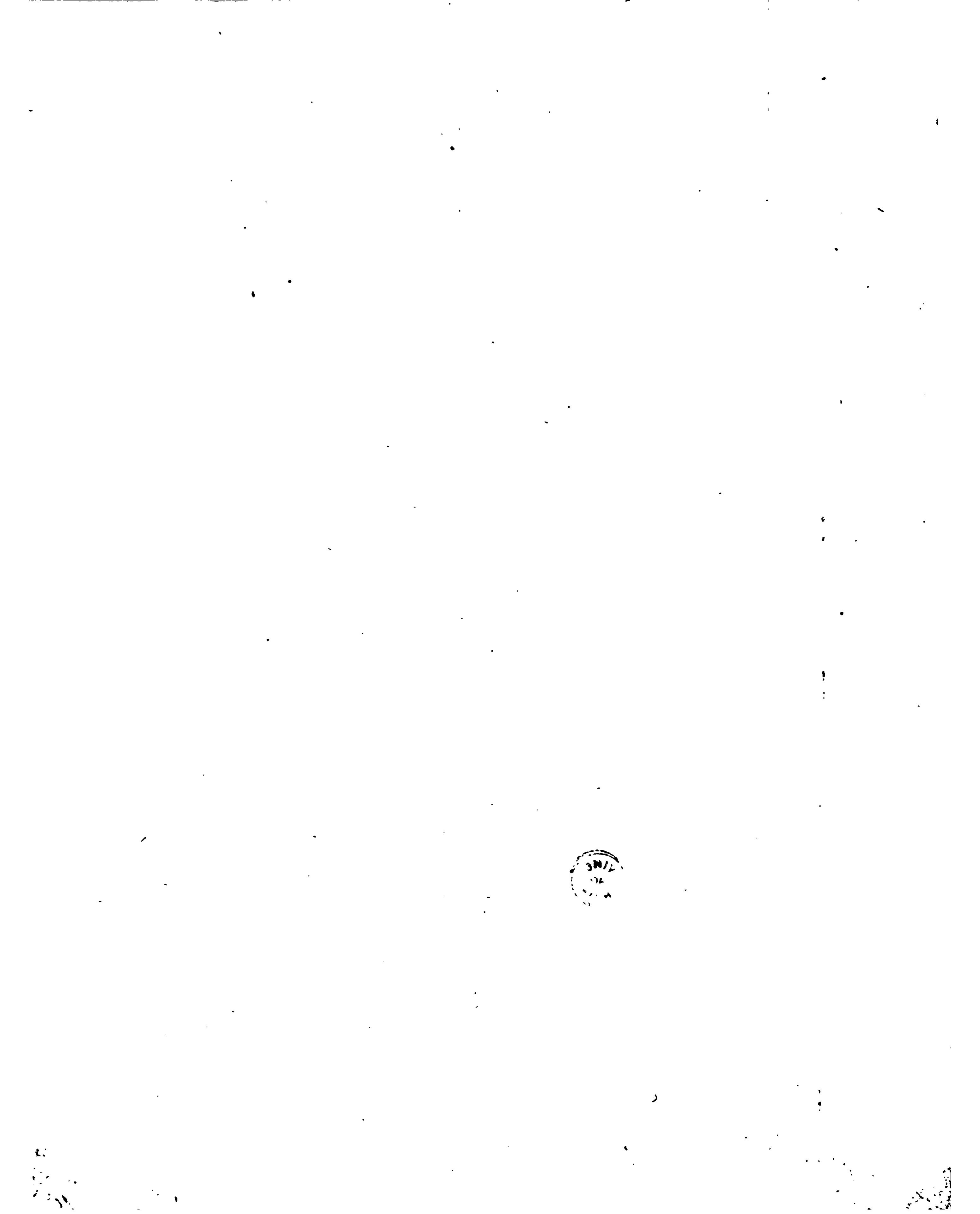
ainsi qu'en diminuant la largeur de l'image *pt* on peut séparer autant que l'on veut les uns des autres les cercles des rayons hétérogénes qui la composent. Cependant au lieu du trou circulaire F, il vaut mieux substituer un trou oblong comme un parallélogramme dont la longueur soit paralléle à celle du prisme. Car si ce trou a un ou deux pouces de long, & seulement la dixième ou la vingtième partie d'un pouce de large, ou s'il est plus étroit, la lumière de l'image *pt* sera aussi simple ou même plus qu'auparavant, & en même tems l'image étant beaucoup plus large, sera plus propre aux expériences.

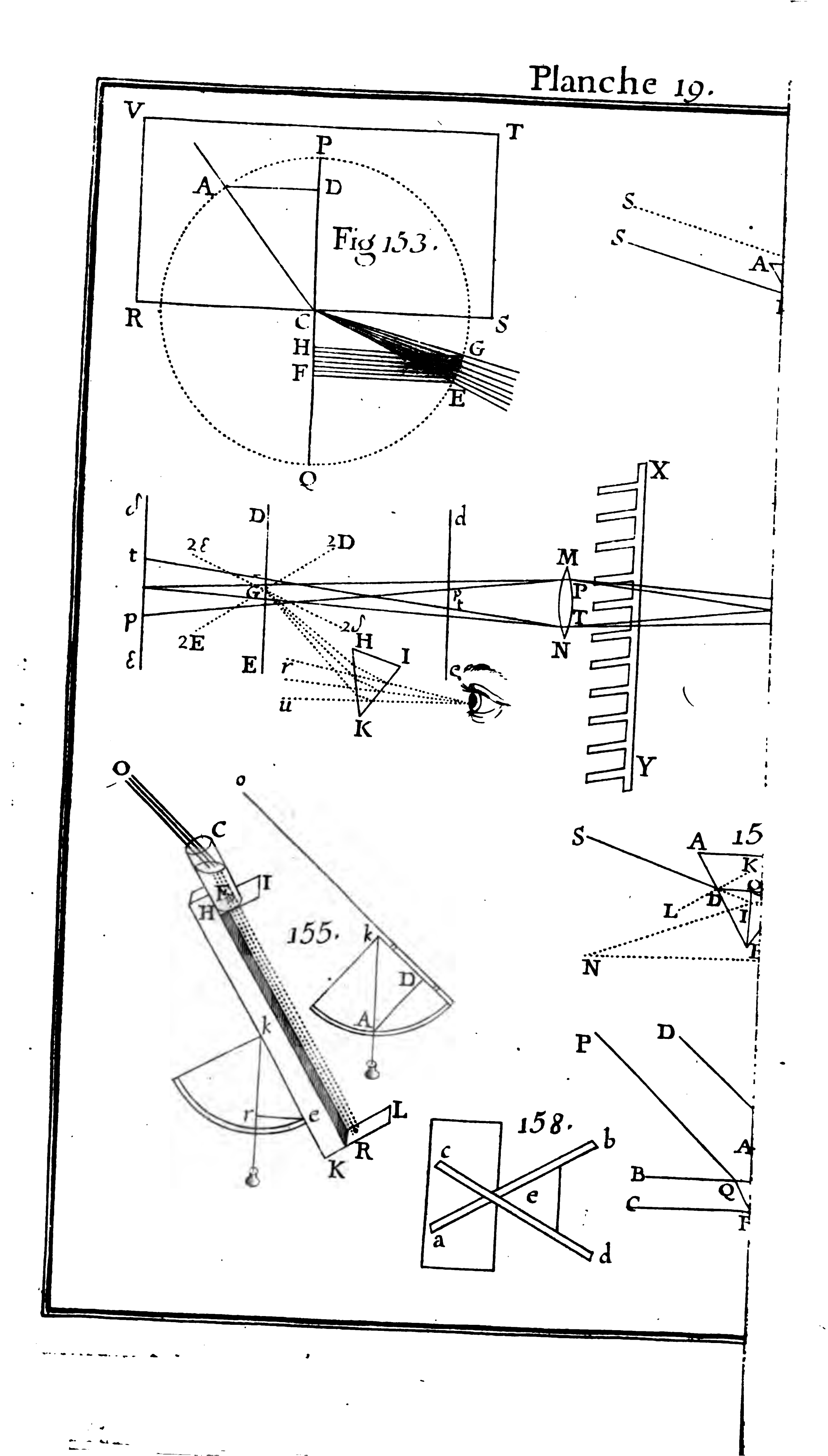
6e. Exper. La lumière homogéne est rompue regulièrement &c. *Opt. p. 62.*

176. La lumière homogéne est rompue regulièrement sans aucune dilatation des rayons, sans qu'ils se fendent ou se croisent, & la vision confuse des objets vus au travers des corps réfringents par la lumière hétérogéne, vient de la différente réfrangibilité des différentes sortes de rayons. On en sera convaincu par l'expérience suivante. Je fis au milieu d'un papier noir un trou rond d'un cinquième ou sixième de pouce en diamètre. Je fis tomber sur ce papier le spectre de la lumière homogéne décrit dans l'article précédent, ensorte qu'une partie de la lumière pouvoit passer par le trou de ce papier. Je rompis avec un prisme placé derrière le papier cette partie de lumière & la faisant tomber perpendiculairement sur un papier blanc à deux ou trois pieds de distance du prisme, je trouvai que le spectre formé sur le papier par cette lumière, n'étoit pas oblong, comme dans la première expérience, où il étoit formé par la lumière composée du Soleil & rompue, mais qu'il étoit (autant que l'œil en pouvoit juger) parfaitement circulaire, sa longueur n'étant en aucun endroit plus grande que sa largeur; ce qui fait voir que cette lumière est rompue régulièrement sans aucune dilatation des rayons; & c'est une démonstration oculaire de la proposition mathématique dont on a parlé dans l'article 172.

7e. Exper. *Opt. p. 63.*

J'ai placé dans la lumière homogéne un cercle de papier d'un quart de pouce de diamètre, & dans la lumière du Soleil directe, hétérogéne & blanche un autre cercle de papier de la même grandeur. En m'écartant de ces papiers à la distance de quelques pieds, je regardai les deux cercles au travers d'un prisme. Le cercle éclairé par la lumière hétérogéne du Soleil




V
T
P
A
D
Fig 153.
R
C
S
H
G
F
E
Q
S
s
A
X
D
d
2D
t
M
G
P
p
T
2E
N
H
I
E
r
u
K
Y
O
o
C
I
E
H
155.
k
D
A
k
r
e
L
R
K
S
A
15
K
D
L
I
N
P
D
158.
b
c
e
a
d
A
B
Q
C

me parut fort oblong, comme dans la seconde expérience, sa longueur étant plusieurs fois plus grande que sa largeur. Mais l'autre cercle éclairé par la lumière homogéne me parut circulaire & bien terminé, comme lorsque je le voyois à l'œil nud ; ce qui prouve toute la proposition avancée au commencement de cet article.

Je plaçai dans la lumière homogéne des mouches & d'autres petits objets & les regardant au travers d'un prisme, je vis leurs parties aussi bien terminées que si je les avois vues à l'œil nud. Je regardai aussi au travers d'un prisme les mêmes objets placés dans la lumière hétérogéne, non rompue & blanche du Soleil, & je les vis tous mal terminés, de manière que je ne pouvois pas distinguer leurs petites parties les unes des autres. Je plaçai encore en même tems des lettres d'un petit caractère dans la lumière homogéne, & ensuite dans l'hétérogéne, & les regardant au travers d'un prisme, elles me parurent dans le second cas si confuses, que je ne pouvois pas les lire ; mais dans le premier elles étoient si distinctes que je les lisois aisément, & que je croyois les voir aussi distinctement qu'avec l'œil nud. Dans ces deux cas, je regardai les mêmes objets à la même distance, dans la même situation & au travers du même prisme. Il n'y avoit de différence que dans les lumières qui éclairoient les objets, & qui dans un cas, étoient simples & dans l'autre composées. Et ainsi la vision distincte dans le premier cas & confuse dans le second, ne pouvoit venir que de la différence des lumières. Ce qui prouve toute la proposition. 8e. Exper. *Ibid.*

177. Ce qui est encore très-remarquable dans ces trois expériences, c'est que la couleur de la lumière homogéne ne fut jamais changée par la réfraction ni par les réflexions. Car tous les corps blancs, gris, rouges, jaunes, verds, bleus, violets, comme le papier, les cendres, le minium, l'orpiment, l'indigo, l'or, l'argent, le cuivre, l'herbe, les fleurs bleues, les violettes, les bulles d'eau teintes de différentes couleurs, les plumes de Paon, l'infusion du bois néphretique & autres semblables, paroissoient totalement rouges dans la lumière homogéne rouge, totalement bleus dans la lumière bleue, verds dans la lumière verte, & ainsi des autres couleurs.

La couleur de la lumière homogéne ne sçauroit changer par les réfractions ni par les réflexions. *Nevvt. Opt. p.* 107.

Dans la lumiére homogéne d'une couleur quelconque, ils paroissoient tous entiérement de la même couleur, avec cette seule différence, que quelques-uns renvoyoient cette lumiére plus fortement & d'autres plus foiblement. Je n'ai jamais vu aucun corps qui ait pû changer par la réflexion la couleur de cette lumiére homogéne.

De tout cela il suit évidemment, que si la lumiére du Soleil n'étoit composée que d'une sorte de rayons, il n'y auroit qu'une seule couleur dans le monde : qu'il ne seroit pas même possible de produire aucune nouvelle couleur par les réflexions ou par les réfractions, & que par conséquent toute la variété des couleurs dépend de la composition de la lumiére primitive.

Toute lumiére homogéne a sa propre couleur qui répond à son degré de réfrangibilité. *Nevvt. Opt. p. 106.*

178. L'image solaire pt formée par les rayons séparés dans la 5e. expérience, en avançant depuis son extrêmité p où tombent les rayons les plus réfrangibles, jusqu'à l'autre extrêmité t où tombent les moins réfrangibles, paroît teinte de cette suite de couleurs; le violet, l'indigo, le bleu, le jaune, l'orangé, le rouge, avec tous leurs degrés intermédiaires dans une succession continue qui varie perpétuellement. De sorte qu'il y paroît autant de degrés de couleurs qu'il y a de sortes de rayons qui différent en réfrangibilité; & puisque ces couleurs ne pouvent pas être changées par réfractions ni par réflexions, il s'ensuit que toute lumiére homogéne a sa propre couleur qui répond à son degré de réfrangibilité.

Le sinus d'incidence de chaque rayon homogéne est à son sinus de réfraction en raison donnée. *Nevvt. Opt. p. 64.*

179. Chaque rayon homogéne consideré séparément se rompt suivant une seule & même loi, de sorte que son sinus d'incidence est à son sinus de réfraction en raison donnée, c'est-à-dire, que chaque rayon différemment coloré a une différente raison qui lui appartient. Notre Auteur a prouvé cela par expérience, & il a déterminé par d'autres expériences les nombres qui expriment ces raisons données. Par exemple, si un rayon blanc hétérogéne du Soleil sort du verre dans l'air, ou ce qui revient au même, si les rayons de toutes les couleurs sont supposés se succéder les uns aux autres dans la même ligne A C, & que leur sinus commun A D d'incidence dans le verre soit divisé en 50 parties égales, alors les sinus E F & G H de réfraction dans l'air, des rayons les moins réfrangibles, & les plus réfrangibles seront 77 & 78 de ces parties

Fig. 153.

respectivement. Et puisque chaque couleur a son degré particulier, les sinus de réfraction de tous les degrés du rouge ont tous les degrés intermédiaires de grandeur depuis 77 jusqu'à $77\frac{1}{8}$, ceux de tous les degrés de l'orangé depuis $77\frac{1}{8}$ jusqu'à $77\frac{1}{5}$, ceux du jaune depuis $77\frac{1}{5}$ jusqu'à $77\frac{1}{3}$, du verd depuis $77\frac{1}{3}$ jusqu'à $77\frac{1}{2}$, du bleu depuis $77\frac{1}{2}$ jusqu'à $77\frac{2}{3}$, de l'indigo depuis $77\frac{2}{3}$ jusqu'à $77\frac{7}{9}$, & du violet depuis $77\frac{7}{9}$ jusqu'à 78 (*Nevvt. Opt. p.* 109).

180. On peut produire par composition des couleurs qui seront semblables aux couleurs de la lumière homogéne, quant à l'apparence de la couleur, mais non pas quant à son immutabilité & à la constitution de la lumière; & plus ces couleurs seront composées, plus elles seront pleines & intenses, & par trop de composition elles pourront devenir delavées & s'affoiblir jusqu'à disparoître; le mêlange devenant alors blanc ou gris. On peut aussi produire par composition des couleurs qui ne seront pas entièrement semblables à aucune des couleurs de la lumière homogéne. Car un mêlange de rouge & de jaune homogénes produit un orangé semblable en apparence à l'orangé qui dans la serie des couleurs prismatiques simples se trouve entre celles-là. Mais la lumière de l'un de ces orangés est homogéne quant à la réfrangibilité, celle de l'autre est hétérogéne. La couleur de l'une étant vue au travers d'un prisme reste inaltérable, celle de l'autre change & revient aux couleurs rouge & jaune dont elle est composée. On peut de même avec les autres couleurs homogénes voisines composer de nouvelles couleurs, semblables à ces deux homogénes; comme du jaune & du verd une couleur entre les deux, & si l'on y ajoûte ensuite le bleu, on produira un verd qui tiendra le milieu entre les trois qui forment la composition. Car le jaune & le bleu d'un côté, étant égaux en quantité, entraînent également vers eux le verd qui est intermédiaire, & le tiennent ainsi comme en équilibre, de sorte qu'il ne tourne pas plus vers le jaune d'une part que vers le bleu de l'autre, mais leurs actions étant mêlées, la couleur moyenne subsiste. On peut encore ajoûter à ce verd mêlé, quelque rouge & quelque violet, & le verd ne cessera pas pour cela, mais il deviendra seulement moins plein & moins vif, & si l'on augmente le rouge & le

Différentes propriétés des couleurs simples & composées.

Nevvt. Opt. p. 115.

violet, il ſera toujours plus délavé, juſqu'à ce que les couleurs ajoutées prévalant, elles le ſurmonteront & le changeront en blanc ou en quelqu'autre couleur. De même, ſi à la couleur d'une lumière homogéne, on ajoûte la couleur blanche du Soleil composée de toutes les eſpèces de rayons, cette couleur ne diſparoîtra pas ou ne changera pas d'eſpèce, mais elle ſera délavée; & en y ajoutant toujours plus de blanc, elle s'affoiblira continuellement. Enfin, ſi l'on mêle le rouge & le violet, on produira ſelon leurs différentes proportions divers pourpres; qui ne ſeront ſemblables en couleur à aucune lumière homogéne & le mêlange de ces pourpres avec le jaune & le bleu produiront d'autres nouvelles couleurs.

9e. Exper. On peut compoſer le blanc avec des couleurs. *Nevvt. Opt. p.* 117.

181. La blancheur & toutes les couleurs griſes entre le blanc & le noir peuvent ſe compoſer de couleurs; & la blancheur de la lumière du Soleil eſt compoſée de toutes les couleurs principales mêlées enſemble, ſelon la proportion requiſe.

Fig. 154.

Car ſoit l'image du Soleil P T qui tombe ſur une lentille M N large de plus de 4 pouces & éloignée d'environ 6 pieds du priſme A B C, d'une telle figure qu'elle puiſſe rendre convergente à ſon foyer G à 6 ou 8 pieds de diſtance de la lentille, la lumière colorée qui ſort divergente du priſme, afin que dans ce point elle tombe perpendiculairement ſur un papier blanc D E. Si l'on fait mouvoir ce papier en avant & en arrière, on verra qu'auprès de la lentille, comme en *de*, toute l'image du Soleil, par exemple, *pt*, paroîtra ſur ce papier fortement colorée, de la manière qu'on l'a expliqué ci-devant, & qu'en l'éloignant de la lentille, ces couleurs s'approcheront toujours les unes des autres, & ſe mêlant toujours plus, elles ſeront plus foibles, juſqu'à ce qu'à la fin le papier arrive au foyer G, où par un mêlange parfait, elles diſparoîtront totalement & ſe changeront en couleur blanche, toute la lumière paroiſſant alors ſur le papier comme un petit cercle blanc. Enſuite en s'éloignant encore plus de la lentille, les rayons qui auparavant étoient convergents, ſe couperont mutuellement au foyer G & en ſeront divergents; ce qui fera paroître de nouveau les couleurs, mais dans un ordre contraire, comme en *δε*, où le rouge *t* qui étoit deſſous eſt maintenant en deſſus & le violet *p* qui étoit deſſus eſt en deſſous.

Arrêtons maintenant le papier au foyer G où la lumière paroît totalement blanche & circulaire, & considérons sa blancheur. Je dis qu'elle est composée de toutes les couleurs convergentes. Car si l'une de ces couleurs est interceptée à la lentille, la blancheur cesse & dégénére en une couleur qui résulte de la composition des autres couleurs non interceptées. Et alors si on laisse passer les couleurs interceptées, ensorte qu'elles tombent sur cette couleur composée, elles se mêlent avec elle, & par leur mêlange elles rétablissent la blancheur. Par exemple, si le violet, le bleu & le verd sont interceptés, le jaune, l'orangé & le rouge qui restent, formeront sur le papier un orangé, & si ensuite on laisse passer les couleurs interceptées, elles tomberont sur cet orangé composé & formeront ensemble le blanc. De même si l'on intercepte le rouge & le violet, ce qui restera, sçavoir le jaune, le verd & le bleu composeront du verd sur le papier, & si on laisse passer le rouge & le violet, ils tomberont sur ce verd & tous ensemble ils formeront de nouveau le blanc. Et l'on peut encore prouver de la manière suivante, que dans cette composition du blanc, les divers rayons ne souffrent aucun changement dans leurs couleurs, en agissant les uns sur les autres, mais qu'ils sont seulement mêlés, & que c'est le mêlange de leurs couleurs qui produit le blanc.

Si l'on place le papier au-delà du foyer G, & que l'on regarde l'image ronde & blanche G au travers du prisme HIK; que par la réfraction de ce prisme, elle soit portée au lieu *ru*; elle y paroîtra teinte de différentes couleurs, scavoir, du violet en *u* & du rouge en *r* & des autres entre deux. Si alors on arrête la couleur rouge plusieurs fois, & qu'on la laisse passer plusieurs fois, le rouge en *r* disparoîtra & reviendra aussi souvent, mais le violet en *u* ne souffrira aucun changement. Et ainsi en arrêtant & laissant passer alternativement le bleu dans la lentille, le bleu en *u* disparoîtra & reviendra alternativement sans qu'il se fasse aucun changement dans le rouge en *r*. Le rouge dépend donc d'une espèce de rayons & le bleu d'une autre espèce, lesquelles dans le foyer G où elles sont toutes mêlées n'agissent point l'une sur l'autre; & il en est de même des autres couleurs.

Je fis encore réflexion que lorſque les rayons les plus réfrangibles P *p* & les moins réfrangibles T *t*, étoient par la convergence inclinés les uns ſur les autres, ſi l'on tenoit le papier fort oblique à ces rayons dans le foyer G, il en réfléchiroit une eſpèce plus abondamment qu'une autre eſpèce, & par ce moyen la lumière réfléchie ſeroit teinte dans ce foyer de la couleur prédominante, pourvu que ces rayons retinſſent tous leurs couleurs ou qualités colorifiques dans la compoſition du blanc. Mais que s'ils ne les retenoient pas dans ce blanc, & s'ils y prenoient tous la diſpoſition d'imprimer aux ſens la perception du blanc, ils ne perdroient jamais leur blancheur par de pareilles réflexions. J'inclinai donc le papier fort obliquement aux rayons, comme on le voit dans la ſituation 2 δ, 2 ε, afin que les rayons les plus réfrangibles P*p* tombant plus directement, & par conſéquent avec plus de denſité que les autres, ſur le papier, fuſſent réfléchis plus abondamment que les autres, & la blancheur ſe changea ſucceſſivement en bleu, indigo & violet. Enſuite j'inclinai le papier de l'autre côté, comme on voit dans la ſituation 2 D, 2 E, afin que les rayons les moins réfrangibles T *t* vinſſent à y tomber plus directement, & qu'ils fuſſent par conſéquent plus abondants que les autres dans la lumière réfléchie & le blanc devint ſucceſſivement jaune, orangé & rouge.

Enfin, je fis un inſtrument XY en forme de peigne, qui avoit 16 dents d'environ 1 pouce & demi de large, l'intervalle entre les dents étant d'environ 2 pouces; enſuite en interpoſant ſucceſſivement les dents de cet inſtrument auprès de la lentille, j'interceptai par ce moyen une partie des couleurs, pendant que les autres paſſoient par l'intervalle des dents ſur le papier DE & y peignoient une image ſolaire ronde. Mais j'avois placé le papier de manière que l'image parût blanche toutes les fois qu'on ôtoit le peigne, & lorſqu'on l'interpoſoit, cette blancheur à raiſon de la partie interceptée des couleurs dans la lentille, ſe changeoit toujours en une couleur compoſée de celles qui n'étoient pas interceptées. Elle varioit tellement par le mouvement du peigne, qu'en faiſant paſſer chaque dent ſur la lentille, toutes les couleurs, le rouge, le jaune, le bleu, le verd, le pourpre, ſe ſuccedoient conti-

nuellement.

nuellement. Je fis donc passer successivement toutes les dents sur la lentille, & lorsque le mouvement étoit lent, on voyoit sur le papier une succession continuelle de couleurs, mais lorsque j'accélérois le mouvement de manière que les couleurs, à raison de leurs vîtesses, ne pussent pas se distinguer l'une de l'autre, on ne voyoit plus l'apparence de chaque couleur. Il n'y avoit plus, ni rouge, ni jaune, ni verd, ni pourpre; mais la confusion de toutes ces couleurs produisoit une couleur blanche uniforme. Aucune partie de la lumière qui par le mêlange de toutes les couleurs paroissoit blanche, n'étoit réellement blanche. L'une étoit rouge, l'autre jaune, la troisième verte, la quatrième bleue, la cinquième pourpre, & chaque partie retenoit sa couleur jusqu'à son incidence sur les sens. Si les impressions se suivoient lentement l'une après l'autre, ensorte qu'on pût les percevoir séparément, il se faisoit une sensation distincte de toutes les couleurs l'une après l'autre dans une succession continue. Mais si les impressions se suivoient l'une l'autre avec tant de vîtesse qu'on ne pût pas les appercevoir séparément, il en résultoit une sensation commune, qui n'étoit d'aucune couleur en particulier, mais qui étoit indifférente à l'égard de toutes, & telle est la sensation du blanc. Par la vîtesse des successions, les impressions des différentes couleurs se confondoient dans les organes, & de cette confusion il résultoit une sensation mixte. Si l'on fait mouvoir fort vîte un charbon allumé dans un cercle par un grand nombre de tours continuellement répétés, tout le cercle paroîtra être de feu. La raison de cela est, que la sensation du charbon dans les différents points de ce cercle reste imprimée sur notre organe jusqu'à ce que le charbon revienne au même point. C'est ainsi que dans une suite prompte de couleurs, l'impression de chaque couleur reste dans la rétine, jusqu'à ce qu'une révolution de toutes les couleurs soit achevée, & que la première couleur revienne. Ainsi les impressions de toutes les couleurs restent toutes ensemble dans la rétine, & produisent conjointement la sensation de toutes. Il est donc manifeste par cette expérience que les impressions mêlées de toutes les couleurs excitent dans nous la sensation du blanc,

c'est-à-dire, de celle qui est composée de toutes les autres couleurs mêlées ensemble.

10e. Exper. *Nevvt. Opt. p. 129.* Jusqu'à présent j'ai produit le blanc par le mêlange des couleurs prismatiques; il faut maintenant parler des couleurs des corps naturels mêlées ensemble. Si l'on épaissit un peu d'eau avec du savon, & si on l'agite pour la faire écumer, qu'ensuite on la fasse reposer un peu, en la regardant attentivement, on y verra différentes couleurs répandues sur la surface de chaque bulle d'eau; mais si l'on s'écarte assez, pour ne pouvoir pas distinguer les couleurs les unes des autres, toute l'écume paroîtra d'un blanc parfait.

11e. Exper. *Ibid.* Enfin en essayant de composer du blanc par le mêlange de toutes les poudres colorées dont les peintres se servent, je fis réflexion que toutes ces poudres arrêtent & absorbent une grande partie de la lumière qui les éclaire. Car elles deviennent colorées en réfléchissant la lumière de leur couleur plus abondamment & beaucoup moins celle de toutes les autres couleurs; & même elles ne réfléchissent pas aussi abondamment que les corps blancs la lumière de leurs propres couleurs. Si l'on place, par exemple, le minium & un papier blanc dans la lumière rouge du spectre coloré formé dans la chambre obscure par la réfraction d'un prisme, comme on l'a expliqué dans la 5e. expérience, le papier paroîtra plus brillant que le minium, & par conséquent il réfléchit plus abondamment les rayons rouges que ne fait le minium quoique rouge. Si on les place dans la lumière d'une autre couleur, la lumière réfléchie par le papier surpassera celle qui est réfléchie par le minium en proportion beaucoup plus grande. La même chose arrive dans les poudres des autres couleurs. Et par conséquent en mêlant ces poudres nous ne devons pas nous attendre à une blancheur forte & vive, comme celle du papier, mais obscure & foible, comme celle qui résulte d'un mêlange de lumière & d'obscurité, ou du blanc & du noir, c'est-à-dire, que l'on aura une couleur grise & obscure, ou rousse, telle que celle des ongles, des rats, des cendres, des pierres ordinaires, du mortier, de la poussière & de la boue des grands chemins ou autre semblable. Et

j'ai souvent produit un blanc semblable par le mêlange des poudres colorées. Par exemple, en mêlant une partie de minium avec cinq parties de verd de gris, j'ai produit une couleur semblable à celle des rats. Car ces deux couleurs sont tellement composées chacune des autres, qu'il y a dans les deux ensemble un mêlange de toutes les couleurs; & j'y mis moins de minium que de verd de gris, à cause de la couleur plus vive du minium. De même une partie de minium avec quatre parties de bleu de montagne, composerent une couleur obscure qui tournoit vers le pourpre, & en y ajoûtant un certain mêlange d'orpiment & de verd de gris dans une proportion convenable, le mêlange perdit sa teinture de pourpre & devint parfaitement brun. Mais l'expérience eut plus de succès sans le minium, en cette manière. J'ajoûtai peu à peu à l'orpiment certain pourpre brillant, dont les peintres se servent, jusqu'à ce que l'orpiment cessat d'être jaune & devint d'un rouge pâle. Ensuite je rendis ce rouge plus foible en y ajoûtant un peu de verd de gris, & un peu plus de bleu de montagne que de verd de gris, jusqu'à ce qu'il prit une telle couleur grise ou d'un blanc pâle qu'elle ne tournoit pas plus vers l'une que vers l'autre de ces couleurs: par ce moyen, il prit une couleur égale en blancheur à celle des cendres ou du bois qu'on vient de couper ou de la peau d'un homme. L'orpiment réfléchit plus de lumière qu'aucune autre de ces poudres, & par là contribue plus que les autres à la blancheur de la couleur composée. Il est difficile de déterminer exactement les proportions à raison des différentes bontés des poudres de la même espèce. Selon que la couleur d'une poudre est plus ou moins pleine ou lumineuse, on doit l'employer en moindre ou plus grande dose.

En considérant maintenant que ces couleurs grises & brunes peuvent aussi se produire par le mêlange du blanc & du noir, & que par conséquent elles ne différent pas du blanc parfait par l'espèce des couleurs, mais seulement par les degrés de lumière, il est manifeste que pour en faire des blancs parfaits, il ne reste plus qu'à augmenter suffisamment leur lumière; & au contraire si en augmentant leur lumière, on peut les conduire à la blancheur parfaite, il s'ensuivra delà

qu'elles ont la même eſpèce de couleur que les plus beaux blancs, & qu'elles n'en diffèrent que par la quantité de lumière. C'eſt ce que j'ai éprouvé en cette manière. J'ai pris le tiers du mêlange gris dont je viens de parler (celui qui étoit compoſé d'orpiment, de pourpre, de bleu & de verd de gris), & j'en ai frotté groſſièrement le pavé de ma chambre, dans l'endroit où le Soleil donnoit par l'ouverture de la fenêtre, & j'ai placé à côté dans l'ombre un papier blanc de la même grandeur. Enſuite en m'éloignant à la diſtance de 12 à 18 pieds, pour ne pouvoir pas diſtinguer l'inégalité de la ſurface de la poudre, ni les petites ombres que produiſoient ſes particules; la poudre me parut très-blanche de manière que ſa blancheur ſurpaſſoit même celle du papier, ſur-tout lorſque le papier étoit un peu obſcurci par l'ombre des nuages; alors le papier comparé à la poudre paroiſſoit auſſi gris que la poudre l'avoit paru auparavant. Mais en plaçant le papier dans l'endroit où le Soleil brilloit au travers des vitres, ou en fermant la fenêtre, de manière que le Soleil ne donnât ſur la poudre qu'au travers des vitres, & en prenant d'autres moyens propres à augmenter ou à diminuer la lumière qui éclairoit la poudre & le papier, celle qui éclairoit la poudre devenoit plus forte que celle qui éclairoit le papier dans une telle proportion, que la poudre & le papier paroiſſoient avoir exactement la même blancheur. Or ſi l'on fait attention que cette blancheur de la poudre dans les rayons du Soleil, étoit compoſée des couleurs que les poudres compoſantes ont dans les rayons de lumière, on conviendra que, ſuivant cette expérience & les précédentes, la blancheur parfaite eſt compoſée de toutes les couleurs.

Explication des couleurs permanentes des corps.

182. Les couleurs permanentes des corps naturels viennent de ce que quelques-uns réfléchiſſent certaines eſpèces de rayons, & d'autres, certaines autres eſpèces plus abondamment que les autres rayons. Le minium réfléchit les moins réfrangibles ou les rayons rouges plus abondamment, & de là vient qu'il paroît rouge. Les violettes réfléchiſſent les plus réfrangibles plus abondamment, & de là vient leur couleur, & ainſi des autres corps. Chaque corps réfléchit les rayons de ſa propre couleur plus abondamment que les autres; & ſa couleur vient de l'excès ou prédominance de la lumière réfléchie.

Car si dans les lumières homogènes que l'on a par la 5e. Exper., on place des corps de différentes couleurs, on trouvera, comme je l'ai éprouvé, que chaque corps paroît plus brillant & plus lumineux dans la lumière de sa propre couleur. Le cinnabre dans le rouge homogéne est plus resplendissant, dans la lumière verte il est manifestement moins brillant, & dans la lumière bleue encore moins. L'indigo dans la lumière bleue & violette est très-brillant, & son éclat diminue par degrés dans la lumière verte & jaune jusqu'au rouge. Le porreau réfléchit plus fortement la lumière verte, & ensuite la lumière bleue & jaune qui composent le verd, que celle des autres couleurs, du rouge & du violet. Mais pour rendre ces expériences plus sensibles, il faut choisir des corps qui ayent les couleurs les plus fortes & les plus vives, & comparer ensemble deux de ces corps. Ainsi, par exemple, si l'on compare le cinnabre & le bleu d'outremer, ou quelqu'autre beau bleu, & qu'on les place dans la lumière rouge homogéne, ils paroîtront tous deux rouges, mais le cinnabre paroîtra d'un rouge plus fort, plus lumineux & plus resplendissant, & le bleu d'outremer d'un rouge foible & obscur. Si on les place tous deux dans la lumière bleue homogéne, ils paroîtront tous deux bleux; mais le bleu d'outremer paroîtra d'un bleu plus vif, plus lumineux & plus resplendissant & le cinnabre d'un bleu foible & obscur. Cela prouve incontestablement que le cinnabre renvoie la lumière rouge beaucoup plus abondamment que ne le fait l'outremer, & que l'outremer renvoie la lumière bleue beaucoup plus abondamment que ne le fait le cinnabre. On peut faire la même expérience successivement avec le rouge & l'indigo ou avec d'autres corps colorés quelconques, si l'on a l'égard convenable à la différente force ou foiblesse de leur couleur & de leur lumière.

12e. Exper. Nevvt. Opt. p. 157.

On verra encore mieux par la considération suivante que ce n'est pas là seulement la vraie raison de leurs couleurs, mais que c'en est l'unique cause; c'est que la réflexion des corps naturels ne sauroit en aucune manière changer la couleur de la lumière homogéne. Car si les corps ne peuvent en aucune manière changer par la réflexion la couleur d'aucune espéce de rayons, ils ne peuvent paroître colorés par

aucun autre moyen que par la réflexion des rayons qui sont de leur propre couleur, ou qui par leur mêlange peuvent produire cette couleur.

On remarque dans les liqueurs colorées transparentes que leur couleur varie ordinairement avec leur épaisseur. Ainsi, par exemple, une liqueur rouge dans un verre conique, placé entre l'œil & la lumière, paroît d'un jaune pâle & delayé au fond du verre où elle a peu d'épaisseur; & un peu plus haut où elle occupe plus d'espace, elle devient orangé; & dans l'endroit où elle en a encore plus, elle devient rouge; & enfin dans l'endroit où elle a le plus de largeur, le rouge est plus foncé & plus obscur. Car on doit concevoir que cette liqueur arrête plus aisément les rayons indigo & violet, plus difficilement les rayons bleus, encore plus les rayons verds, & très difficilement les rayons rouges. Si l'épaisseur de la liqueur est assez grande pour arrêter un nombre convenable de rayons violets & indigo, sans beaucoup diminuer le nombre des autres, le reste composera un jaune pâle, qui est la couleur de l'image du Soleil au milieu de ces rayons, comme on peut l'éprouver en arrêtant le violet & l'indigo sur la lentille dans la neuvieme expérience, & laissant passer le reste au foyer. Mais si la liqueur est tellement épaisse qu'elle arrête aussi un grand nombre de rayons bleus & quelques-uns des verds, les autres formeront l'orangé; & lorsqu'elle est assez épaisse pour arrêter aussi un grand nombre de rayons verds & un nombre considérable de rayons jaunes, le reste commencera à composer le rouge, & ce rouge deviendra plus foncé & plus obscur à mesure que les rayons jaunes & orangés seront toujours plus arrêtés par la plus grande épaisseur de la liqueur, de sorte qu'elle ne pourra presque plus transmettre d'autres rayons que les rouges.

Si l'on a deux liqueurs de couleurs fortes, comme de rouge & de bleu, & que toutes les deux soient assez épaisses, pour rendre leurs couleurs assez vives; quoique chaque couleur séparément soit transparente, on ne pourra pas cependant voir à travers les deux ensemble. Car s'il ne passe que des rayons rouges au travers d'une liqueur, & des rayons bleus au travers de l'autre, il n'en passera d'aucune espèce au travers des deux. C'est ce que Mr. *Hook* éprouva par hazard avec

des verres remplis de liqueur rouge & de liqueur bleue; & il fut fort surpris de l'évènement auquel il ne s'attendoit pas, parce que l'on n'en sçavoit pas alors la raison (*Hook*, Micrographie, p. 73).

Maintenant puisque, les corps deviennent colorés par la réflexion ou par la transmission d'une espèce de rayons plus abondamment que des autres, on doit concevoir qu'ils arrêtent, & éteignent dans eux-mêmes les rayons qu'ils ne réfléchissent pas, ou qu'ils ne transmettent pas. Car si l'on place une feuille d'or entre l'œil & la lumière, la lumière paroît d'un bleu tirant sur le verd; & par conséquent l'or en masse retient dans son corps des rayons bleus qui se réfléchissent de tous côtés en dedans, jusqu'à ce qu'ils soient arrêtés & éteints, pendant qu'il réfléchit en dehors les rayons jaunes ce qui le fait paroître jaune. Et tout de même que la feuille d'or est jaune par la lumière réfléchie, & bleue par la lumière transmise, il y a aussi des espèces de liqueurs, comme la teinture du bois néphrétique, & des espèces de verre qui transmettent abondamment une sorte de lumière, & qui en réfléchissent une autre, ce qui les fait paroître de différentes couleurs, selon la position de l'œil par rapport à la lumière. Un corps transparent qui paroît d'une couleur par la lumière transmise, peut aussi paroître de la même couleur par la lumière réfléchie, si la lumière de cette couleur est réfléchie par la surface postérieure du corps (art. 17).

REMARQUES.

1. *Newton* ne nous a pas seulement communiqué ses propres découvertes sur la vraie origine & cause des couleurs, mais il nous a aussi exposé les idées qu'on en avoit eues avant lui. (lect. opt. p. 146) Mais comme ces idées sont peu satisfaisantes, je n'en ferai pas mention & je me bornerai à transcrire quelques-unes des méthodes pratiques dont il s'est servi pour déterminer la raison constante de la réfraction, tant dans les fluides que dans les solides & pour confirmer par-là cette propriété fondamentale de la lumière d'où dérive principalement toute la certitude & l'exactitude de nos connoissances en Optique.

Description d'un instrument pour trouver la raison de la réfraction dans les solides. Fig. 155.

Soit HK une poutre de bois quarrée, de deux ou trois aunes de long ou plutôt un tube creux, pour l'empêcher de plier par son propre poids, & que ses côtés opposés soient parfaitement plans & parallèles; soient

HI & KL deux planches quarrées de bois arrêtées perpendiculairement à ses côtés, l'une KL tout-à-fait à l'extrêmité du tube, & l'autre HI environ à 4 pouces de distance de l'autre extrêmité. Soit ensuite la base d'un petit vaisseau profond CF d'une figure & matière quelconque, arrêtée avec de bon ciment sur la planche HI & qu'elle soit percée d'uu petit trou large d'environ un dixième de pouce vers son milieu en F, aussi bien que la planche où elle est arrêtée & soit sur la planche opposée peinte de blanc une marque R à la même distance de la poutre que le centre du trou F, de manière que la ligne FR soit exactement parallèle aux côtés de la poutre. Soit enfin un morceau de verre plan, également épais par tout & bien poli, appliqué au côté supérieur de la planche HI & qui lui soit attaché avec du ciment tout autour du trou F pour empêcher qu'il ne sorte du vaisseau aucune partie du fluide. Faites ensorte que ce verre par le moyen d'une Equerre soit exactement perpendiculaire aux côtés de la poutre; arrêtez ensuite deux chevilles cylindriques de cuivre ou de fer au milieu des côtés opposés de la poutre & placez-les dans deux coches angulaires pratiquées sur deux planches parallèles qui seront arrêtées par un piedestal solide, afin que la poutre puisse tourner aisément sur les chevilles comme le fleau d'une balance, & qu'on puisse aisément l'arrêter dans une situation donnée par rapport à l'horizon.

L'instrument étant ainsi préparé & la poutre étant placée dans un plan vertical qui passe par le Soleil, soit le vaisseau CF à demi plein d'eau; & lorsque la poutre est assez inclinée pour que les rayons rompus passant par le trou F tombent sur la planche KL, en donnant un peu de mouvement à la poutre, il sera aisé de faire tomber sur la marque R la couleur que l'on voudra; prenez alors l'inclinaison de la poutre avec l'horizon par le moyen d'un grand quart de cercle, dont le côté *ek* étant appliqué au côté inférieur de la poutre, donnera l'angle de réfraction *ekr* de ce rayon & son sinus *er*; parce que le fil à plomb *kr* est perpendiculaire à la surface de l'eau. Prenez dans le même-tems la hauteur du Soleil & son complément A*k*D à 90 degrés sera l'angle d'incidence & AD son sinus. Ces sinus étant comparés ensemble, après diverses répétitions de l'expérience à différentes hauteurs du Soleil, se trouveront toujours en même raison, lorsqu'un rayon de la même couleur tombera sur la marque R. Si l'on veut faire plusieurs répétitions de cette expérience en peu de tems, & pour des angles d'incidence plus petits que ceux de la plus prochaine distance du Soleil au Zenith, il faut incliner un miroir à l'ouverture du vaisseau, pous faire réfléchir les rayons en bas, partie dans le vaisseau & partie à côté, pour les examiner comme ci-devant au lieu des rayons directs du Soleil (*leçons d'Opt. part.* 1. *sect.* 2.).

Manière de placer un prisme qui rompe les rayons également de tous les côtés.

2. La manière la plus exacte de toutes pour trouver la vraie quantité de la raison des réfractions est cette autre de *Nevvton* (*ibid. part.* 1. *sect.* 2.) On a observé dans l'art. 171. que lorsqu'on tient l'axe d'un prisme perpendiculaire aux rayons du Soleil & que les réfractions se font vers le haut, si l'on tourne le prisme lentement autour de son axe, la lumière rompue ou l'image colorée du Soleil qui tombe sur la muraille, descend d'abord, & ensuite monte pendant la rotation du prisme. Si entre la montée & la descente, lorsque l'image est stationnaire, on fixe le prisme dans cette situation, les réfractions des rayons en entrant & en sortant de part & d'autre du prisme, seront égales.

Car

Car pendant la descente de l'image, il est clair que la somme des deux réfractions décroît continuellement & qu'elle croît de nouveau pendant qu'elle monte; & ainsi il y a deux positions du prisme, avant & après que l'image est stationnaire, dans lesquelles la somme des réfractions à ses côtés est égale & qui fait que l'image retombe au même endroit de la muraille. Dans ces deux positions le rayon DE dans l'une & δε dans l'autre, étant au dedans de l'angle réfringent ABC, est également incliné sur les côtés AB, BC mais dans un sens contraire; c'est-à-dire, que les triangles BDE, Bδε sont équiangles; car en les supposant tels & que les rayons entrent des deux côtés le long des lignes DE, δε, les réfractions en sortant de D & de ε seront égales entr'elles, aussi bien qu'en sortant par E & δε par conséquent la somme des deux réfractions inégales en D & E sera égale à la somme de celles en δ & ε. De là vient que l'image tombe sur le même endroit de la muraille dans ces deux positions du prisme. Mais à mesure que cette place commune de l'image s'approche plus de la limite de son mouvement contraire, l'expérience fait voir que les deux positions du prisme s'approchent plus de la position intermediaire qui porte l'image à sa limite. Donc dans le même-tems, les angles aux bases DE, δε, de ces triangles semblables BDE, Bδε s'approchent peu-à-peu de l'égalité, & deviennent égaux lorsque l'image est à sa limite; par conséquent les réfractions en D & E sont alors égales. Cela se voit aussi par les rayons STV réfléchis du haut d'un prisme de verre, pourvû que les côtés AB, BC de l'angle réfringent soient égaux, comme ils le sont communément; car alors les rayons incidents ST & SD étant paralléles, le rayon réfléchi TV & le rayon rompu EP sont aussi paralléles dans cette position du prisme, comme on le voit à l'œil par la petite distance, ou plutôt la coïncidence des deux images V & P sur la muraille, qui dans toutes les autres positions du prisme sont fort éloignées. *Nevvton* a prouvé tout cela mathématiquement. *Lect. Opt. part.* 1 *sect.* 3 *prop.* 25. Fig. 156.

3. Dans cette position du prisme l'angle de réfraction à l'entrée d'un rayon est égale à la moitié de l'angle réfringent ABC. Car soit LDK perpendiculaire à AB & puisque la ligne BQ qui divise également l'angle B du triangle isoscèle DBE est perpendiculaire à sa base DE; dans le triangle rectangle BQD ses deux angles aigus QBD, QDB seront égaux à son angle droit (*Eucl.* 1. 32) ou à l'angle droit BDK, composé de l'angle QDB, & de l'angle QDK. Donc en retranchant l'angle commun QDB, il restera QBD égal à QDK, c'est-à-dire la moitié de l'angle réfringent du prisme égale à l'angle de réfraction.

L'angle de réfraction est alors la moitié de l'angle réfringent du prisme. Fig. 157.

4. On peut mesurer l'angle réfringent d'un prisme en appliquant deux regles à ses deux côtés qui se croiseront sur une table bien polie & en les inclinant l'une à l'autre jusques à ce que les parties qui s'étendent sur la table se confondent avec les côtés du prisme interposés entr'elles. Car alors les deux lignes menées sur la table le long des deux regles donneront l'angle réfringent que l'on mesurera avec un secteur : comme on voit dans la figure, où les regles sont *ab*, *cd* & le prisme *e*. Fig. 158.

5. Le prisme étant placé comme-ci-dessus, soient les hauteurs des rayons incident & émergent SD, EP, prises avec un quart de cercle, l'angle d'incidence SDL sera égal à la demi somme de ces hauteurs, plus la moitié de l'angle réfringent du prisme. Car si ces rayons sont prolongés

Comment on trouve l'angle d'incidence. Fig. 157.

en arrière, jusques à ce qu'ils se coupent mutuellement en I & qu'ils coupent une ligne horizontale en M & N, les angles M & N seront les hauteurs de ces rayons au dessus de l'horizon; & les deux ensemble seront égaux à l'angle extérieur MIE (*Eucl.* 1. 32) qui est égal aux deux angles intérieurs du triangle IDE; & par conséquent la demi somme des hauteurs est égale à l'un de ces angles égaux IED ou IDE, lequel étant ajoûté à l'angle de réfraction EDK trouvé ci-devant, donne l'angle d'incidence IDK ou SDL.

Si le Soleil est plus haut de manière que le rayon émergent EP devienne paralléle à l'horizon, l'angle en N disparoît & si le Soleil est encore plus haut, le rayon émergent tend en embas, & alors l'angle en N devient nigatif. Ainsi dans ce dernier cas, la moitié de la différence de ces hauteurs doit être ajoûtée à la moitié de l'angle réfringent du prisme, pour avoir l'angle d'incidence.

Exemple *Opt. p. 72.*

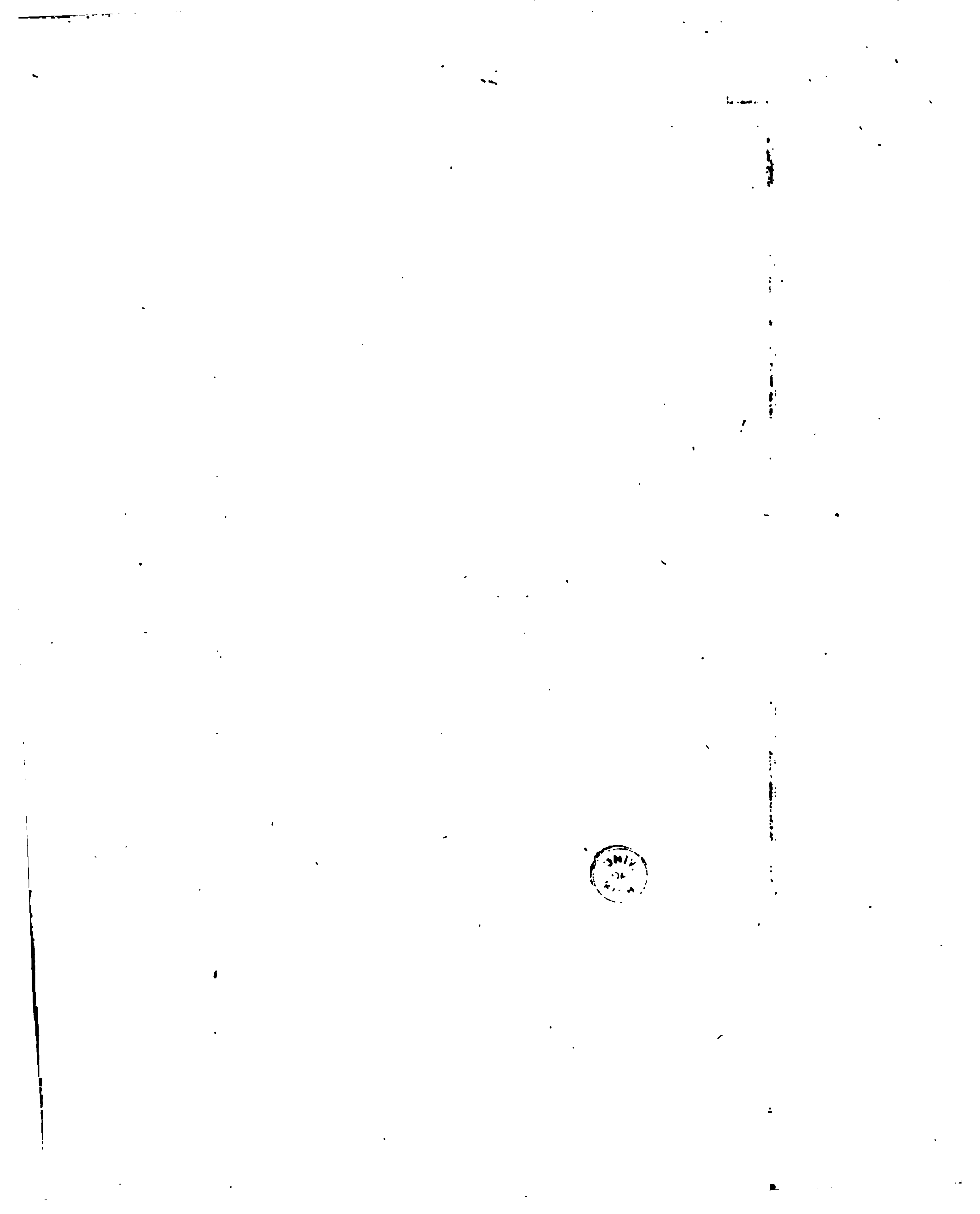
6. *Nevvton* nous a donné l'exemple suivant de cette méthode. Dans un prisme de verre, dont l'angle réfringent étoit de 62 ½ degrés, la moitié 31°. 15′ étoit l'angle de réfraction dans le prisme, dont le sinus est 5188 le rayon étant 10000. Lorsque l'axe du prisme étoit parallèle à l'horizon & que l'image du Soleil sur la muraille étoit dans sa limite de regression, il observa avec un quart de cercle l'angle des rayons de réfrangibilité moyenne avec l'horizon; (c'est-à-dire de ceux qui sont au milieu de l'image colorée) & en ajoûtant cet angle à la hauteur du Soleil observée dans le même-tems, il trouva l'angle PIM des rayons émergents avec les rayons incidents, qui fut de 44°. 40′, dont la moitié 22°, 20′ étant ajoûtée à l'angle de réfraction 31°. 15′, donne l'angle d'incidence 53°. 35′ dont le sinus est 8047, & la raison de ces sinus en nombres ronds est celle de 20 à 31. (voyez *Cotes harmonia mensur. p. 7. schol.* 3.)

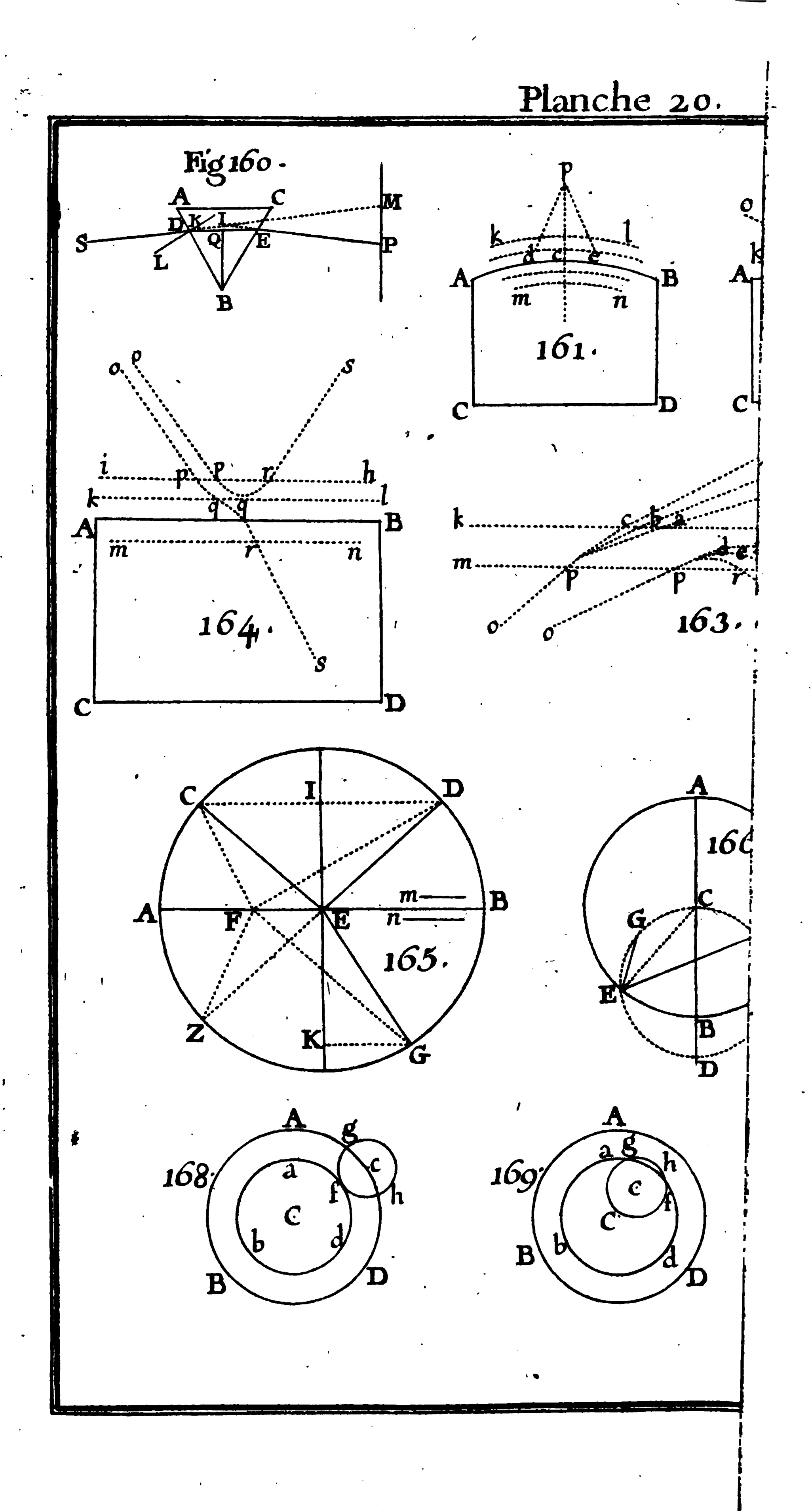
Excellence de cette méthode.

7. On voit l'excellence de cette méthode par les réflexions suivantes. 1°. Elle ne demande point d'autre instrument, qu'un prisme & un quart de cercle. 2°. La réfraction du rayon étant doublée, une erreur dans la pratique n'est que la moitié de ce qu'elle seroit, si la réfraction étoit simple. 3°. Il est fort aisé de placer le prisme dans la position requise & une petite déviation de cette position, n'altére pas le lieu de l'image ou la somme des deux réfractions, comme il est évident par l'expérience, & parce que cette somme est alors la moindre de toutes. Car c'est une chose connue que les variations des quantités produites par le mouvement sont communément insensibles, lorsque les quantités deviennent les plus grandes ou les plus petites de toutes, c'est-à-dire, au moment entre leur accroissement & leur décroissement.

Propriété des réfractions par plusieurs plans paralléles.

8. *Nevvton* nous apprend ici quelques propriétés des réfractions qui méritent bien d'être connues: *si un rayon de lumiere passe de l'air dans différents milieux contigus terminés par des plans paralléles, comme dans l'eau & dans le verre, & si de là il rentre dans l'air, le rayon émergent sera toujours paralléle au rayon incident.* Car si un morceau de glace d'un carosse d'une égale épaisseur, que l'on mouille avec un peu d'eau ou avec quelque autre fluide, est tenu paralléle à l'horizon, afin que l'eau soit partout d'une épaisseur égale, on verra que les rayons du Soleil transmis par ces deux milieux seront paralléles aux rayons non rompus. On n'a pour cela qu'à observer les points où ils tombent sur quelque plan éloigné au-dela du verre.




Fig 160.
A
C
M
D
K
I
S
Q
E
P
L
B
p
k
l
d
c
e
A
B
m
n
161.
C
D
o
k
A
C
o
o
s
i
p
P
r
h
k
l
q
q
A
B
m
r
n
164.
s
C
D
k
c
b
a
m
d
e
P
P
r
o
o
163.
C
I
D
A
F
E
m
n
B
165.
Z
K
G
A
C
G
E
B
D
A
g
168.
a
c
f
h
C
b
d
B
D
A
169.
a
g
h
c
f
C
b
d
B
D

Donc si un rayon passe par plusieurs milieux réfringents terminés par des plans paralléles, il aura la même inclinaison à la surface du dernier milieu que s'il n'avoit souffert qu'une seule réfraction immédiatement du premier milieu au dernier. Par exemple, soient A*a*, B*b*, C*c* des surfaces paralléles d'eau répandue sur le verre & que le rayon DE soit rompu en EF dans l'eau, & ensuite en FG dans le verre, & qu'un autre rayon PQ paralléle à DE tombe immédiatement sur le verre & soit rompu en QR, les rayons rompus FG, QR seront paralléles. Car si ces rayons entrent dans l'air selon les lignes GH, RS; GH étant paralléles (à DE ou à PQ par l'hypothèse ou) à RS (art. 38); il suit que les réfractions en G & R sont égales (art. 11. 12) & que par conséquent les rayons FG & QR sont paralléles & également inclinés aux rayons incidents DE, PQ; c'est-à-dire, que la somme des réfractions de l'un en E & F est équivalente à la réfraction simple de l'autre en Q. Fig. 159.

Ainsi la proportion du sinus d'incidence au sinus de réfraction d'une seule & même espèce de rayons qui sortent d'un milieu pour entrer dans un autre, est composée de la proportion du sinus d'incidence au sinus de réfraction du premier milieu au troisième & de la proportion du sinus d'incidence au sinus de réfraction du troisième milieu au second. (*Nevvt. Opt. p.* 113) de sorte que par ce théorème on trouve la réfraction en passant d'un milieu dans un autre, toutes les fois qu'on a les réfractions de tous les deux dans un troisième milieu.

Car soient IK, LM, NO des perpendiculaires aux surfaces par les points de réfraction E, F, G. Le sinus de l'angle EFL ou FEK est au sinus de DEI, comme 3 à 4 & le sinus du même angle DEI ou HGO est au sinus de FGN ou GFM comme 31 à 20; & en composant ces proportions, le sinus de EFL est au sinus de GFM comme 3 × 31 est à 4 × 20, comme 93 à 80; ce qui mesure la réfraction en passant de l'eau dans le verre.

Maniére la plus exacte de déterminer la réfraction des fluides.

9. Si l'on fait un vaisseau prismatique de bois, avec deux trous opposés dans les côtés qui forment l'angle réfringent pour y faire passer la lumière & si l'on y cimente des morceaux de miroir non étamés en dehors de ces trous, (il est bon que cet angle réfringent soit exactement droit, étant plus aisé de le vérifier avec une équerre) & si l'on remplit d'eau ce vaisseau par un trou fait au-dessus dans le 3ᵉ côté, ou de quelque autre fluide dont on veut connoître la puissance réfractive, fermant ensuite le trou avec du liége; on pourra répéter avec ce prisme la même expérience qu'on a fait ci-devant avec le prisme de verre, & l'on aura la réfraction de l'eau. Car les rayons incidents & émergents dans l'air seront inclinés aux rayons intermédiaires en dedans de l'eau par les mêmes angles qu'ils l'auroient été, si l'eau avoit été contigue à l'air, par la remarque précédente. *Nevvton* par cette méthode exacte, trouve que la raison des réfractions des rayons rouges en passant de l'air dans l'eau est de 4 à 3.

Détermination par expérience de la réfraction de l'air.

10. Pendant que les rayons passent par le prisme au lieu P sur la muraille opposée, si l'on suppose que l'eau en soit toute tirée, l'image qui étoit en P descendra tout-à-coup en M où arriveroit la ligne droite SD prolongée sur la muraille : parce que les réfractions aux surfaces extérieures & intérieures des verres se corrigent mutuellement (remarque 8). De même en supposant le prisme plein d'air condensé & que cet air ait une plus grande puissance réfractive que l'air extérieur, le même phénomène arrivera à pro- Fig. 157.

portion de cette puissance, excepté que l'image P dans ce cas, ne descendroit pas tout-à-coup, mais par degrés, à mesure que l'air du dedans deviendroit moins dense, en s'échappant peu-à-peu. Par conséquent, si l'on suppose que l'air restant soit tout tiré du prisme, les réfractions se feront alors vers l'embas & pendant que l'air rentrera dans le prisme, l'image paroîtra monter par degrés. Si pendant ces expériences on suppose que les rayons aillent en arrière à l'œil d'un spectateur placé en S, il verra au commencement le lieu P sur la muraille, & pendant que l'air condensé s'échappe du prisme dans le premier cas, ou que l'air extérieur y rentre dans le second, il verra tous les points de la ligne PM qui paroîtront successivement dans la même direction SD: & enfin si l'on suppose que la muraille PM soit fort éloignée & que les rayons DS passent à son œil par un télescope fixe, il verra les mêmes apparences plus clairement & plus distinctement, surtout s'il place des fils en croix au foyer du télescope, pour viser par leur moyen à l'objet.

Fig. 160.

Mr. *Lovvthorp* est le premier qui ait fait une expérience de cette espèce (*Transf. philos. n°.* 257.). Il fit son vuide entre deux verres plans par le moyen de l'argent vif, & il trouva que la raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en sortant de l'air dans le vuide, étoit celle de 100000 à 100036 & l'Academie Royale des Sciences de *Paris* ayant ensuite fait la même tentative sans succès (*Hist. de* 1700), elle fut répétée à *Londres* par ordre de notre Société Royale. Les préparatifs en furent faits sous la direction du Dr. *Halley*: ils consistoient en un prisme de cuivre très-fort, dont les deux côtés avoient des rainures pour y recevoir des verres plans, & le troisième avoit un tuyau & un robinet par où l'on pouvoit tirer l'air du prisme ou le condenser; le prisme avoit aussi une jauge de merçure pour faire connoître la densité de l'air qui y étoit renfermé & on l'avoit fait de manière à pouvoir tourner sur son axe, afin de rendre les réfractions égales des deux côtés, lorsqu'il étoit arrêté au bout du télescope. L'angle réfringent étoit presque de 64 degrés & la longueur du télescope d'environ 10 pieds, avec un fil délié à son foyer.

Mr *Hauksbée* rapporte le résultat des expériences en ces termes (*Phis. mech. exper. p.* 225. 8°.) « Ayant choisi un objet droit convenable & fort » distinct, qui étoit éloigné de 2588 pieds (le 15 juin 1708, V. S. le matin, » le baromètre étant alors à 29. 7 $\frac{1}{2}$ & le thermomètre à 60) nous commen- » çâmes par pomper l'air du prisme; & ensuite l'appliquant au télescope, » le fil horizontal dans le foyer couvroit une marque sur notre objet que l'on » voyoit distinctement au travers du vuide, les deux verres étant également » inclinés aux rayons visuels. Ensuite laissant entrer l'air dans le prisme, nous » vîmes l'objet s'élever peu-à-peu au-dessus du fil, à mesure que l'air entroit, » & à la fin, nous trouvâmes que le fil cachoit une marque à 10 $\frac{1}{2}$ pouces au » dessous de la premiere ligne. Cette expérience a réussi toutes les fois » qu'on l'a répétée.

» Cela fait, nous nous mîmes à condenser l'air du prisme par le moyen » de la machine des condensations, & y ayant insinué une autre atmosphère, » de manière que la densité de l'air enfermé étoit, par la jauge de mercure, » double de celle de l'air extérieur, nous le plaçames de nouveau devant » le télescope, & ensuite faisant sortir l'air par le robinet, l'objet qui paroissoit » auparavant monter, nous parut alors descendre par degrés & à la fin » le fil s'arrêta sur un objet plus haut qu'auparavant, du même inter-

» valle de 10 ¼ pouces, & cette expérience souvent répétée ne man-
» qua jamais.

» Nous insinuames encore dans le prisme une autre atmosphère & en » déchargeant l'air condensé, nous vîmes l'objet environ 21 pouces plus » bas que le fil; mais dans cette expérience, la grande pression forçant » le ciment, ne nous permit pas de la répéter aussi souvent que la précédente.

» Or le rayon étant 2588 pieds, l'intervalle 10 ¼ pouces est compris par un » angle PIM de 68″. dont la moitié donne 34″ pour l'angle QDI; lequel » étant soustrait de l'angle QDK ou QBD de 32°. donne l'angle KDI » de 31°. 59′. 26″. & ainsi le sinus d'incidence dans le vuide est au sinus » de réfraction dans l'air que nous respirons, comme 10000000 est à » 999736. » Telle est la rélation de Mr. *Hauksbée*. Fig. 160.

Si la chaleur seule ne peut pas altérer la puissance réfractive de l'air.

11. Il paroît par ces expériences que les cordes des angles de déviation PIM & par conséquent les angles eux-mêmes (art. 59.) produits par la puissance réfractive de l'air, sont proportionnels aux densités de l'air, & puisque la densité de l'atmosphère, est en raison directe de son poids & inverse de sa chaleur, on aura la raison de sa densité dans tous les tems donnés par les hauteurs du baromètre, & par celles du thermomètre de Mr. *Hauksbée* dont il donne la description p. 220 du même Ouvrage; d'où il conclud que ce sera aussi la raison des réfractions de l'air, c'est-à-dire, des angles de déviation dans les temps donnés. Mais avant que de pouvoir compter sur l'exactitude de cette conclusion; je crois qu'on doit examiner si la chaleur & le froid seuls ne peuvent pas altérer la puissance réfractive de l'air, pendant que sa densité continue d'être la même. On peut faire cette expérience en échauffant l'air condensé ou raréfié contenu dans le prisme un peu avant que de l'arrêter au télescope, & en observant si le fil qui est à son foyer continue de couvrir la même marque pendant tout le tems que l'air employe à se refroidir.

Table des réfractions.

12. On peut voir dans l'Optique de *Nevvton* p. 247. la table des sinus d'incidence & de réfraction au travers d'une grande variété de corps solides & fluides, par où il a calculé une autre table des forces qu'ont ces corps pour rompre & réfléchir la lumiere; & il trouve qu'elles sont à fort peu-près proportionnelles aux densités des mêmes corps; excepté que les corps onctueux & sulphureux rompent la lumière plus que les autres de même densité. Mr. *Hauksbée* a aussi donné (dans le même livre p. 292) une autre table de la raison des réfractions de plusieurs autres liqueurs, & surtout des liqueurs chymiques; & lorsqu'il dit que les corps ne rompent pas la lumière à proportion de leurs gravités spécifiques ou de leurs densités, il veut dire seulement que lorsque les sinus d'incidence sur différents corps sont les mêmes, la raison des sinus de réfraction n'est pas la même que la raison inverse de leurs gravités spécifiques; ce qui est très-vrai & n'est nullement contraire à la regle de *Nevvton* pour la raison de leurs forces. Je trouve par cette regle, & par les expériences précédentes que la force réfractive de l'air est comme sa densité, si son degré de chaleur est donné.

CHAPITRE VII.

Sur la cause de la réfraction, réflexion, inflexion & émission de la lumière.

La réflexion ne vient pas de ce que la lumière frappe le milieu. *Newt. Opt. p. 237.*

183. ON verra par les réflexions suivantes, que la cause de la réflexion n'est pas le choc de la lumière par les parties solides des corps qu'elle ne peut pas pénétrer. 1°. Lorsque la lumière passe du verre dans l'air, il y a une réflexion aussi forte que lorsqu'elle passe de l'air dans le verre, ou plutôt un peu plus forte & de plusieurs degrés plus forte que dans son passage du verre dans l'eau. Or il ne paroît pas probable que l'air ait plus de parties réfléchissantes que l'eau ou le verre. Mais quand même on pourroit le supposer, on n'en seroit pas plus avancé; car la réflexion est aussi forte ou même plus forte, lorsqu'on a séparé l'air du verre par la machine pneumatique, que lorsqu'il lui est contigu. 2°. Si la lumière dans son passage du verre dans l'air est incidente plus obliquement que de 40 à 41 degrés, elle est totalement réfléchie; si elle est incidente moins obliquement, elle est transmise en grande quantité. (*Exper.* 4. *art.* 173). Or on ne sçauroit imaginer que la lumière dans un degré d'obliquité dût rencontrer assez de pores dans l'air pour s'y transmettre en grande partie, & que dans un autre degré d'obliquité, elle ne rencontre que des parties propres à la réfléchir totalement : sur-tout si l'on fait réflexion que dans son passage de l'air dans le verre, quelque oblique que soit son incidence, elle trouve assez de pores dans le verre pour se transmettre en grande partie. Si l'on suppose qu'elle n'est pas réfléchie par l'air, mais par les parties de la surface extérieure du verre, on trouvera toujours la même difficulté : outre que cette supposition est inintelligible & qu'on la trouve fausse lorsqu'on applique de l'eau derriere une partie du verre à la place de l'air. Car par ce moyen, dans une obliquité convenable des rayons, par exemple de 45 à 46 degrés, dans laquelle ils sont tous réfléchis, lorsque l'air

est adjacent au verre, ils sont au contraire pour la plûpart transmis, lorsque c'est l'eau qui est adjacente. Ce qui fait voir que leur réflexion & leur transmission dépendent de la position de l'air & de l'eau derrière le verre & non du choc des rayons contre les parties du verre. 3°. Si les couleurs produites par un prisme, placé à l'entrée d'un rayon de lumière dans une chambre obscure, sont successivement portées sur un second prisme placé à une grande distance du premier, de manière qu'elles soient également incidentes sur le second (comme elles le seront, si elles sont transmises par les trous des deux planches dont on se sert dans la 3ᵉ. expérience) le second prisme pourra être tellement incliné aux rayons incidents, que ceux qui sont de couleur bleue en seront tous réfléchis, & que cependant ceux de couleur rouge seront transmis très-abondamment. Or si la réflexion est produite par les parties de l'air ou du verre, je voudrois sçavoir d'où vient qu'à la même obliquité d'incidence, le bleu choque toutes ces parties, de manière à en être totalement réfléchi, & que cependant le rouge trouve assez de pores pour être transmis en grande abondance. Enfin si les rayons de lumière étoient réfléchis par leur choc contre les parties solides des corps, leurs réflexions sur les corps polis ne pourroient pas être aussi régulières qu'elles le sont. Car en polissant le verre avec du sable, de la potée ou du tripoli, il n'est pas possible que ces matières puissent en gratant & frottant le verre, donner un poli exact à toutes ses moindres parties, en sorte que toutes leurs surfaces soient exactement planes ou parfaitement sphériques. Cette manière de polir avec des poudres ne peut que donner un grain plus fin au verre, en sorte que les inégalités de la surface deviennent trop petites pour être visibles. Par conséquent si la lumière étoit réfléchie par son choc sur les parties solides, elle seroit autant dispersée par les glaces les plus polies, que par les plus grossières. De sorte que le problême subsiste, comment un verre poli par des matières qui l'écorchent, & le sillonnent, peut réfléchir la lumière aussi régulièrement qu'il le fait?

Mais d'une puissance active répandue sur toute sa surface.

184. Et ce problême ne peut gueres se résoudre autrement qu'en disant que la réflexion d'un rayon se fait non pas par un seul point du corps réfléchissant, mais par quelque puissance

de ce corps qui est répandue uniformément sur toute sa surface, & par laquelle il agit sur un rayon sans le toucher immédiatement. Car on verra par les expériences suivantes, que les parties des corps agissent sur la lumière à quelque distance.

13e. Exper. Cette puissance agit sur la lumière à quelque distance en l'attirant & la repoussant. *Newt. Opt. p.* 300.

185. Le Soleil brillant dans ma chambre par un trou large d'un quart de pouce, je plaçai à deux ou trois pieds loin du trou, une feuille de carton, qui étoit toute noircie des deux côtés, & qui avoit au milieu un trou d'environ trois quarts d'un pouce en quarré, pour y faire passer la lumière. Derrière le trou j'attachai au carton avec de la poix, la lame d'un couteau aigu, pour intercepter une partie de la lumière qui passoit par le trou. Les plans du carton & du couteau étoient parallèles entr'eux & perpendiculaires aux rayons. Et lorsqu'ils furent tellement placés qu'aucune lumière du Soleil ne tomboit sur le carton, mais qu'elle passoit toute par le trou vers le couteau, & que là, une partie tomboit sur la lame du couteau, & l'autre passoit par son tranchant; je fis tomber cette partie de la lumière qui passoit par ce tranchant, sur un papier blanc à deux ou trois pieds au-delà du couteau, & là, je vis deux courants de lumière foible, qui s'écartoient de part & d'autre du rayon de lumière vers l'ombre, comme les queues des comètes. Mais parce que la lumière directe du Soleil, par son éclat sur le papier, obscurcissoit ces courants languissants, de manière que j'avois peine à les voir, je fis un petit trou dans le milieu du papier pour y faire passer cette lumière, & alors je vis clairement les deux courants. Ils étoient semblables l'un à l'autre, & à fort peu près égaux en longueur, en largeur & en quantité de lumière. La lumière à l'extrêmité la plus proche de la lumière directe du Soleil, étoit très-forte dans l'espace d'environ un quart de pouce ou d'un demi-pouce, & dans le reste, depuis cette lumière directe, elle décroissoit par degrés jusqu'à devenir insensible. Toute la longueur de chacun de ces deux traits de lumière, mesurée sur le papier, à trois pieds de distance du couteau, étoit d'environ six ou huit pouces, de sorte qu'elle comprenoit un angle au tranchant du couteau de 10 ou 12, ou tout au plus de 14 degrés.

14e. Exper.

Je plaçai un autre couteau auprès de celui-ci, en sorte que leurs

leurs tranchants fuſſent paralleles & ſe regardaſſent mutuellement, & de manière que le rayon de lumière tombant ſur les deux couteaux, une partie pût paſſer entre les deux tranchants. Lorſque la diſtance des deux tranchants étoit environ la 400e. partie d'un pouce, le rayon ſe partageoit par le milieu & laiſſoit une ombre entre les deux parties. Cette ombre étoit ſi noire & ſi obſcure, que toute la lumière qui paſſoit entre les deux couteaux paroiſſoit être courbée & ſe détourner d'un côté & d'autre. A meſure que les couteaux s'approchoient davantage l'un de l'autre, l'ombre devenoit plus large, & les rayons plus retrécis dans leurs extrêmités intérieures auprès de l'ombre, juſqu'à ce que les couteaux venant à ſe toucher, toute la lumière diſparoiſſoit & l'ombre prenoit ſa place. Delà j'ai conclu que la lumière qui eſt la moins pliée, & qui va aux extrêmités intérieures des rayons, paſſe à la plus grande diſtance du tranchant des couteaux, & cette diſtance, lorſque l'ombre commence à paroître entre les rayons, eſt d'environ la 800e. partie d'un pouce. La lumière qui paſſe à des diſtances toujours moindres des tranchants des couteaux, eſt toujours plus courbée, & elle s'étend aux parties des rayons qui ſont toujours plus éloignées de la lumière directe. Parce que lorſque les couteaux s'approchent l'un de l'autre juſqu'à ſe toucher, les parties de ces rayons les plus éloignées de la lumière directe, ſont celles qui diſparoiſſent les dernières.

Notre Auteur a fait voir par ces expériences & par quelques autres, que les corps agiſſent ſur la lumière en quelques circonſtances par une puiſſance attractive, & en d'autres par une puiſſance répulſive. Car il trouva que les ombres des cheveux, des fils, des épingles, des pailles & d'autres corps ſemblables déliés, placés dans un rayon délié de lumière qui entroit dans une chambre obſcure, étoient beaucoup plus larges qu'elles n'auroient dû l'être, ſi ces rayons de lumière avoient paſſé ſur ces corps en lignes droites. Et en particulier il trouva que l'ombre d'un cheveu de la tête d'un homme, à la diſtance de 10 pieds du cheveu, étoit 35 fois plus large que le cheveu même (*Nevvt. Opt. p.* 293), & il déclare ſon ſentiment ſur ces puiſſances attractives & répulſives fort clairement en ces termes, (*ibid. p.* 370). Puiſque les métaux

dissous dans les acides, n'attirent qu'une petite quantité de l'acide, leur force attractive ne peut s'étendre qu'à une petite distance de ces corps. Et comme dans l'algébre lorsque les quantités positives disparoissent, les quantités négatives commencent; ainsi dans la mécanique, lorsque l'attraction cesse, la vertu répulsive doit lui succéder. Et il suit des réflexions & des inflexions des rayons de lumière qu'il doit y avoir une vertu semblable. Car les rayons sont repoussés par les corps dans ces deux cas sans le contact immédiat du corps qui produit les réflexions ou les inflexions. (Expér. 13 & 14). Cela paroît aussi par l'émission de la lumière: aussitôt que le rayon est parti d'un corps lumineux, par le mouvement de vibration des parties de ce corps, & qu'il a passé au-delà de la sphére d'attraction, il est repoussé avec une vîtesse excessive. Car la force qui suffit pour le faire retourner par la réflexion, suffit aussi pour le chasser. Cela paroît aussi être une suite de la production de l'air & des vapeurs: car dès que les particules chassées des corps par la chaleur ou par la fermentation sont hors de la sphére d'attraction de ces corps, elles s'en écartent, & elles se séparent les unes des autres avec une grande force, & elles se tiennent à cette distance, de manière que quelquefois elles occupent un million de fois plus d'espace qu'elles n'en occupoient, lorsqu'elles formoient un corps dense. Or cette vaste contraction & expansion paroît inintelligible, si l'on suppose les parties de l'air élastiques & rameuses, ou qu'elles sont roulées comme des branches d'osier très-flexibles, ou si l'on prétend l'expliquer autrement que par la puissance répulsive. Il semble que c'est à cette force que l'on doit attribuer le mouvement qui fait marcher les mouches sur l'eau, sans se mouiller les pieds, & que les objectifs des longs télescopes se posent l'un sur l'autre sans se toucher. C'est aussi pour cela que deux marbres polis qui sont liés ensemble, lorsqu'ils se touchent immédiatement, ne peuvent que difficilement se toucher de cette manière.

Elle est infiniment plus forte que la force de la gravité.

186. On verra par la preuve suivante, que cette puissance est infiniment plus grande que celle de la gravité. *Newton* a démontré que tous les corps s'attirent mutuellement par la force de la gravité, & que les forces attractives de deux sphéres

homogénes sur les particules de matière placées fort proches de leurs surfaces, sont entr'elles en même proportion que les diamètres des sphéres (*Princip. Lib.* 1, *Prop.* 74, *Coroll.* 2 & *lib.* 3, *Prop.* 8), c'est-à-dire, que si un milieu réfringent est sphérique & de même densité que la terre, la force d'attraction de la terre auprès de sa surface, surpassera la force du milieu auprès de sa surface autant que le diamètre de la terre surpasse le diamètre du milieu, ou presque infiniment, selon notre manière de concevoir. Cependant nous observons qu'un boulet qui ne fait que de sortir de la bouche du canon, s'écarte à peine sensiblement vers la terre par son attraction; & la moindre particule du boulet, si elle étoit séparée des autres, ne s'écarteroit pas plus que tout le boulet; parce que la gravité fait descendre tous les corps de toute espèce & de toute grandeur avec la même vîtesse, en les affectant tous également, soit qu'ils soient joints ou séparés. Donc une particule de lumière qui se meut, pour ainsi dire, infiniment plus vîte qu'un boulet de canon, comme on verra dans l'art. 1119, seroit infiniment moins courbée que la particule du boulet par l'attraction de toute la terre, & elle le seroit encore infiniment moins par l'attraction du milieu sphérique, qui comme on l'a fait voir, seroit infiniment plus foible que celle de la terre. Cependant elle est très-sensiblement courbée ou rompue. Elle doit donc être affectée par quelque puissance du milieu, qui auprès de sa surface, est infiniment plus forte que celle de la gravité.

187. Il est difficile de déterminer la loi exacte de cette puissance réfractive, ou les degrés de sa force à distances données de la surface réfringente. Néanmoins, puisque nous trouvons que les effets de la gravité, qui décroissent comme les quarrés des distances au centre croissent, sont très-sensibles à de grandes distances, nous pouvons conclure que la puissance réfractive d'un milieu que nous trouvons à sa surface infiniment plus forte que la gravité, & qui cependant disparoît à une très-petite distance de cette surface (art. 185), decroît beaucoup plus vîte, ou dans une plus grande proportion que la gravité. *Et décroît beaucoup plus vîte.*

188. Nous pouvons donc conclure raisonnablement que les

Cette seule puissance brise & réfléchit la lumière.

Nevvt. Opt. p. 294.

corps réfléchissent & rompent la lumière par une seule & même puissance qu'ils exercent différemment en différentes circonstances. Car lorsque la lumière passe du verre dans l'air, aussi obliquement qu'il est possible, si son incidence devient encore plus oblique, elle se réfléchit totalement (art. 173); parce que le verre ayant rompu la lumière aussi obliquement qu'il est possible, si l'incidence est ensuite encore plus oblique, la puissance du verre devient trop forte pour laisser traverser aucun de ses rayons, & par conséquent elle les réfléchit tous. Et c'est aussi pour cette raison que les surfaces des corps transparents qui ont la plus grande puissance réfractive, réfléchissent aussi une plus grande quantité de lumière, comme on le fera voir dans le chapitre suivant.

Ses forces en différents corps sont comme leurs densités à fort peu près.

Nevvt. Opt. p. 245.

189. Des différentes raisons des sinus d'incidence & de réfraction dans une grande quantité de différents corps, notre Auteur a aussi conclu que les forces des corps pour réfléchir & rompre la lumière, sont à fort peu près proportionnelles à leurs densités, excepté les corps onctueux & sulphureux qui ont plus de réfraction que les autres de même densité. Par où, dit-il, il paroît, qu'il convient d'attribuer la force réfractive de tous les corps principalement, pour ne pas dire totalement, aux particules sulphureuses & huileuses qu'ils ont en abondance; car il est probable que tous les corps ont plus ou moins de soufre. Et comme la lumière réunie par un miroir brulant, agit avec plus de force sur les corps sulphureux, pour les changer en feu & en flâme; ainsi puisque toute action est mutuelle, les soufres doivent agir avec plus de force sur la lumière. Car on verra par la réflexion suivante que l'action entre la lumière & les corps est mutuelle; c'est que les corps les plus denses qui rompent & réfléchissent la lumière avec plus de force, s'échauffent davantage au Soleil en été, par l'action de la lumière rompue ou réfléchie. Si l'on conçoit dans les corps certaines densités exactement proportionnelles à leurs puissances réfractives, on peut les appeller densités réfractives des corps.

Densités réfractives.

Cette force agit par des lignes perpendiculaires à la surface réfringente.

190. La direction de la force réfractive d'un milieu, qui agit sur les particules de la lumière, est par-tout perpendiculaire à la surface réfringente. Car soit, que cette force soit

une attraction réelle ou une impulsion sur la lumière, occasionnée par le ressort ou la force élastique d'un fluide subtil qui pénétre le milieu, & qui étant par degrés plus dense en dehors qu'en dedans, pousse la lumière vers le milieu par sa plus grande élasticité en dehors qu'en dedans, (*Nevvt. Opt. p.* 323, *&c.*) quelle que soit cette force, si le milieu est uniforme dans toutes ses parties, son action immédiate sur la lumière même ou sur le fluide subtil qui agit sur elle, sera également forte dans chaque point d'un plan parallele à la surface réfringente; quoique son action soit différente dans le plan parallele suivant, & encore plus dans celui qui suit, & ainsi des autres, à mesure que cette puissance s'étend de part & d'autre de la surface du milieu. L'étendue de cette puissance sera donc terminée par deux plans paralleles l'un à l'autre, & à la surface réfringente, & l'on pourra appeller espace d'activité, l'espace compris entr'eux, soit que cette puissance attire ou repousse. Ce qui étant supposé, je dis que la force du milieu agira sur la lumière, soit en l'attirant ou en la repoussant, par des lignes perpendiculaires à sa surface. Car soit p une particule de lumière, qui agit par une force uniforme dans la ligne de parallele à la surface réfringente AB; soit pc une ligne perpendiculaire à ces paralleles, qui coupe de en c; il est évident que l'action de cette force en c fera mouvoir la particule p dans la ligne pc, & si l'on prend deux autres points quelconques d, e, à égales distances de part & d'autre de c, les forces en d & e étant égales & agissant à distances égales pd, pe, également inclinées à pc, ne sçauroient mouvoir p dans aucune autre direction que dans celle de pc; & ce que l'on dit des puissances égales dans la ligne de, doit s'appliquer aux puissances dans chaque ligne parallele à AB, c'est-à-dire, à toute la puissance du milieu réfringent.

Espace d'activité.

Fig. 161.

191. Maintenant lorsqu'un rayon de lumière tombe perpendiculairement sur l'espace d'activité, ses parties sont accélérées ou retardées dans la même direction perpendiculaire, selon que la puissance du milieu agit dans la direction ou contre la direction de leur mouvement; & lorsque ces particules traversent cet espace, elles doivent avoir une vîtesse uniforme.

Manière dont elle agit pour produire les réfractions & les réflexions.

Fig. 161. Mais si un rayon *op* ou *sr* tombe obliquement sur l'espace d'activité *klmn*, la force du milieu agissant alors de côté ou obliquement sur les particules, pliera leur route selon la courbe *pqr*, durant leur passage par cet espace. Car comme la lumière a cette propriété commune avec tous les autres corps, de se mouvoir en avant, en ligne droite, tant que son mouvement n'est détourné par aucune force oblique; ainsi lorsqu'il est détourné, nous pouvons conclure raisonnablement, qu'il suivra les autres loix de mouvement que suivent tous les autres corps. La force du milieu agissant par côté sur sa route oblique, la détournera continuellement d'une direction vers une autre. Mais lorsqu'elle aura traversé l'espace d'activité, elle ira alors en avant, en ligne droite; car étant attirée ou poussée de tous les côtés également, ou ne l'étant point du tout, si elle se meut dans une espace vuide, elle aura la même liberté de mouvement dans l'un & l'autre cas; tout comme un animal environné d'air, quoique pressé violemment de tous les côtés, n'en reçoit aucune impression, mais se meut avec une égale facilité dans toutes les directions. Ainsi l'on voit que la réfraction de la lumière doit se faire de la même manière que si une pierre étoit lancée dans la direction *op*, & que sa route fut pliée en ligne courbe *pqr* par sa pesanteur, ou qu'étant repoussée du côté opposé dans la direction *sr*, elle prit la courbure *rqp* en montant, & supposé que l'attraction de la terre ne s'étendit pas au-delà de la ligne *kl*, la pierre partiroit de là selon la ligne droite *po*. Or la pesanteur de la pierre pourroit être si grande, ou la force de la projection si foible, ou la direction du mouvement si oblique à la ligne horizontale *kl*, qu'elle ne sçauroit monter jusqu'à cette ligne. En ce cas, la pierre descendroit du point le plus haut de sa route par les mêmes degrés de courbure qu'elle auroit eu en montant, & si sa pesanteur venoit à cesser dans tous les points au-dessous de la ligne *mn*, la pierre suivroit la direction prolongée de la dernière particule de la courbe. C'est là le même cas que celui des réflexions par la surface la plus éloignée des milieux denses, lorsque le rayon incident est tellement incliné à cette surface, qu'il est repoussé en arrière dans le même milieu. Jusqu'ici j'ai supposé

que le milieu réfringent étoit contigu à l'espace vuide ; mais la manière dont se fait la réfraction & la réflexion est la même dans la surface commune à deux milieux quelconques. Car comme les forces séparées des milieux agissent selon les mêmes lignes, perpendiculaires à leur surface commune (art. 190), & dans des directions contraires ; la lumière sera affectée par la différence de ces forces de la même manière qu'auparavant. Et si les milieux ont des forces égales, elles se balanceront mutuellement sans produire aucune réflexion ou réfraction. On a déjà remarqué que la largeur perpendiculaire de l'espace d'activité est excessivement petite, & par conséquent dans les expériences physiques, on peut toujours regarder la courbure du rayon, comme formée dans un point physique.

Et en produisant la différente réfrangibilité des rayons. *Nevvt. Opt. p.* 347.

192. Suivant cette théorie, pour produire toute la variété des couleurs & tous les degrés de réfrangibilité, il faut seulement que les rayons de lumière soient des corps de différentes grandeurs ; les moindres pourront produire le violet, qui est la couleur la plus foible & la plus obscure, puisqu'ils peuvent avec plus de facilité être détournés de leur route rectiligne par les surfaces réfringentes ; & les autres étant toujours plus gros, peuvent produire des couleurs plus fortes & plus brillantes, le bleu, le verd, le jaune & le rouge ; parce qu'il est toujours plus difficile de les détourner de la ligne droite. Car les particules de différentes grandeurs, qui tombent dans l'espace d'activité *klmn* par la ligne *op*, ayant différentes forces, peuvent décrire différentes courbes, comme *pa*, *pb*, *pc*, & par conséquent sortir de cet espace sous différents angles. Fig. 163.

Et en rendant les angles de réflexion égaux dans toutes les espéces de rayons.

193. Ainsi les particules hétérogénes peuvent être divergentes les unes des autres par réfraction, sans l'être par réflexion. Car si la ligne de leur incidence *op* est tellement oblique à l'espace d'attraction *klmn*, que toutes les particules soient repoussées en arrière dans le même milieu, elles reviendront en lignes paralleles *rs*, *tu*, *xy*, &c. inclinées à cet espace sous le même angle que celui de leur incidence *op*. Précisément comme différents boulets de différentes grandeurs, chassés du canon *op* sous une position fixe par différentes forces, décrivent différentes courbes comme *pdr*, *pet*, *pfx* &c. & cependant en revenant à terre, ils la frappent Fig. 163.

ſous des angles égaux en *r*, *t*, *x* &c. chacun de ces angles étant égal à l'angle d'élévation *p*. Or comme l'eſpace d'attraction eſt exceſſivement mince, les lignes paralleles, *r s*, *t u*, &c. ſeront ſi unies enſemble, que l'œil ne pourra pas s'appercevoir que les différentes particules de lumière ſoient le moins du monde ſéparées, & par conſéquent la lumière réfléchie & incidente, paroîtra de la même couleur. Et lorſque la lumière incidente eſt compoſée de différents rayons, quoique les particules dans chaque rayon ſoient un peu ſéparées après la réflexion, & s'avancent en différentes lignes, cependant toutes ces lignes différentes ſe mêlent enſemble, ce qui fait paroître blanche la lumière réfléchie, ou de même couleur que la lumière incidente.

Et en produiſant les réflexions des corps opaques & de la premiere ſurface des corps tranſparents.

Fig. 164.

194. Ce que nous avons cité de *Nevvton* dans l'art. 185, nous fait connoître que ſon idée ſur la cauſe & la manière dont ſe fait la réflexion ſur les corps opaques & ſur la première ſurface des corps tranſparents, eſt celle-ci. Si la puiſſance attractive du milieu denſe ABCD ſe termine à la ligne *kl*, où commence ſa puiſſance répulſive, laquelle ſe termine à la ligne parallele *h i*; & qu'un rayon *o p* tombe de l'air dans l'eſpace de répulſion *h i k l*, il ſera continuellement détourné de ſa direction dans une autre, par l'oppoſition de la force répulſive, & ainſi il décrira une courbe *p q r*, juſqu'à ce qu'il ſorte de cet eſpace par le même angle en *r* ſous lequel il s'y étoit plongé en *p*, & alors il continuera, ſelon la ligne droite *r s*. Telle ſera la route de ce rayon, ſi ſa force progreſſive eſt foible, ou ſi la force répulſive eſt aſſez grande pour l'empêcher d'entrer dans l'eſpace d'attraction *k l m n*. Car s'il entre dans cet eſpace, au lieu d'être réfléchi, il ſera rompu vers le milieu denſe. Et dans la réalité, une partie de la lumière incidente, eſt toujours réfléchie & l'autre rompue ſur toutes les ſurfaces tranſparentes; & notre Auteur en a auſſi examiné la cauſe (*Opt. p.* 253). Delà il ſuit, ce ſemble, que la force répulſive d'un milieu denſe eſt moins étendue, ou même plus foible que l'attractive. Car ſi la courbure d'un rayon par la force répulſive, n'étoit pas moindre que la courbure contraire par la force attractive, la réfraction dans un milieu denſe ne pourroit jamais ſe faire vers la perpendiculaire, comme

elle

elle se fait toujours. On peut aussi observer qu'un rayon rompu, dans son passage par la surface d'un milieu transparent, se courbe en arrière & en avant par un mouvement semblable à celui d'une anguille; & notre Auteur remarque une même espèce de mouvement dans le passage d'un rayon par le tranchant ou le côté des corps. Il suit aussi de là que la puissance répulsive ne s'étend pas à une distance sensible du milieu; car si cela étoit, on la découvriroit par une courbure sensible du rayon dans cette étendue: ce qui est contraire à l'expérience.

195. Ainsi, dit notre Auteur, la nature s'accorde toujours avec elle même, en produisant tous les grands mouvements des corps célestes par l'attraction de la pesanteur, qui se trouve dans ces corps, & presque tous les petits mouvements de leurs particules par d'autres forces attractives & répulsives, qui se trouvent dans ces particules. (*Nevvt. Opt. p.* 372). Comme les corps en repos ou en mouvement, ne peuvent pas changer leur état de repos ou la direction de leur mouvement; il s'ensuit que les corps qui se meuvent dans des courbes, comme font les planetes, sont continuellement tirés ou poussés de leur direction dans une autre, par quelque puissance qui agit constamment sur eux; précisément comme les corps jettés dans l'air sont portés dans des lignes courbes par la force de la gravité. Sans supposer aucun autre principe, notre Auteur a fait voir par les raisonnements les plus convaincants quels sont les effets que cette force doit produire parmi les comêtes, les planétes & leurs satellites, lorsque ces corps ont été mis une fois en mouvement; quelles doivent être les figures & les positions de leurs orbites; avec quelle vîtesse ils doivent se mouvoir en différents points; quelle est la proportion qui doit se trouver entre leurs tems périodiques, autour d'un point central, eu égard à leurs distances à ce point; quels dérangements elles doivent produire dans leurs mouvements les uns sur les autres, dans le flux & reflux de la mer, & autres effets semblables. En un mot, il a expliqué exactement toutes les particularités d'un systême planetaire. Ensuite comparant ce systême avec les faits & les observations qui ont été faites sur les mouvements réels, les périodes & les distances des

Caractere distinctif de la philosophie de *Nevvton*.

planètes & des comètes, il a fait voir un accord si exact du systême & des observations, non pas en gros, mais en détail, dans mille circonstances particulières, que les différences qui en ont résulté d'abord, se sont toujours trouvées beaucoup moindres à mesure que les observations sont devenues plus exactes. Or, comme une conformité aussi parfaite avec la raison & l'expérience, est la plus grande évidence que nous puissions avoir pour nous convaincre que cette explication du mécanisme de l'univers en est la vraie explication, & comme c'est là le caractère distinctif de son systême, qu'aucun Philosophe avant lui n'a pû donner au sien propre, parce qu'ils n'étoient pas assez exercés dans la Géométrie; aussi nous a-t-il donné la même preuve qu'il avoit rencontré juste dans la théorie de la lumière. Par exemple, après nous avoir démontré, par des expériences, que la lumière & les corps s'affectent mutuellement à quelque distance, par une certaine force qui se trouve entr'eux, quelle que soit la loi de cette force, il a prouvé mathématiquement, par deux méthodes différentes, que dans toutes les réfractions le sinus d'incidence est au sinus de réfraction en raison donnée, & que dans les réflexions les angles & les sinus sont égaux. (*Opt. p.* 68, *Princip. lib.* 1, *prop.* 94). Je me suis étendu sur cette comparaison, pour réfuter une opinion qui est encore en vogue, même parmi plusieurs sçavants, qui voyant les différents systêmes de Physique qui se sont élevés succéssivement en différents siècles, & qui ont ensuite perdu crédit dans l'opinion des hommes, comme les modes, & ne faisant pas réflexion en quoi le systême de notre Auteur étoit totalement différent de celui des autres, se sont imaginé que dans la suite, il auroit le même sort. Mais on doit avouer que lorsque la raison & l'expérience s'accordent ensemble, un systême qui n'est fondé que sur ces deux principes ne sçauroit changer, & qu'il n'est pas moins immuable que le monde & la vérité même. Je vais conclure ce livre par les autres découvertes de notre Auteur sur les constitutions particulières des corps qui rendent les uns transparents, & les autres opaques & colorés.

REMARQUES.

Après avoir expliqué le sentiment de *Newton* sur la cause de la réfraction & de la réflexion de la lumière, je dois pour remplir mon dessein général, dire quelque chose des opinions des autres philosophes. On en voit quelques-unes dans l'Optique du Dr. *Barrow* & du Dr. *Gregory*. Mais comme la plupart sont trop arbitraires pour mériter une réfutation en forme, je me bornerai à exposer la théorie de Mr. *Leibnitz* qui a été reçue avec le plus d'approbation. Ce sçavant n'étant pas satisfait de la théorie de *Descartes*, fondée sur l'hypothèse que le mouvement de la lumière trouve plus de résistance dans un milieu rare que dans un milieu dense, avance un autre principe par lequel il prétend que le mouvement direct, réfléchi ou rompu de la lumière peut être expliqué dans toute la précision des Mathématiques. Voici son principe & la théorie qui en depend, extrait des actes de *Leipsick* (1682 p. 185) par Mr. *Molineux* (Dioptr. p. 192) *la lumière vient du point rayonnant au point éclairé par le chemin le plus facile* : & il prétend déterminer cette route par rapport aux surfaces planes, pour l'appliquer ensuite aux surfaces concaves & convexes, en considérant les plans qui touchent ces surfaces.

Ainsi dans l'Optique plane ou simple, le rayon direct vient du point C *au point éclairé* E *par la voye la plus courte, le milieu étant toujours le même, c'est-à-dire dans la ligne droite* CE. Fig. 165.

Dans la Catoptrique l'angle d'incidence CEA *est égal à l'angle de réflexion* DEB. Soit C le point rayonnant, D le point qui doit être éclairé & AB un miroir plan; il faut trouver dans le miroir le point E qui doit réfléchir le rayon en D. Je dis que ce point doit être tel, que toute la route du rayon CE + ED soit la plus courte qu'il soit possible, ou qu'elle soit moindre que toute autre CF + FD, en supposant que F soit un autre point du miroir & l'on aura ce point, si l'on prend E de manière que les angles CEA, DEB soient égaux, comme il est évident par la Géométrie. Car prolongez DE au point Z dans la circonférence CDZ dont le centre est E & joignez FZ. L'arc AZ = (DB =) AC, & FZ = FC. Donc CE + ED (= DZ) est moindre que CF + FD ou ZF + FD (*Eucl.* 1. 20).

Dans la Dioptrique les sinus CI *&* GK *des angles d'incidence & de réfraction* CEI, GEK *sont entr'eux reciproquement comme les résistances des milieux.* Soit IE l'air, & EK l'eau ou le verre plus dense que l'air; C un point rayonnant dans l'air, G le point qui doit être éclairé dans le verre. On demande par quelle route le point C ira éclairer G, ou quel est le point E dans la surface AB qui rompant le rayon qui vient de C, l'envoye en G. Ici le point E doit être tel que la route du rayon soit la plus facile de toutes. Mais dans les différents milieux les difficultés de la route ou du progrès sont en raison composée de la longueur du rayon & de la résistance des milieux. Si la ligne *m* représente la résistance que la lumière trouve en passant dans l'air, & *n* celle qu'elle trouve en passant dans le verre; la difficulté de la route de C en E sera comme le rectangle sous CE & *m*, & de E en G comme le rectangle sous EG & *n*. Donc afin que cette difficulté de toute la route CEG soit la moindre possible, il faut que la somme des rectangles CE

$\times m + EG \times n$ soit la moindre de toutes, ou moindre que $CF \times m + FG \times n$; en supposant tout autre point F autre que E. Ensuite par des calculs mathématiques, il trouve que le point E doit être placé de manière que CI sinus d'incidence dans l'air, soit à GK sinus de réfraction dans le verre, comme n à m, c'est-à-dire, dans la raison supposée de la résistance du verre à la résistance de l'air.

Telle est la théorie de Mr. *Leibnitz* qui ajoute que la démonstration catoptrique précédente, se trouve dans *Ptolomée* & autres Anciens, & qu'on la voit encore dans *Héliodore de Larisse* & ailleurs. Mais s'il avoit fait un pas de plus qu'il n'a fait pour appliquer son principe aux surfaces concaves & convexes, comme il promettoit de le faire au commencement; il se seroit bientôt apperçu que ce principe est insuffisant & qu'un rayon ne prend pas toujours la route la plus courte d'un point à l'autre. Par exemple, Fig. 166. soit AEBF un grand cercle d'un miroir concave dont le diamètre est AB & le centre C; prolongez le rayon CB en quelque point D & soit CD le diamètre d'un autre cercle CEDF qui coupe le premier en E & F. Soient dans les arcs CE, CF, deux points quelconques G & H également éloignés de C. Je dis que les rayons qui viennent de G seront réfléchis en H de chacun des quatre points A, E, B, F & que par conséquent trois de leurs routes seront de différentes longueurs. Car joignant EG, EC, EH, les angles d'incidence & de réflexion CEG, CEH seront égaux, puisqu'ils s'appuyent sur les arcs égaux CG, CH de la circonférence ECH. La raison des autres deux cas est fort claire, aussi bien que celle de l'inégalité des trois routes des rayons, puisqu'elles approchent toutes de l'égalité, à mesure que les points G & H s'approchent de C; & qu'elles deviennent toujours plus inégales à mesure que G & H s'approchent de E & F.

Fig. 165. Quant à la démonstration dioptrique où Mr. *Leibnitz* dit que la difficulté de la route de C en E est comme le rectangle sous CE & sous la résistance supposée m, il n'est pas aisé de comprendre son idée sur la difficulté & la résistance. Dans tous les cas connus, le mouvement d'un corps & la résistance qu'il souffre décroissent constamment ensemble, l'action étant toujours égale à la réaction, & par conséquent la difficulté de la route de C en E ne peut gueres s'exprimer par le rectangle sous CE & sous une résistance constante m. Mais quelle que soit la difficulté & la résistance, il est certain qu'elle n'est rien du tout dans le vuide & par conséquent la route la plus aisée pour faire passer dans le vuide un rayon qui est dans un milieu résistant, est de lui faire parcourir la perpendiculaire à la surface réfringente, puisque c'est la route la plus courte quelle que soit la résistance & la difficulté, laquelle ne subsistant plus sur la surface réfringente, le rayon peut prendre toute autre route dans le vuide sans rencontrer aucune difficulté. Et au contraire, en revenant du vuide dans le milieu dense, il devroit prendre la route la plus courte par la même perpendiculaire comme ci-devant: & ainsi lorsque le Soleil brille sur l'atmosphère, tous ses rayons devroient être rompus par des lignes dirigées vers le centre de la terre, ce qui feroit la route la plus courte & la plus aisée dans l'atmosphère, & alors nous verrions exactement le soleil sur nos têtes dans tous les pays & à toutes les heures du jour. Mais il n'est pas surprenant que des conséquences aussi étranges suivent d'une hypothèse aussi arbitraire. Je remarquerai seulement que toutes les autres théories qu'on a imaginées pour expli-

quer la réflexion & la réfraction de la lumière, excepté celle de *Nevvton*, supposent qu'elle frappe les corps & que les corps lui résistent, ce qui n'a jamais été prouvé par aucune expérience. Au contraire, il paroit par l'art. 183 &c. & par les observations de Mr. *Molineux* & du professeur *Bradley* sur la parallaxe des étoiles fixes (*Transf. phil.* N°. 406.) que leurs rayons ne sont du tout point frappés par le mouvement rapide de l'atmosphère de la terre, ni par l'objectif du télescope qu'ils traversent, & l'on voit aussi par la théorie de réfraction de *Nevvton*, qui n'est appuyée que sur l'expérience, que la lumière bien loin de souffrir aucune résistance ou aucun retardement par la réfraction dans un milieu dense, y va plus vîte que dans le vuide, en raison du sinus d'incidence dans le vuide au sinus de réfraction dans le milieu dense & réciproquement (*Princip. lib.* 1. *prop.* 95.)

CHAPITRE VIII.

Sur la transparence, les couleurs & l'opacité des Corps.

D'où viennent les réflexions plus fortes ou plus foibles. *Nevvt. Opt. p.* 220.

196. LEs surfaces des corps transparents, qui ont le plus de puissance réfractive, sont celles qui réfléchissent une plus grande quantité de lumière, c'est-à-dire, celles qui séparent deux milieux qui différent le plus en densités réfractives (art. 189.); & dans les confins des milieux également réfringents, il n'y a point de réfraction. On verra l'analogie qui se trouve entre la réfraction & la réflexion, si l'on fait attention que lorsque la lumière passe obliquement d'un milieu dans un autre qui rompt les rayons en les éloignant de la perpendiculaire, plus la différence de leurs densités réfractives est grande, moins il faut d'obliquité d'incidence pour produire une réflexion totale. (art. 17.) Ainsi les surfaces les plus réfringentes sont celles qui réfléchissent plutôt toute la lumière incidente, & on doit les regarder comme les plus réfléchissantes. Mais on verra encore mieux la vérité de cette proposition, si l'on observe que dans les surfaces communes à deux milieux transparents (comme l'air, l'eau, l'huile, le verre commun, le crystal, le verre des métaux, le crystal d'Islande, l'arsenic blanc transparent, les diamants, &c.) la réflexion est plus forte ou plus foible, selon que la surface a une force réfractive plus ou moins grande; car dans les confins de l'air & du sel gemme, elle

est plus forte que dans les confins de l'air & de l'eau, & encore plus forte dans les confins de l'air & du verre commun ou du cryſtal, encore plus dans les confins de l'air & du diamant. Si quelqu'un de ces corps ſolides tranſparents ou autres ſemblables eſt plongé dans l'eau, la réflexion devient beaucoup plus foible qu'auparavant, & toujours plus foible, s'ils ſont plongés dans des liqueurs plus réfringentes, de l'huile de vitriol bien rectifié ou de l'eſprit de térébenthine. Si l'on diviſe l'eau en deux parties par une ſurface imaginaire, la réflexion dans les confins de ces deux parties eſt tout-à-fait nulle; dans les confins de l'eau & de la glace elle eſt très-petite; & dans les confins de l'eau & de l'huile elle eſt un peu plus grande; dans ceux de l'eau & du ſel gemme encore plus grand; & dans ceux de l'eau & du verre ou du cryſtal ou d'autres matières plus denſes, beaucoup plus grande, ſelon que ces milieux diffèrent plus ou moins dans leurs puiſſances réfringentes. Ainſi dans les confins du verre commun & du cryſtal il ne doit y avoir qu'une réflexion foible, & elle doit être plus forte dans les confins du verre commun & du verre des métaux, quoique je ne l'aie pas encore éprouvé. Mais dans les confins de deux verres de denſités égales, comme de deux objectifs de longs téleſcopes preſſés doucement l'un contre l'autre, il n'y a point de réflexion ſenſible; car on y voit les objets par des rayons tranſmis obliquement au travers d'une tache noire & ronde au contact des verres, mais on ne les voit pas au travers des autres endroits où la lumière eſt réfléchie par l'intervalle entre les verres. On doit dire la même choſe de la ſurface qui eſt entre deux cryſtaux ou deux liqueurs, dans laquelle il ne ſe fait aucune réflexion. Ainſi la raiſon pour laquelle les milieux tranſparents uniformes, comme l'eau, le verre ou le cryſtal, n'ont de réflexion ſenſible que dans leur ſurface extérieure, où ils ſont adjacents à d'autres milieux d'une denſité différente, eſt que toutes leurs parties contigues n'ont qu'un même degré de denſité, & cette denſité uniforme de leurs parties contigues eſt une condition néceſſaire pour la tranſparence du tout.

Opacité produite par une multitude de réflexions internes.

197. Les moindres parties de preſque tous les corps naturels ſont aſſez tranſparentes, & l'opacité de ces corps vient de la multitude des réflexions qui ſe font dans leurs parties intérieures.

† Nevvt. Opt. p. 222.

D'autres ont fait cette observation, & ceux qui ont l'usage des microscopes conviendront avec moi de ce fait. On peut aussi l'éprouver en appliquant quelque corps à un trou par lequel on introduira quelque peu de lumière dans une chambre obscure; car quelque opaque que paroisse ce corps, vû en plein air, il paroîtra par ce moyen évidemment transparent, s'il est assez mince. On ne doit excepter que les corps métalliques blancs qui, à raison de leur densité excessive, paroissent réfléchir presque toute la lumière qui tombe sur leur premiere surface, à moins que par leur dissolution dans les menstrues, ils ne soient réduits à de très petites particules, & alors ils deviennent transparents.

198. Entre les parties des corps opaques & colorés, il y a plusieurs espaces qui sont ou vuides ou pleins d'un milieu d'une densité différente, comme l'eau qui est entre les corpuscules de peinture dont une liqueur est pleine, l'air entre les globules de l'eau qui forment les nuages ou les brouillards & un grand nombre d'espaces vuides d'air & d'eau, mais qui ne sont pas peut-être entiérement vuides de toute matière, entre les parties des corps durs. La vérité de ce fait est évidente par les deux articles précédents. Car par le dernier article, plusieurs réflexions se font dans les parties intérieures des corps, & cela n'arriveroit pas par l'article précédent, si les parties de ces corps étoient continues sans aucun interstice, parce que la réflexion ne se fait que dans la surface qui est entre deux milieux de densité différente par l'art. 196. Constitution des corps opaques & colorés. *Newt. Opt. p. 223.*

Mais on verra encore mieux que cette non-continuité des parties est la principale cause de l'opacité des corps, si l'on fait réflexion que les corps opaques deviennent transparents, lorsqu'on remplit leurs pores d'une matière aussi dense ou presque aussi dense que leurs parties. Ainsi le papier trempé dans l'eau ou dans l'huile, la pierre nommée *oculus mundi*, plongée dans l'eau, le linge huilé ou vernissé, & plusieurs autres corps plongés dans des liqueurs qui peuvent pénétrer tous leurs pores, deviennent plus transparents par ce moyen, que par tout autre. Et au contraire les corps les plus transparents, lorsqu'on vuide leurs pores, ou qu'on sépare leurs parties, deviennent assez opaques; comme les sels ou le papier

mouïllé, ou la pierre *oculus mundi*, lorſqu'on les fait ſécher; la corne ratiſſée, le verre mis en poudre ou fondu, la térébenthine mêlée avec l'eau de pluye, juſqu'à ce que le mêlange ſoit à un certain point ſans être parfait; l'eau changée en petites bulles, ſoit toute ſeule comme une écume, ou en l'agitant avec l'huile de térébenthine, ou avec l'huile d'olive, ou avec quelqu'autre liqueur convenable, ſans l'incorporer parfaitement avec elle.

Conſtitution des corps tranſparents. *Nevvt. Opt. p. 225.*

199. Les parties des corps & leurs interſtices ne doivent avoir qu'une groſſeur déterminée pour devenir opaques & colorés. Car les corps les plus opaques deviennent parfaitement tranſparents, lorſqu'on diviſe ſubtilement leurs parties (comme les métaux lorſqu'on les diſſout dans des menſtrues acides &c.) & à la ſurface des objectifs, dont on a parlé dans l'art. 196, lorſqu'ils ſont fort proches l'un de l'autre, quoiqu'ils ne ſe touchent pas abſolument, il n'y a point de réflexion ſenſible. De même, ſi l'on forme une bulle avec une eau qu'on ait rendue plus tenace en y faiſant diſſoudre du ſavon, & ſi on la couvre d'un verre clair, afin que l'air extérieur ne l'agite pas, & qu'elle ſoit pendant quelque tems en repos, juſqu'à ce que par l'abaiſſement continuel de l'eau elle devienne fort mince, on verra au plus haut où elle eſt plus mince, une tache ronde & noire (comme celle qui eſt entre les deux objectifs), laquelle ſe dilatera toujours plus juſqu'à ce que la bulle crêve. Or cette tache ne paroît noire & tranſparente que faute de réflexion ſenſible, au lieu que les côtés de la bulle qui ſont plus épais que le haut, paroiſſent colorés & opaques par une forte réflexion.

C'eſt à cela qu'on doit attribuer la tranſparence de l'eau, du ſel, du verre, des pierres & des autres corps ſemblables. Car j'ai lieu de croire que ces corps ſont auſſi pleins de pores & d'interſtices entre leurs parties, que les autres corps, mais que leurs parties & leurs interſtices ſont trop petits pour produire des réflexions dans leurs ſurfaces communes.

Explication des anneaux colorés dans les bulles, &c. *Nevvt. Opt. p. 168.*

200. Les taches noires au haut des bulles d'eau & au milieu des objectifs preſſés l'un contre l'autre, ſont toujours environnées d'une multitude d'anneaux concentriques de toutes ſortes de couleurs: & comme la couleur dans chaque anneau eſt

est la même tout autour de sa circonférence, & qu'elle est différente en différents anneaux, aussi est-il évident (par la figure sphérique tant des objectifs que de la bulle d'eau, & par la pesanteur uniforme des particules d'eau qui s'abaissent insensiblement de tous les côtés de haut en bas) que l'épaisseur tant de l'air qui est entre les verres que de la bulle d'eau, est aussi la même dans toutes les parties du même anneau, & qu'elle est différente en différents anneaux. Ce qui fait voir que la couleur particulière d'un anneau dépend de l'épaisseur particulière de l'air ou de l'eau, dans quoi la lumière incidente du jour se réfléchit à l'œil. On voit aussi des anneaux colorés par la lumière transmise au travers de la bulle d'eau & au travers des objectifs, lorsqu'on les tient entre l'œil & la lumière, mais leurs couleurs sont différentes de celles que l'on voit dans les mêmes endroits, par la lumière réfléchie.

Telles sont les apparences générales des anneaux en plein air; mais lorsqu'on fait tomber avec un prisme la lumière homogéne sur les objectifs dans une chambre obscure, la couleur de tous les anneaux, vûe par la lumière réfléchie des verres, est la même que celle de la lumière que l'on fait tomber sur ces anneaux; & dans les intervalles entre les anneaux colorés, on voit d'autres anneaux obscurs, comme la tache qui est au milieu; la lumière incidente est transmise par ces anneaux, & forme d'autres anneaux intermédiaires de la même couleur sur un papier blanc que l'on tient derrière les verres. On doit aussi observer que les diamètres, les largeurs & les intervalles des anneaux de lumières homogénes, de différentes couleurs, sont tous différents; ceux qui sont produits par le rouge homogéne sont les plus grands, ceux qui sont produits par le violet homogéne sont les plus petits, & ceux qui sont produits par les couleurs prismatiques intermédiaires, ont aussi des grandeurs intermédiaires. Par où l'on voit clairement l'origine des anneaux différemment colorés en plein air; c'est que l'air entre les verres, selon ses épaisseurs différentes, est disposé en quelques endroits à réfléchir, & dans d'autres à transmettre la lumière de chaque couleur, & à réfléchir celle d'une couleur dans le même endroit, où il transmet celle d'une autre couleur. Les apparences sont les mêmes,

lorsqu'il y a de l'eau entre les objectifs, excepté seulement que les anneaux sont plus petits.

Explication plus ample de la nature des corps colorés. *Nevvt. Opt. p. 226.*

201. Les parties transparentes des corps, selon leurs différentes grandeurs, réfléchissent les rayons d'une couleur, & transmettent ceux d'une autre couleur, par la même raison que les lames minces ou bulles réfléchissent ou transmettent ces rayons; & je crois que c'est là la cause de toutes les couleurs. Car si une lame mince d'un corps qui est par-tout d'une épaisseur égale, paroît avoir de tous les côtés une même couleur, & si on la réduit en filaments, ou si on la brise en plusieurs fragments, je ne vois pas pourquoi chaque fil ou chaque fragment ne gardera pas sa couleur, ni par conséquent un amas de ces fils ou de ces fragments ne formera pas une masse ou une poudre de la même couleur, qu'avoit la lame avant que d'être rompue. Or les parties de tous les corps naturels étant comme autant de fragments d'une petite lame, doivent par la même raison avoir la même couleur.

Mais on verra que cela est ainsi par la ressemblance de leurs propriétés. Les plumes colorées les plus fines de certains oiseaux, & sur-tout celles de la queue des Paons, paroissent dans la même partie avoir différentes couleurs, selon les différentes positions de l'œil; tout de même que les anneaux dans la bulle d'eau & entre les objectifs; par conséquent leurs couleurs viennent de la finesse des parties transparentes des plumes, c'est-à-dire, de la délicatesse des poils les plus fins, qui naissent des côtés des plus grandes branches latérales ou fibres de ces plumes. Et c'est par la même raison que les toiles de certaines araignées, extrêmement déliées, ont paru colorées, comme quelques-uns l'ont observé, & que les fibres colorées de certaines soies en variant la position de l'œil, ont paru de différentes couleurs. C'est ainsi que les couleurs des soies, des habits & des autres matières, que l'eau ou l'huile peuvent entièrement pénétrer, deviennent plus foibles & plus obscures, lorsque ces matières sont plongées dans ces liqueurs, & qu'elles reprennent leur éclat, lorsqu'elles sont séches; c'est aussi par la même raison que les couleurs des lames fines du talc deviennent foibles & languissantes lorsqu'on les mouille, aussi bien que celles des anneaux dans les objectifs, lorsqu'on insinue de l'eau

entre deux. Les feuilles d'or & quelques eſpèces de verres peints ; & l'infuſion du bois néphrétique, réfléchiſſent une couleur & en tranſmettent une autre, comme ſont les anneaux dans les bulles d'eau & les objectifs, dans les mêmes endroits ; & quelques-unes des poudres colorées, dont les peintres ſe ſervent, changent un peu de couleur, lorſqu'elles ſont broyées bien fin : je ne vois là aucune cauſe de changement de couleur ſi ce n'eſt que leurs parties ont été extrêmement attenuées. C'eſt ainſi que la couleur d'une platine mince varie, lorſqu'on fait varier ſon épaiſſeur. C'eſt pour cette raiſon que les fleurs colorées des plantes & des végétaux étant broyées deviennent communément plus tranſparentes qu'auparavant, ou qu'au moins leurs couleurs changent en quelque manière. De plus en mêlant différentes liqueurs, il ſe fait des productions & des changements de couleurs tout-à-fait ſurprenants & remarquables (*Voyez* Boyle *ſur les couleurs expér.* 20, *p.* 245), dont la cauſe la plus vraiſemblable eſt que les ſels d'une liqueur agiſſent diverſement ſur les corpuſcules d'une autre, ou s'uniſſent avec eux, de manière qu'ils les augmentent ou les diminuent (ce qui ne change pas ſeulement leur volume, mais encore leur denſité,) ou qu'ils les diviſent en corpuſcules plus petits, par où la liqueur colorée peut devenir tranſparente (art. 199) ou les réuniſſent en grumeaux, par où deux liqueurs tranſparentes peuvent former une liqueur colorée (art. 198). Car nous voyons combien ces menſtrues ſalines ſont propres à pénétrer & à diſſoudre les matières où elles ſont appliquées, & que quelques-unes précipitent ce que les autres ont diſſout. De même ſi l'on fait attention aux divers phénomènes de l'atmoſphére, on verra que lorſque les vapeurs commencent à s'élever, elles n'empêchent pas la tranſparence de l'air, étant diviſées en parties trop petites pour produire aucune réflexion dans leurs ſurfaces (art. 199). Mais lorſque pour former les gouttes de la pluye, elles ſe réuniſſent & compoſent des globules de toutes les grandeurs intermédiaires, ces globules étant d'une grandeur convenable pour réfléchir quelques eſpèces de rayons & pour en tranſmettre d'autres, forment des nuages de différentes couleurs, ſelon leurs grandeurs. Et je ne vois pas ce qu'on peut imaginer dans une matière auſſi tranſparente que l'eau, pour

la production de ces couleurs, si ce n'est les grandeurs différentes de ses parties fluides & globuleuses.

ESSAI DU DOCTEUR JACQUES JURIN

Sur la vision distincte & indistincte.

Quand est-ce que l'on voit un objet distinctement.

1. On dit qu'un objet est vû distinctement lorsque ses bords paroissent clairs & bien terminés, & lorsqu'on distingue parfaitement ses différentes parties, si elles ne sont pas trop petites, de manière qu'on puisse aisément les comparer ensemble, par rapport à leur figure, leur grandeur & leur couleur. Par exemple, on voit distinctement les mots de ce livre, lorsque les lettres en paroissent bien terminées, & que l'on distingue parfaitement leur figure & les intervalles qui sont entr'elles, de manière que l'on puisse lire le livre aisément. On voit aussi distinctement une lettre en particulier, lorsqu'on apperçoit clairement & que l'on distingue parfaitement les différentes parties de cette lettre, la liaison de ces parties & les intervalles qui sont entr'elles.

2. Pour une telle vision distincte, on a cru communément jusqu'ici, qu'il falloit que tous les rayons d'un pinceau qui viennent d'un point physique d'un objet, fussent exactement réunis dans un point physique ou au moins sensible de la rétine.

L'union exacte des rayons n'est pas nécessaire.

3. Mais on verra clairement par les expériences suivantes, que l'union exacte de ces rayons n'est pas nécessaire à la vision distincte.

4. Prenez la page où est le titre d'un livre, & où l'on trouve des caractères de trois ou quatre grandeurs différentes, & placez d'abord ce livre à une telle distance, que chaque espèce de caractère vous paroisse parfaitement distincte sans vous fatiguer les yeux. On peut présumer raisonnablement que dans ce cas, les rayons de chaque pinceau qui viennent de chacune de ces lettres, sont exactement réunis en autant de différents points physiques ou au moins sensibles de la rétine.

5. Approchez ensuite peu à peu le livre de manière que les plus petits caractères commencent à vous paroître un peu confus, & que vous ne puissiez pas sans effort ou sans vous tirer les yeux les rendre aussi distincts qu'ils l'étoient auparavant. Tenant alors le livre à la même distance, regardez les caractères un peu plus gros que les premiers & ils vous paroîtront parfaitement distincts, sans la moindre apparence de confusion.

Il suit donc manifestement de l'apparence moins distincte des petits caractères, que dans cette distance, les rayons de chaque pinceau ne sont plus unis exactement dans un point sensible de la rétine, quoique les gros caractères paroissent distincts.

6. Si l'on approche encore plus le livre, les petits caractères seront entièrement confus, & les gros commenceront à paroître indistincts; mais en tenant le livre à la même distance, les caractères encore plus gros que ceux ci paroîtront distincts. En ce cas les rayons sont encore moins exactement réunis en un point, & cependant les plus gros caractères de cette impression paroissent aussi distincts que les deux plus petits l'avoient paru dans les premières expériences.

7. On peut faire auſſi ces expériences d'une façon contraire, en ſe ſervant de lunettes d'une convexité ſuffiſante, ou ſans lunettes, ſi on a la vue courte. Dans ces cas, il faut d'abord tenir le livre à une telle diſtance que chaque eſpèce de caractère paroiſſe auſſi diſtinctement qu'il eſt poſſible : & il faut enſuite l'éloigner ſucceſſivement à de plus grandes diſtances, en ſorte que les plus petits caractères puiſſent les uns après les autres paroître confus pendant que les plus gros conſervent leur diſtinction.

8. Ceux qui feront ces expériences avec aſſez d'attention, verront clairement que nous avons quelquefois la viſion diſtincte, lorſque les rayons de chaque pinceau qui viennent de l'objet ne ſont pas exactement réunis par l'œil dans un point ſenſible de la rétine, & qu'un œil même attentif ne peut pas diſtinguer cette ſorte de viſion diſtincte ſans l'union exacte des rayons, de l'autre eſpèce de viſion diſtincte où les rayons ſont très-exactement réunis dans des points ſenſibles ou même dans des points phyſiques.

9. On peut donc avec raiſon diviſer la viſion diſtincte en deux eſpèces; l'une qui eſt parfaitement diſtincte, qui ſe nomme *viſion parfaite*, & l'autre imparfaitement diſtincte, que je nommerai ſimplement, *viſion diſtincte*. Deux ſortes de viſion diſtincte.

10. La viſion parfaitement diſtincte, ou *la viſion parfaite* eſt celle dans laquelle les rayons de chaque pinceau ſont réunis dans un ſeul point phyſique ou ſenſible de la rétine, comme dans l'art. 4. Viſion parfaite.

11. La viſion imparfaitement diſtincte, ou ſimplement la *viſion diſtincte* eſt celle où les rayons de chaque pinceau ne ſont pas réunis en un ſeul point ſenſible, mais occupent un aſſez grand eſpace, quoique l'objet ſoit vu diſtinctement, comme les plus gros caractères dans les art. 5 & 6. Viſion diſtincte.

12. La *viſion parfaite* dans un œil donné & dans une diſpoſition donnée de cet œil, ne dépend que de la diſtance de l'objet. Elle ne dépend pas de la grandeur de l'objet, excepté ſeulement qu'il faut que l'objet ne ſoit pas aſſez petit pour être imperceptible. Avec cette exception, à quelque diſtance que l'on voie un objet parfaitement diſtinct, on verra auſſi les autres objets à la même diſtance parfaitement diſtincts.

13. La *viſion diſtincte* dans un œil donné & dans une diſpoſition donnée de cet œil, dépend de la diſtance & de la grandeur de l'objet conjointement. Dans l'art. 5 le petit caractère paroît confus, parce qu'il eſt trop proche. Mais à une plus grande diſtance, comme dans l'art. 4, il paroît diſtinct ; & le gros caractère dans l'art. 5, paroît diſtinct à cauſe de ſa grandeur ; mais il paroît confus à une moindre diſtance, comme dans l'art. 6.

14. On voit donc qu'il y a une différence réelle entre la *viſion parfaite* & ce que nous appellons, *viſion diſtincte*. Mon deſſein eſt de rechercher en particulier la raiſon pour laquelle on peut voir un objet diſtinctement ſans la *viſion parfaite* : mais il faut pour cela examiner auparavant les principaux phénomènes qui arrivent lorſque l'on voit les objets confuſément & indiſtinctement, & chercher les cauſes de ces apparences. En faiſant cette recherche, nous parlerons communément de l'objet que nous conſidérons comme étant blanc ou lumineux ſur un fond noir, quoique les phénomènes ſoient les mêmes & ayent la même cauſe, ſi l'objet eſt obſcur ou noir, ſur un fond blanc.

15. Si l'on regarde un objet circulaire à la diſtance requiſe pour la viſion parfaite, ſa peinture ſur la rétine ſera circulaire & proportionnelle en

diamètre à l'angle que l'objet comprend dans l'œil; son bord sera bien terminé, & toutes les parties de la peinture circulaire seront également fortes. Par conséquent l'idée qui en résultera, sera celle d'un cercle également fort dans toutes ses parties & bien terminé.

Phénoméne de la vision indistincte.

16. Si l'on regarde le même objet circulaire à une distance de beaucoup trop petite pour la *vision parfaite*, sa peinture sur la rétine sera circulaire, mais le diamètre en sera plus grand à proportion de l'angle que l'objet comprend dans l'œil : cette peinture ne sera pas également forte dans toutes ses parties, mais le milieu en sera communément plus fort que tout le reste, & il sera environné d'une pénombre qui deviendra toujours plus foible vers le bord, où le limbe paroîtra indistinct & mal terminé. Par conséquent l'idée qui en résultera dans l'esprit, sera celle d'un cercle trop grand & trop foible & indistinct vers le limbe, c'est-à-dire, qu'au lieu de l'apparence A, on aura celle de B, ou C, ou D.

Fig. 167.

17. Il n'est pas difficile de concevoir la cause de ce phénomène. Car puisque, par la supposition, la distance de cet objet circulaire à l'œil est trop petite pour la *vision parfaite* ou *distincte*, il est clair que les rayons de chaque pinceau venant de l'objet, ne peuvent se réunir qu'à un point au-delà de la rétine; par conséquent les rayons de chaque pinceau occuperont un espace circulaire sur la rétine.

Fig. 168.

Soit donc le cercle ABDC, qui représente l'espace circulaire sur la rétine, que l'image de l'objet occuperoit, si elle étoit parfaitement distincte, ou ce qui revient au même, soit ABDC l'espace circulaire dans la rétine, qui est occupé par les centres de tous les pinceaux des rayons qui appartiennent à l'image indistincte de l'objet circulaire. Cet espace circulaire sur la rétine représenté par ABDC sera nommé l'image de l'objet, & quelquefois pour le distinguer des autres apparences, nous le nommerons la *vraie image*. Soit aussi le cercle *fgbc* dont le centre *c* est dans la circonférence du premier cercle ABDC, qui représente l'espace circulaire sur la rétine, qui est occupé par l'un des pinceaux extrêmes des rayons qui viennent de l'objet. Nous appellerons le cercle *fgbc*, le *cercle de dissipation*, parce que les rayons d'un pinceau au lieu d'être réunis dans leur point central *c*, sont dissipés sur tout ce cercle; & le rayon de ce cercle, *cf* ou *cg* sera nommé pour la même raison, *rayon de dissipation*. Soit enfin le cercle a*bdf*C concentrique au premier cercle ou à la *vraie image* ABDC, qui touche le cercle *fgbc* au point *f*.

Vraie image.

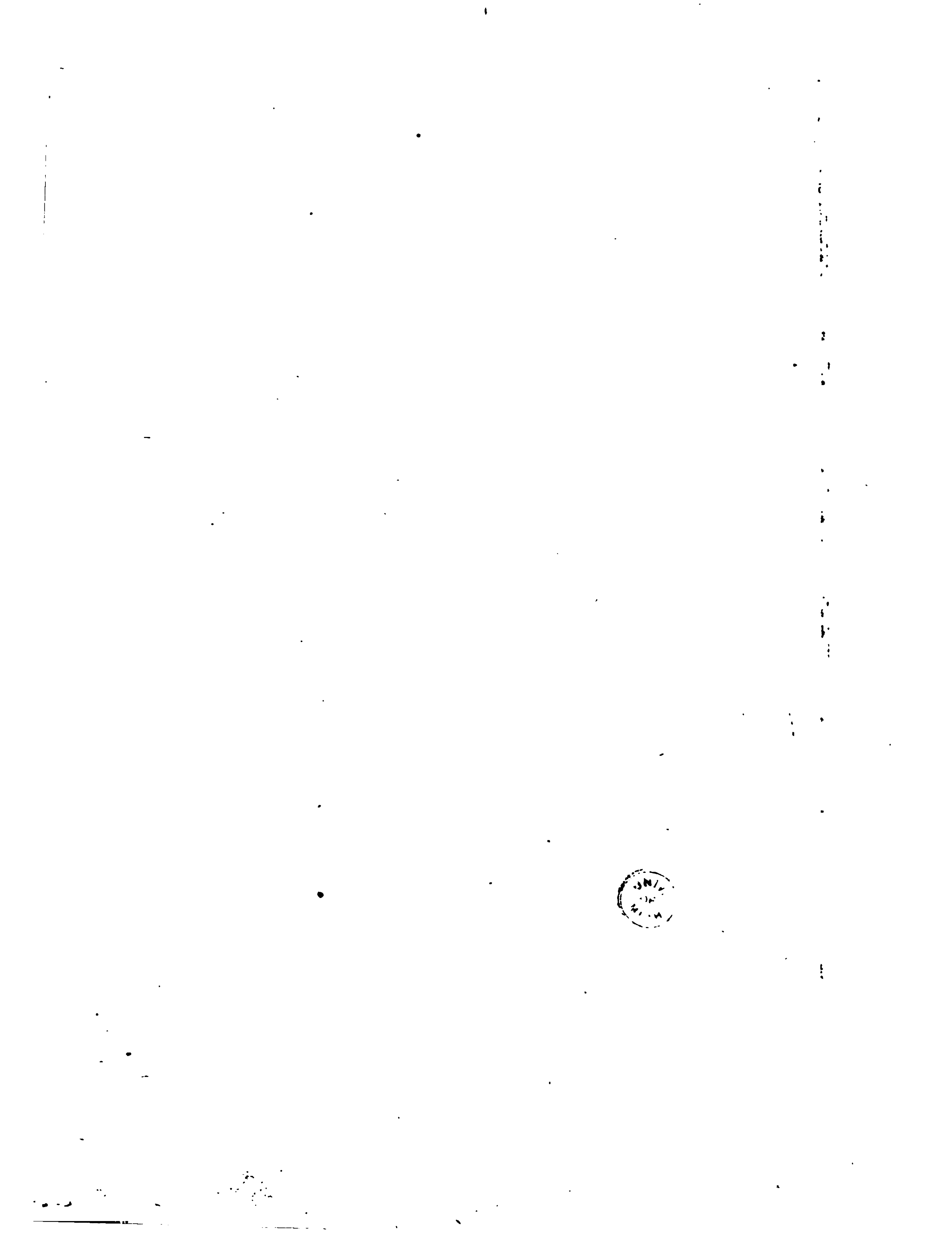
Cercle de dissipation.

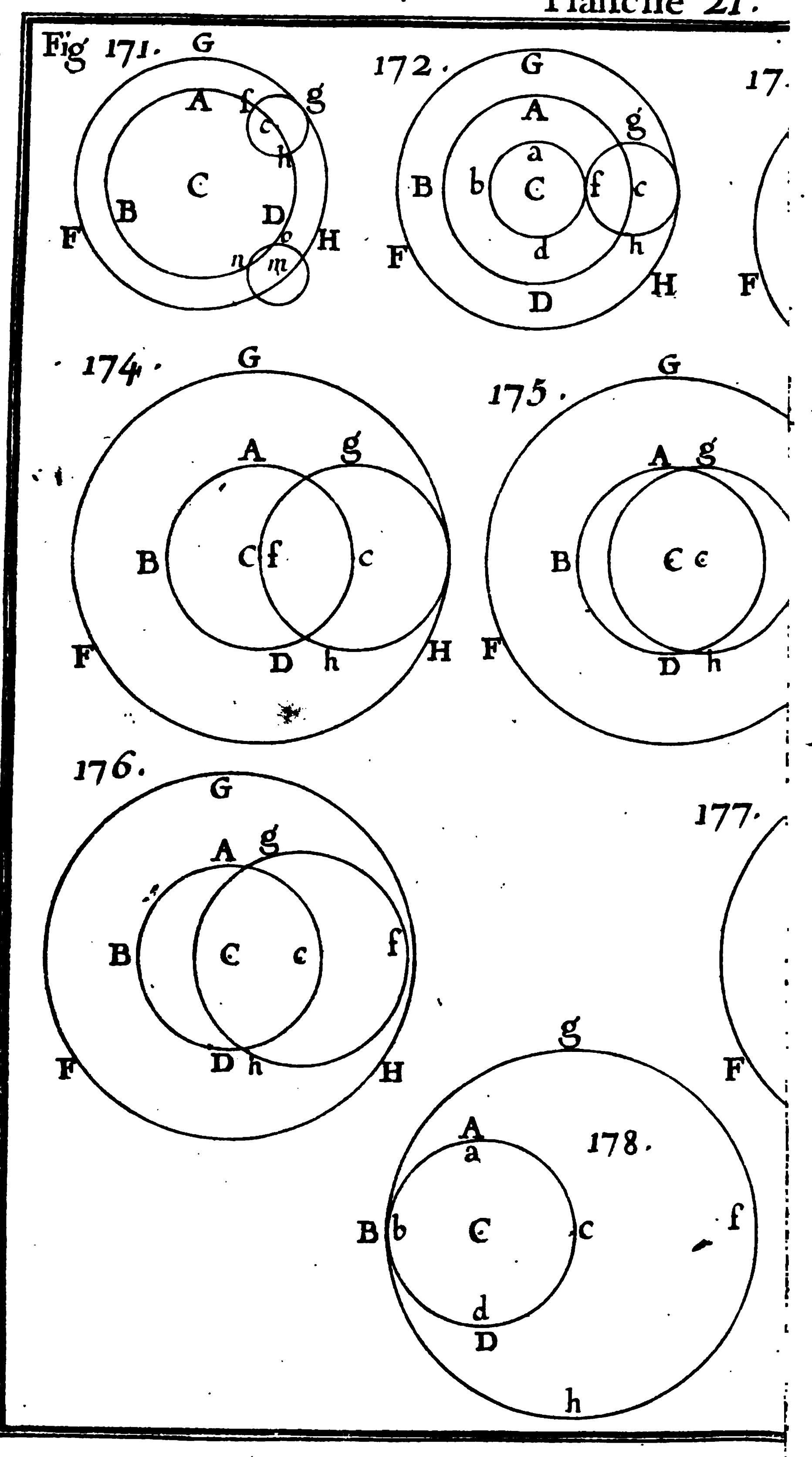
Rayon de dissipation.

18. Je dis maintenant 1°. que la partie de l'image de l'objet circulaire qui est représentée par le cercle *abdf*C, sera également forte dans tous ses points & qu'elle aura la même force que si l'image de l'objet avoit été parfaitement distincte.

Fig. 169.

Pour le prouver, soient les cercles ABDC, *abd*C qui représentent les mêmes choses qu'auparavant, & prenant un point à volonté comme *c*, en dedans du cercle *abd*C, de ce point comme centre, avec le *rayon de dissipation cf* décrivez le cercle *fgbc*. Il est évident que comme le pinceau des rayons dont le centre est le point *c*, est dissipé ou répandu sur tout le cercle *fgbc*, & qu'il contribue par ce moyen à éclairer tous les points ou centres des pinceaux situés en dedans de ce cercle; ainsi de l'autre côté le point *c* doit recevoir la lumière de chaque pinceau dont le centre est situé en dedans du même cercle, où le point *c* donne une partie de sa lumière à




Fig 171.
G
A
f
g
c
h
C
B
D
F
H
n
m
172.
G
A
g
a
B
b
C
f
c
F
d
h
H
D
17
F
174.
G
A
g
B
C
f
c
F
D
h
H
175.
G
A
g
B
C
c
F
D
h
176.
G
A
g
B
C
c
f
F
D
h
H
177.
F
g
A
a
178.
B
b
C
c
f
d
D
h

tous les autres points du cercle *fgbc* & reçoit une partie égale de chacun de ces points ; de sorte qu'il est précisément aussi éclairé, que si les rayons du pinceau n'avoient jamais été dissipés, & s'ils avoient été tous réunis dans ce seul point *c*, comme ils l'auroient été si l'image avoit été parfaitement distincte. Et comme on peut dire la même chose de chaque point en dedans du cercle *abd*C, il est évident que ce cercle entier est aussi fortement éclairé que si l'image avoit été parfaitement distincte & il doit être également fort dans toutes ses parties. Cette partie de la vraie image représentée par le cercle C*abd*, qui ne perd rien de sa lumière par la dissipation, mais qui est aussi fortement éclairée que si elle étoit vue par la *vision parfaite*, & est également lumineuse dans toutes ses parties, se nommera la *fausse image* pour la distinguer de la *vraie*. Fausse image.

19. Je dis en second lieu, que l'anneau circulaire ABD *dba* compris entre les circonférences des deux cercles ABD, *abd*, dont la largeur est égale au *rayon de dissipation*, ou que la partie de la *vraie image* ABDC qui est hors de la *fausse image abd*C, n'est pas aussi fortement éclairée que la *fausse image abd*C & qu'elle devient toujours plus languissante vers son extrêmité. Car si les cercles ABDC, *abd*C représentent les mêmes choses que ci-devant, & si l'on prend deux points en dedans de l'anneau circulaire ABD *dba*, l'un plus en dedans comme *c*, & l'autre plus extérieur comme *m*, des centres *c* & *m* avec les rayons *cf*, *mn* égaux chacun au *rayon de dissipation*, tracez les deux cercles *cbfg*, *mno*, qui coupent la circonférence ABD, aux points *b* & *f*; *n* & *o* respectivement. Fig. 168, 169. Fig. 170.

Il est clair que le pinceau, dont le centre est le point *c*, dissipe ses rayons dans tout le cercle, *cbfg*; mais qu'il ne reçoit point de lumière de chaque point de ce cercle, excepté de ceux qui sont également situés en dedans du cercle ABDC. Donc tous ceux qui sont compris en dedans de la *lunule bf* ne rendent aucune lumière au point *c* en récompense de celle qu'ils en reçoivent. Donc le point *c* donne plus de lumière qu'il n'en reçoit, & paroît par conséquent plus obscur qu'aucun point en dedans du cercle *abd*C, & cet excès d'obscurité est mesuré par l'aire de la *lunule bf*.

On trouvera de même que le point *m* doit paroître plus obscur qu'aucun point dans le cercle *abd*C, & que cet excès d'obscurité est mesuré par la *lunule no*. Mais la *lunule no* est plus grande que la *lunule bf*, & par conséquent le point *m* qui est plus près de l'extérieur de l'anneau, est plus obscur que le point *c* qui est plus intérieur. Tout l'anneau donc est plus obscur qu'aucune partie du cercle *abd*C, & il devient par degrés plus obscur vers le bord extérieur; & dans son extrêmité, il n'a pas la moitié de la lumière d'aucune partie du cercle *abd*C, comme il est évident par l'inspection du cercle *gfbc*, fig. 168.

20. Je dis en 3e. lieu, qu'outre l'anneau que l'on vient de décrire, qui est plus obscur que la *fausse image* ou cercle *abd*C, il y a un autre anneau d'égale largeur, placé hors de la *vraie image* ou cercle ABDC, qui est encore plus obscur, & dont la lumière diminue par degrés vers le dehors, jusqu'à devenir insensible & à disparoître totalement.

Car si ABDC représente la même chose comme dans la fig. 168, & que du centre *c* pris sur un point quelconque de la circonférence ABD, on décrive avec le *rayon de dissipation cg* le *cercle de dissipation cgbf*; & que du centre C on décrive le cercle GFHC qui touche le *cercle de dissipation* Fig. 172.

au point g : il se formera entre les deux circonférences ABD, & GFH un autre anneau ABDHFG de la même largeur que le premier ABD dba, fig. 168, 169, 170.

Ce nouvel anneau recevra la lumière des pinceaux dont les centres sont en dedans du premier anneau; mais il sera plus obscur qu'aucune partie du premier, & sa lumière vers son bord extérieur diminuera par degrés, jusqu'à s'anéantir. Cela est manifeste par l'inspection de la figure, où la lumière reçue par le point i placé sur le bord intérieur de cet anneau, se mesure par le segment circulaire hf, & la lumière reçue par le point m placé près du bord extérieur, se mesure par le segment circulaire beaucoup plus petit no.

Pénombre annulaire. J'appellerai *pénombre annulaire* ce second anneau qui est hors de la *vraie image*, & qui décroît par degrés en lumière vers le dehors.

Il suit de ce qu'on vient de dire, que si l'on nomme r le rayon CA du cercle ABCD ou de la *vraie image*, & ρ le rayon du *cercle de dissipation* $cfgh$, le rayon de la *fausse image* ou du cercle abdC, sera la différence de ces deux rayons ou $r-\rho$, & la largeur de chaque anneau ABD dba (fig. 168), & FGHDBA (fig. 171) sera ρ, & le rayon de toute l'apparence, ou du cercle CFGH sera la somme des rayons de la *vraie image*, & du *cercle de dissipation*, ou $r+\rho$.

Ayant fait voir qu'un objet circulaire vu à une distance trop petite pour la *vision parfaite* ou *distincte*, doit paroître plus fortement éclairé au milieu, & plus foiblement vers les extrêmités, je vais examiner quelques causes particulières de ce phénomène, que j'aurai occasion dans la suite d'appliquer à d'autres sujets.

21. Dans la fig. 168, si le *rayon de dissipation* augmente, la *fausse image* ou le cercle abdC qui conserve toute sa quantité de lumière aussi bien que si l'image étoit parfaitement distincte, deviendra plus petite, & l'anneau ABD dba, avec la *pénombre annulaire* en dehors ABDHFG deviendront l'un & l'autre à proportion plus larges, comme dans les fig. 172 & 173.
Fig. 172, 173. De sorte que l'objet circulaire ayant paru comme B (fig. 167), paroîtra comme C, ou viendra à quelqu'autre apparence par laquelle le noyau qui est parfaitement éclairé, sera toujours plus petit, & l'ombre qui vient des deux anneaux dont on a parlé, sera plus large.

22. Si le *rayon de dissipation* est égal au rayon de la *vraie image*, comme dans la fig. 174, *l'image fausse* ou le cercle Cabd dont le rayon est $r-\rho$ disparoîtra, & l'anneau ABD dba, fig. 172, 173, occupera tout le cercle ABDC. Par conséquent il n'y aura plus aucune partie de l'image qui ait toute la quantité de lumière, comme lorsque l'image est parfaitement distincte, excepté le point central seul qui reçoit de la lumière de chacun des autres points, il n'y aura pas non plus deux points qui soient également éclairés : mais la lumière décroissant de tous les côtés depuis le centre, devient par degrés plus foible vers l'extrêmité, comme on le voit manifestement dans les
Fig. 175, 176. fig. 175. 176. Dans chacune, la mesure de lumière reçue par le point c plus proche du centre dans l'une, & plus éloigné dans l'autre, est exprimée par le segment double gh. Car dans la 1re. où c est plus proche du centre C de l'image, le double segment gh & par conséquent la lumière qui tombe sur c, est plus grand que dans la fig. 176 où le point c est plus loin du milieu de l'image.

22. Si

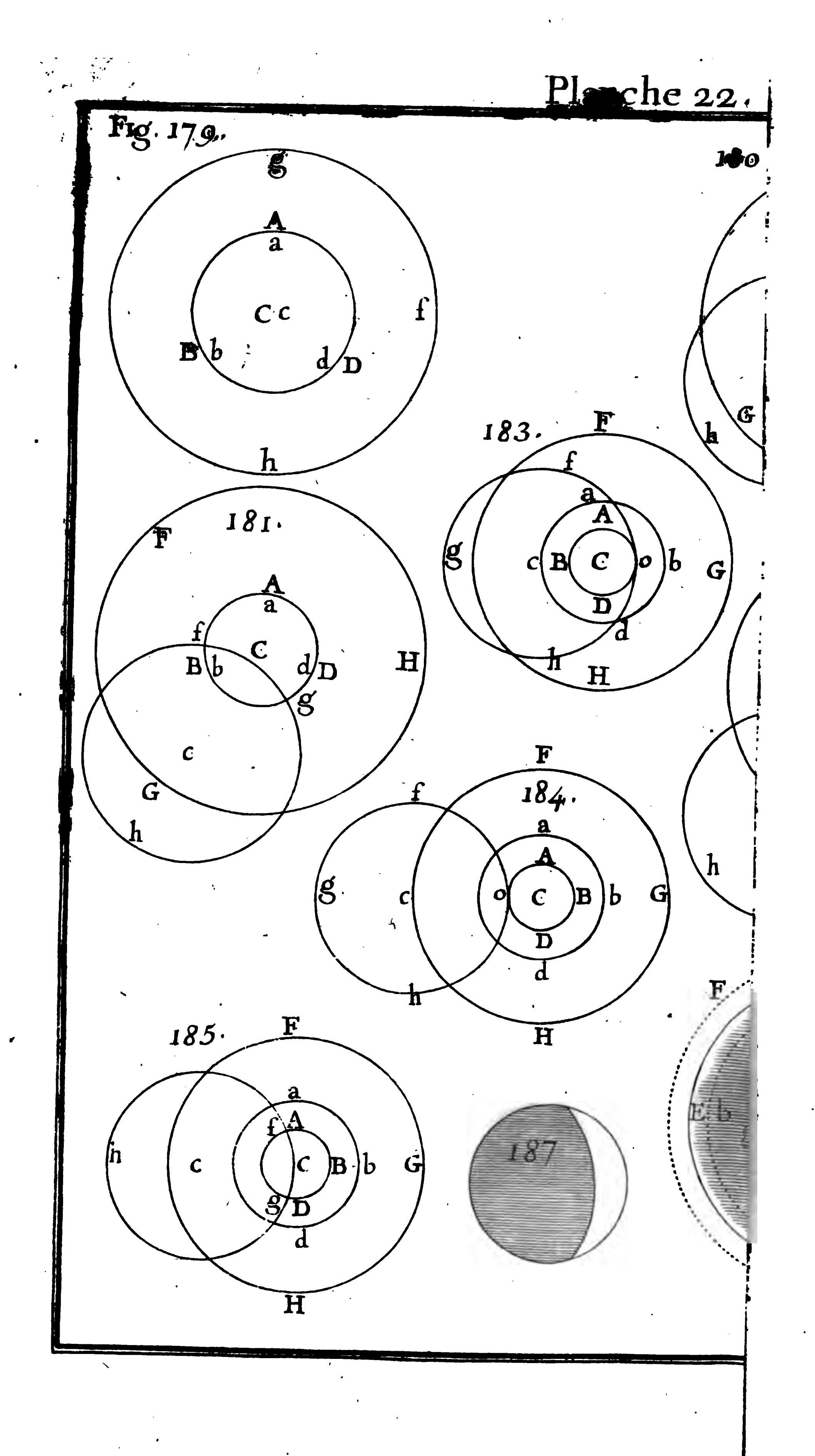


Fig. 179.
g
A
a
C c
f
B b
d D
h
180
G
h
183.
F
f
a
A
g
c B C o b G
D
d
h
H
181.
F
A
a
f
C
B b
d D
H
g
c
G
h
F
184.
f
a
A
g
c
o C B b G
D
d
h
H
185.
F
a
f A
h c C B b G
g D
d
H
187
F
E b

23. Si le *rayon de dissipation* surpasse le rayon de la *vraie image*, comme dans la fig. 177, il y aura encore une portion de la *vraie image* qui sera plus fortement éclairée que le reste, mais non pas aussi fortement que par la *vision parfaite* & qui sera également lumineuse dans toutes ses parties. Cette portion sera placée au milieu de la *vraie image* & environnée d'une apparence moins lumineuse qui décroîtra par degrés vers le bord extérieur. Fig. 177.

Car soit le cercle CABD qui représente, comme ci-devant, la *vraie image* de l'objet circulaire sur la rétine; si l'on prend un point comme *c* dans la circonférence ABD & que du centre *c*, avec le *rayon de dissipation cb* plus grand que C*c* rayon de la *vraie image*, on décrive le *cercle de dissipation cfgb*: si de plus du centre C avec le rayon C*b* égal à la différence entre le *rayon de dissipation bc* & le rayon de la *vraie image* C*c*, on décrit le cercle C*abd*, qui touche en dedans le *cercle de dissipation* au point *b*: si enfin du même centre C avec le rayon C*g* égal à la somme du *rayon de dissipation cg* & du rayon de la *vraie image* C*c*, on décrit le cercle CFGH qui touche le *cercle de dissipation* en dehors au point *g*:

24. Je dis 1°. que la partie de la *vraie image* représentée par le cercle C*abd*, sera également lumineuse dans toutes ses parties. Car le point *b* dans la circonférence de ce cercle, sera éloigné de *c*, qui est le point le plus distant de la *vraie image*, précisément de la distance du *rayon de dissipation bc*, & il recevra par conséquent la lumière de ce point *c*. A plus forte raison le point *b* recevra-t-il la lumière de tous les autres points de la *vraie image* qui en sont moins éloignés que le point *c*; & encore plus tous les autres points en dedans de la circonférence *abd*, recevront-ils la lumière de chaque point de la *vraie image*.

Puisque donc chaque point de ce cercle C*abd* reçoit la lumière de chaque point de la *vraie image*, ce cercle doit être également éclairé dans toutes ses parties.

25. Je dis 2°. que ce cercle C*abd* ne sera pas aussi fortement éclairé que dans la *vision parfaite*.

Car puisque chaque point de ce cercle comme C, répand sa lumière dans un cercle aussi grand que le *cercle de dissipation*, & ne reçoit de la lumière que du cercle ABD moindre que le cercle *de dissipation*, il est manifeste que ce cercle dissipe plus de lumière qu'il n'en reçoit, & que par conséquent il doit être moins lumineux que s'il étoit vu par la *vision parfaite*.

26. Je dis 3°. que ce cercle C*abd* sera environné d'une apparence moins lumineuse & qui décroîtra par degrés vers son extrêmité extérieure:

Car on verra autour de ce cercle l'anneau *abd* DBA & en dehors de cet anneau la *pénombre annulaire* ABDFGH de la même manière & par les mêmes raisons, comme dans les art. 19, 20.

27. Ce cercle C*abd*, qui est également lumineux dans toutes ses parties, & plus brillant que tout le reste de cette apparence, quoique moins brillant que s'il étoit vu par la vision parfaite, se nomme pour cela *image fausse languissante*. Image languissante.

Ce que l'on a dit, fait voir évidemment que si l'on nomme, comme ci-devant, le rayon de la *vraie image* r, & le *rayon de dissipation* ρ, le rayon de *l'image fausse languissante* sera $r - \rho$; la largeur du premier anneau en dehors de *l'image fausse languissante*, sera $r - 2\rho$; la largeur du second

anneau ou de la *pénombre annulaire* sera ϱ & le rayon de toute l'apparence ou du cercle GFH sera $r + \varrho$, ces deux derniers les mêmes que dans l'art. 20.

Et si le *rayon de dissipation* devient plus grand, le rayon de *l'image fausse languissante* C*abd* augmentera & s'approchera de celui de la *vraie image* CABD; par ce moyen l'anneau *abd* DBA deviendra plus étroit.

Fig. 178, 179. 28. Si le *rayon de dissipation* est égal au diamètre de la *vraie image* comme dans les fig. 178, 179, *l'image fausse languissante* ou le cercle C*abd* dont le rayon est $\varrho - r$ ou $2r - r = r$, se confondra avec la *vraie image* CABD & cette image sera également éclairée dans toutes ses parties; mais chaque point n'aura qu'un quart de la lumière, & toute l'image ne sera qu'un quart aussi forte qu'elle l'auroit été par la *vision parfaite*.

Fig. 178. Car chaque point comme *c* pris dans l'extrêmité de l'image CABD, dispersera sa lumière dans le cercle *gfbc* & ne recevra de lumière que du cercle ABDC qui n'est que le quart du *cercle de dissipation*. Et tout autre point comme *c* dans le milieu de l'image CABD, dispersera de même sa lumière dans le cercle *gfbc* & ne la recevra que du cercle ABDC qui est précisément le quart du *cercle de dissipation*. Donc le milieu & les extrêmités de l'image ABDC seront également éclairés, ayant chacun un quart de la lumière qu'ils auroient eue, si l'image avoit été parfaitement distincte.

Fig. 179.

29 L'Anneau *abd* DBA, fig. 177, dont la largeur étoit $\varrho - 2r$, & qui étoit compris par les circonférences de *l'image fausse languissante* & de la *vraie image*, disparoît dans le cas présent, parce que ces deux circonférences sont coïncidentes.

30. Mais il paroît encore que la *pénombre annulaire*, qui environne l'image, est plus languissante que l'image & devient par degrés plus foible vers l'extrêmité, où elle disparoît & s'anéantit; & la largeur de cette *pénombre annulaire* sera égale au *rayon de dissipation*.

Fig. 180, 181, 182. Car soit le cercle ABDC qui représente, comme ci-devant, la *vraie image* de l'objet circulaire sur la rétine & avec le rayon CG, composé de CA rayon de la *vraie image* & du *rayon de dissipation* ajoutés ensemble, tracez le cercle GFHC concentrique au cercle ABDC. L'anneau GFHDAB compris entre les deux circonférences GFH, & ABD, sera égal en largeur au *rayon de dissipation*.

De plus d'un point quelconque de cet anneau, comme *c*, avec le rayon *cg* égal au *rayon de dissipation*, décrivez le *cercle de dissipation* *cfgb*:

31. Je dis 1°. que ce rayon formera une *pénombre* plus languissante que l'image.

Car le point *c* ne recevra de lumière que des pinceaux dont les centres sont placés dans le segment circulaire *fg*. Donc ce point *c*, & par conséquent chaque point de l'anneau sera moins éclairé que chaque point en dedans de l'image; puisque chaque point en dedans de l'image, comme nous l'avons dejà vu (art. 28) reçoit la lumière de chaque autre point en dedans de l'image.

32. Je dis 2°. que cette *pénombre* deviendra par degrés plus languissante vers son bord extérieur & qu'à son extrêmité elle s'évanouïra.

Car si le point *c* s'éloigne par degrés vers le bord extérieur, comme dans les figures 180, 181, il est manifeste par l'inspection des figures, que le

segment circulaire *fg* & par conséquent la lumière dérivée de ce segment au point *c*, diminuera par degrés; & lorsque le point *c* arrive tout-à-fait à l'extrêmité de l'anneau, comme dans la fig. 182, le segment *fg* & la lumière qui en est dérivée, doivent disparoître & s'anéantir, le *cercle de dissipation* touchant alors le cercle ABD.

33. Si le *rayon de dissipation* surpasse le diamètre de la *vraie image*, il se joindra à la *vraie image* un anneau de lumière dispersée, lequel sera éclairé également comme la *vraie image*, de sorte que la *vraie image* jointe à cet anneau formeront ensemble une apparence ou une *image fausse languissante* également forte dans toutes ses parties, mais d'une force beaucoup moindre que si l'image étoit parfaitement distincte. Il se formera aussi autour de cette apparence ou *image fausse languissante*, une *pénombre annulaire*, dont la lumière diminuera par degrés vers son bord extérieur & s'anéantira totalement à l'extrêmité.

Car dans les fig. 183, 184, 185, soit le cercle ABDC qui représente, comme ci-devant, la *vraie image* de l'objet circulaire sur la rétine; décrivez avec le rayon CG composé de CA rayon de la *vraie image* & du *rayon de dissipation*, un nouveau cercle FGHC concentrique à la *vraie image* ABDC. Décrivez aussi avec le rayon C*b* égal à la différence entre le *rayon de dissipation* & le rayon de la *vraie image*, un troisième cercle C*abd* concentrique aux deux premiers.

34. Je dis 1°. que l'anneau ABD*dba* compris entre la circonférence ABD de la *vraie image* & l'autre *abd*, sera autant éclairé que la *vraie image* ABDC.

Car soit pris un point comme *c* dans le bord extérieur de cet anneau & avec le rayon *co* égal au *rayon de dissipation*, soit tracé le cercle *cofgh*. Ce cercle touchera la circonférence de la *vraie image* dans le point *o* opposé à *c*; parce que *co* est le *rayon de dissipation* & *c*C, par la construction, est égal à la différence entre ce rayon & le rayon C*o*. Donc le point *c* recevra la lumière de chaque pinceau dont le centre sera dans la *vraie image* ABDC & sera par conséquent autant éclairé que chaque point en dedans de la *vraie image*. A plus forte raison, tout autre point de l'anneau placé plus en dedans que le point *c*, sera autant éclairé que chaque point de la *vraie image*: Donc tout l'anneau sera autant éclairé que la *vraie image* & formera avec elle une apparence uniforme, sans aucune distinction, c'est-à-dire, une *image fausse languissante*, comme celle dont il est parlé dans les art. 23 &c. Fig. 183.

35. Je dis 2°. que toute cette apparence ou *image fausse languissante*, composée de l'anneau ABD*dba* & de la *vraie image* CABD, sera d'une force beaucoup moindre, que n'auroit été la *vraie image* formée par la *vision parfaite*. Car la lumière de tous les pinceaux qui appartiennent à la *vraie image*, auroit été dans le cas de la *vision parfaite*, concentrée dans cette image seule, au lieu qu'elle est maintenant dispersée dans toute l'apparence ou *image fausse languissante* composée de l'anneau & de la *vraie image*, & par conséquent elle auroit été beaucoup plus forte; outre qu'une partie de cette lumière est encore dispersée au delà de l'anneau.

36. Car je dis 3°. que l'anneau *abd* HFG compris entre les deux circonférences *abdc* & HFG, forme une *pénombre* tout autour de l'*image fausse languissante* dont on vient de parler, laquelle diminue de force par degrés vers son bord extérieur & disparoît totalement au bord.

Car le point *c* étant placé au bord intérieur de cet anneau (fig. 183) est

aussi lumineux qu'aucun point de la *vraie image*, comme on l'a déja prouvé dans l'art. 34. & lorsque ce point *c* est placé dans le bord extérieur de cet anneau, (fig. 184) la lumière y disparoît totalement, puisque le *cercle de dissipation cfgo* ne fait que toucher la *vraie image* au point *o*. Donc tous les points intermédiaires de l'anneau, comme *c*, doivent être éclairés par les degrés intermédiaires de lumière décroissante vers le bord extérieur de l'anneau; c'est-à-dire que l'anneau doit former une *pénombre* décroissante par degrés vers le bord extérieur & dont la lumière disparoît au bord même.

Fig. 184. Fig. 185.

37. On voit par cette construction, que si l'on nomme, comme ci-devant, *r*, le rayon de la *vraie image*, ρ le rayon de *dissipation*, celui de l'*image fausse languissante* sera $\rho - r$, le rayon de toute l'apparence sera $\rho + r$ & par conséquent la largeur de la *pénombre annulaire* sera $2r$.

38. Si le rayon de la *vraie image* est extrêmement petit par rapport au *rayon de dissipation*, *l'image fausse languissante* ou le cercle C*abd*, dont le rayon est $\rho - r$, sera à fort peu-près égal au *cercle de dissipation*; & la largeur de la *pénombre annulaire abd* HFG, dont la largeur est $2r$ (par l'art. 37) sera extrêmement petite, de sorte que toute la pénombre sera presque insensible.

Remarques sur la pénombre annulaire.

39. Je ne dois pas oublier de faire ici une ou deux remarques générales sur ces *pénombres annulaires* des objets circulaires, lorsque le *rayon de dissipation* est donné.

1°. La *pénombre annulaire* sera plus sensible auprès de son bord extérieur, lorsque l'objet est plus brillant, que lorsqu'il est moins lumineux.

Car la lumière dans un point donné de la *pénombre annulaire*, tout étant égal, sera proportionnelle à la clarté de l'objet. Donc si à une distance donnée du bord extérieur de la *pénombre annulaire* d'un objet brillant, la lumière est précisément aussi forte qu'il le faut pour affecter les sens, elle ne les affectera nullement à la même distance, lorsque l'objet sera moins lumineux.

2°. La *pénombre annulaire* sera plus sensible auprès de son bord extérieur, lorsque l'objet est plus grand que lorsqu'il est plus petit.

Car la lumière dans un point donné de la *pénombre annulaire*, tout étant égal, sera proportionnelle au segment circulaire que le *cercle de dissipation* dont le point donné est le centre, coupera dans la *vraie image*. Soit donc le point *m* dans la fig. 171 auprès de l'extrêmité extérieure de la *pénombre annulaire*, tel que la lumière dans ce point soit précisément assez forte pour affecter les sens. Le *cercle de dissipation* qui appartient à ce point *m*, coupera dans la *vraie image* ABDC un segment circulaire *no* d'une épaisseur donnée. Mais si l'on diminue l'objet circulaire ou sa vraie image ABDC, le segment circulaire *no* dont l'épaisseur est donnée, aura moins de largeur & par conséquent sera moins grand. Donc la lumière au point *m* ne sera pas assez forte pour affecter l'œil.

40. Comme la raison de tous ces phénomènes n'est tirée que de ce seul principe, qu'un pinceau de rayons qui viennent de l'objet n'est pas réuni à un point sur la rétine, mais qu'il y occupe un espace circulaire; il est évident que dans tous les cas où un pinceau occupe un espace circulaire sur la rétine, les phénomènes seront les mêmes.

Mais lorsqu'un objet est trop éloigné pour la *vision parfaite*, les rayons d'un pinceau qui vient de cet objet, sont convergents & se réunissent dans un

point avant que d'arriver à la rétine, & étant divergents de ce point, ils occupent un espace circulaire sur la rétine.

Donc tous les phénomènes précédents arrivent aussi, lorsqu'un objet circulaire est placé à une trop grande distance pour la *vision parfaite*.

41. Mais l'œil humain, comme nous aurons occasion de le faire voir dans la suite, lorsqu'il n'est pas trop applati par la vieillesse, n'est fait que pour voir distinctement à une distance modérée de nos corps, & il n'est pas propre à découvrir clairement & avec une distinction parfaite, les objets fort éloignés, même ceux qui le sont beaucoup moins que les planètes & les étoiles fixes. Donc une planète ou une étoile fixe doit produire dans nos yeux les phénomènes dont nous avons parlé & nous ne devons pas négliger d'en examiner ici les principaux.

42. La pleine Lune doit paroître plus grande qu'un objet circulaire qui comprend un angle égal & qui est vu par la *vision parfaite*.

Car par l'art. 20. si le cercle ABDC, fig. 171, représente la *vraie image* de la pleine Lune sur la rétine, ou l'image d'un objet circulaire vu par la *vision parfaite*, & qui comprend un angle égal à celui de la pleine Lune, on verra hors de ce cercle une *pénombre* représentée par l'anneau ABDHFG, qui étant ajoûté au cercle ABDC, formera l'apparence totale GFHC, plus grande que ABDC.

43. Si la Lune, au lieu d'être un globe, n'étoit qu'un disque plan, un peu scabreux, de manière qu'elle réfléchît la lumière également de tous les côtés de chacune de ses parties, elle formeroit alors tous les phénomènes dont on a parlé dans les art. 18, 19, 20.

Par exemple, si ce disque plan comprenoit dans l'œil un angle de 32′ & que par conséquent la *vraie image* ABDC (fig. 168) sur la retine, fût correspondante à un angle de 32′ compris par ce disque dans l'œil, & que le *rayon de dissipation* dans l'œil humain fût correspondant à un angle de 2′ compris dans l'œil par un objet fort éloigné, comme je crois qu'il l'est communément dans tous les yeux que l'on regarde comme bons, lorsqu'ils contemplent les objets célestes; alors par l'art. 18. une partie de la *vraie image*, représentée par le cercle *abd* C, seroit plus brillante que le reste, & le diamètre de cette partie seroit de 28′: mais par l'art. 19 une autre partie de la *vraie image* représentée par l'anneau *abd* DBA de 2′ de largeur. diminueroit par degrés jusques à son bord extérieur ABD, où elle auroit moins de clarté que la moitié de celle de la partie *abd* C: & cet anneau par l'art. 20, seroit environné de la *pénombre annulaire* ABDHFG, fig. 171, qui a aussi deux minutes de largeur, laquelle après avoir eu le même éclat que le bord extérieur de l'anneau en dedans, deviendroit par degrés plus foible vers son bord extérieur & y disparoîtroit totalement. De sorte que la largeur de toute l'apparence composée de la *vraie image* & de cette *pénombre annulaire* seroit de 36′, excepté qu'une petite partie extérieure de cette *pénombre annulaire* seroit trop languissante pour être apperçue & par conséquent la largeur de toute l'apparence doit être moindre que 36′.

44. De plus, si la surface de la Lune quoique sphérique, n'est ni polie, ni considérablement inégale, mais un peu scabreuse de toutes parts, de sorte qu'elle réfléchisse également la lumière de tous les côtés par chacune de ses parties; cette lumière en sera réfléchie précisément de la même

manière qu'elle le seroit par les parties correspondantes d'une surface plane; que l'on conçoit de même un peu scabreuse, & qui est la projection des parties de la surface sphérique faite par l'œil. Par conséquent cette Lune sphérique scabreuse doit donner les mêmes phénomènes que le plan scabreux de l'art. précédent.

45. Cependant c'est un fait que la Lune ne donne pas tous ces phénomènes. Le milieu n'en paroît pas plus brillant que le bord. Au contraire, le bord de la Lune à un ou deux pouces de largeur, paroît aussi brillant & même plus que le milieu. Quelle est la cause de cette apparence, à laquelle il paroît par nos raisonnements précédents que nous n'avions pas lieu de nous attendre ?

46. Cette apparence vient, si je ne me trompe, des deux causes suivantes.

1°. Nous donnons au milieu de la Lune une foible ressemblance avec la face de l'homme, & ce milieu étant plus obscur que les autres parties, & étant aussi plus enfoncé, quelques philosophes l'ont pris pour différentes mers dans la Lune. Mais la partie extérieure de la Lune paroît avoir beaucoup moins de proportion avec ces parties obscures. C'est là une des raisons pour lesquelles la partie extérieure doit paroître plus brillante que celle du milieu.

2°. Quand même la partie extérieure de la Lune seroit en même proportion que le milieu en ce qui regarde les cavités que l'on prend pour des mers; elle devroit paroître plus brillante que le milieu. Car la mer qui est au milieu est directement exposée à l'œil & par conséquent elle paroît dans toute sa grandeur à proportion de la terre; mais les mers qui sont vers les bords sont cachées totalement à l'œil ou en grande partie, par l'élévation des terres, à raison de la convexité de la figure sphérique; précisément comme les rochers à *Douvre* sont tellement exposés à un œil fort élevé & qui les voit obliquement, qu'ils paroissent se joindre à ceux de *Calais* & lui cacher par ce moyen l'eau qui est entre deux; ou comme l'eau d'une rivière est cachée à un œil placé sur une montagne par l'union apparente de ses bords opposés.

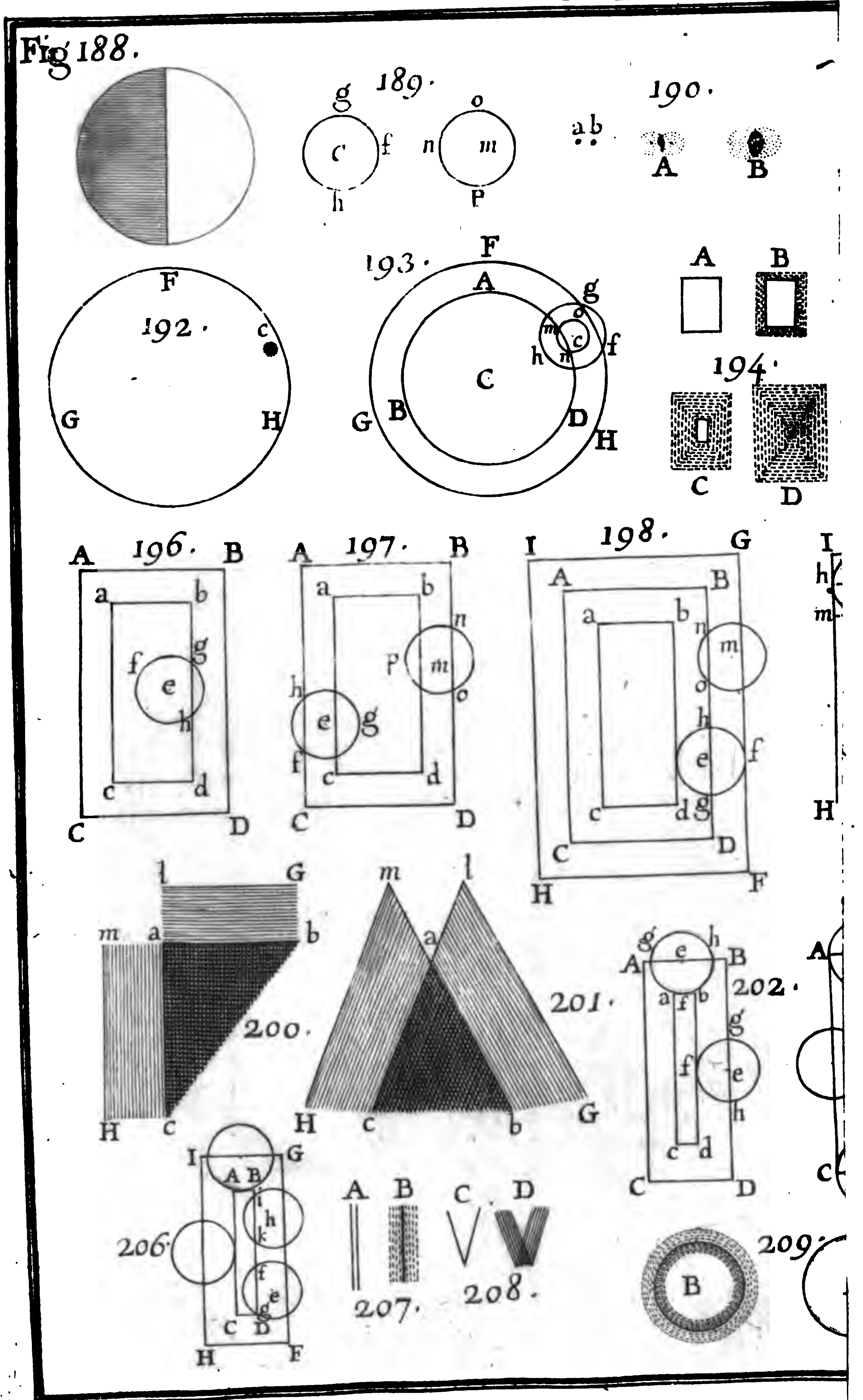
47. Ces deux causes peuvent concourir à rendre le bord de la Lune, malgré la dissipation de sa lumière par la vision indistincte, beaucoup plus fort que le milieu, ou la lumière n'est pas perdue par la dissipation.

Par exemple, si le limbe par la vision distincte est plus de deux fois aussi brillant que le milieu, il peut quoiqu'il perde la moitié de sa lumière par la dissipation, être encore plus brillant que le milieu de la Lune.

48. La seconde de ces deux causes peut nous donner la raison pour laquelle la *pénombre annulaire*, qui par notre théorie doit environner la Lune, peut décroître fort lentement en quantité de lumière vers son bord extérieur, de manière que l'inégalité de clarté entre ses parties extérieures & intérieures soit moins sensible qu'elle ne l'auroit été sans cela.

Car si un point comme c, fig. 171, est fort proche du bord intérieur de cette *pénombre* & un autre comme m fort proche du bord extérieur, la lumière qui tombe sur le premier point c sera en proportion beaucoup moindre avec celle qui tombe sur le second point m, que n'est la proportion entre les segments circulaires fb, no, qui sont formés dans la *vraie image*

Planche 23.


Fig 188.
189.
g
c
f
h
n
m
o
p
190.
a b
A
B
192.
F
c
G
H
193.
F
A
g
o
m
c
f
h
n
C
G
B
D
H
A
B
194.
C
D
196.
A
B
a
b
f
g
e
h
c
d
C
D
197.
A
B
a
b
n
p
m
o
h
e
g
f
c
d
C
D
198.
I
G
A
B
a
b
n
m
o
h
e
f
c
d
g
C
D
H
F
l
G
m
a
b
200.
H
c
m
l
a
201.
H
c
b
G
g
e
h
A
B
a
f
b
202.
f
g
e
h
c
d
C
D
I
G
A B
i
h
k
206
f
e
g
C
D
H
F
A
B
C
D
207.
208.
B
209.

ABDC par leurs *cercles* respectifs de *dissipation cfgh*, *mno*, par la raison que le segment *no* à proportion de sa grandeur, donne une plus grande quantité de lumière que le segment *fh*.

49. Et si nous ajoûtons à cette considération, que le bord extérieur de la *pénombre annulaire* a l'avantage sur l'autre, que sa lumière est relevée par la comparaison de l'obscurité contigue du ciel, on verra clairement que les degrés de lumière vers le bord extérieur de cette *pénombre* doivent à peine différer sensiblement des autres.

50. Mais il se présente une autre difficulté. Si la Lune paroît à nos yeux de 36′ de large, quoique réellement sa *vraie image* ne soit que de 32′, les anciens Astronomes & ceux même parmi les modernes qui ont observé avec des pinnules simples, comme l'illustre *Hevelius*, doivent avoir trouvé le diamètre moyen apparent de la Lune, beaucoup plus grand qu'on ne le trouve par les pinnules télescopiques, c'est-à-dire, par la *vision parfaite* ou au moins *distincte*.

51. Je réponds que les observations qui nous sont venues des anciens, sont probablement celles des observateurs les plus habiles & les plus exercés. Mais ceux qui se sont accoutumés à contempler des objets fort éloignés, ce qui est le cas des Astronomes les plus expérimentés, ont acquis par ce moyen une facilité, ou plutôt une habitude d'altérer tellement la conformation de leurs yeux, qu'il leur est facile de voir ces objets éloignés beaucoup plus distinctement que ne fait le reste des hommes, qui n'y sont pas accoutumés; tout comme ceux qui se sont beaucoup exercés à voir de fort près les petits objets, tels que les graveurs, les peintres en miniature, &c. acquierent par ce moyen la facilité & l'habitude de voir ces objets proches & petits beaucoup plus distinctement que les autres hommes. On doit donc supposer que quoique le *rayon de dissipation*, en voyant les étoiles & les planètes, soit de 2′ dans les yeux du commun des hommes, il doit être cependant moindre qu'une minute & peut-être ne pas surpasser une demi minute dans les Astronomes praticiens, & alors le diamètre de la Lune observé par les pinnules simples, ne surpassera le diamètre observé par les pinnules télescopiques que d'environ 1′.

52. De plus, il peut se faire que les observations des anciens Astronomes qui sont venues jusqu'à nous, ne soient pas le produit de leurs jeunes années, mais qu'ils les ayent faites, lorsqu'ils étoient devenus fameux & fort avancés en âge, auquel tems, il n'est pas douteux que quelques-uns parmi eux ayent corrigé les observations qu'ils avoient faites dans leur jeunesse. Par conséquent leurs yeux étant alors plus applatis par la vieillesse, en ont été plus propres à voir distinctement dans les grandes distances; & par ce moyen le *rayon de dissipation* en seroit devenu encore moindre & leurs observations plus approchantes de la vérité. Au moins aurons-nous bientôt occasion de faire voir que c'étoit le cas d'*Hevelius*.

53. Lorsque la nouvelle Lune n'a que trois ou quatre jours, la partie éclairée doit paroître trop large à proportion de la partie obscure & elle doit aussi paroître s'étendre plus en dehors ou avoir un plus grand diamètre que la partie obscure. Car dans la fig. 186. soit CABDE la *vraie image* de toute la Lune, ABDIA la *vraie image* de la partie éclairée, AIDEA la *vraie image* de la partie obscure *abd* le bord extérieur de la *fausse image* de la partie obscure, FGH le bord extérieur de la *pénombre annulaire* de

Apparence de la nouvelle Lune.

Fig. 186.

toute la Lune, LGMKL l'apparence totale de la partie éclairée composée de la *vraie image* & de la *pénombre*.

54. Cette apparence totale de la partie éclairée, est manifestement trop large à proportion de la partie obscure, en ce que la *vraie image* de la partie éclairée est augmentée non-seulement de la *pénombre annulaire* LGMDBAL en dehors, dont la largeur BG est égale au *rayon de dissipation*, mais encore d'une *pénombre* semblable intérieure, de la même largeur LKMDIAL; au lieu que la partie obscure est diminuée de tout l'espace que cette dernière *pénombre* occupe.

55. De même, comme par les art. 19, 20, la lumière de la partie obscure diminue à l'extérieur depuis le bord de la *fausse image abd*, il est difficile qu'elle soit visible beaucoup plus en dehors que ce bord, surtout là, où elle est contigue à la lumière plus forte des cornes. Par conséquent elle doit paroître d'un diamètre moindre que la partie éclairée, dont la lumière plus forte est sensible beaucoup en dehors.

56. Par la même raison que la partie éclairée de la nouvelle Lune paroît trop large à proportion de la partie obscure; dans une éclipse du Soleil ou de la Lune, la partie brillante doit paroître trop large à proportion de la partie obscure, ou l'éclipse doit paroître moindre qu'elle n'est effectivement. C'est ce qu'a observé le fameux *Horrox*, notre compatriote. *Nudi oculi defectum semper justo minorem exhibent: at telescopium veram exhibet tum defectûs tum diametri lunaris quantitatem.* (Venus in sole visa. cap. 16.). On verra clairement par l'expérience suivante, que l'effet dont nous venons de parler vient de la cause que nous lui avons donnée & non pas du principe qu'on a souvent mis en usage pour expliquer de pareils phénomènes, qui est qu'un objet éclairé affecte la rétine à une plus grande distance que ne fait un objet obscur.

Fig. 187, 188. Soit une représentation de la nouvelle Lune, fig. 187. ou le cercle demi blanc & demi noir, fig. 188, qui soit vu à la distance convenable pour une *vision parfaite*; ces deux figures paroîtront dans leur juste proportion. Qu'on les regarde ensuite à une distance trop petite pour la *vision parfaite*, la partie éclairée paroîtra mordre sur la partie obscure, & s'étendre de même en dehors plus que la partie obscure. Qu'on les éloigne ensuite à une distance trop grande pour la *vision parfaite*, ce qui est facile à ceux qui ont la vue courte & même aux autres, en appliquant à l'œil un verre convexe, & la partie blanche paroîtra de nouveau mordre sur la partie noire & s'étendre en dehors plus que la partie noire.

N. B. Afin que cette expérience réussisse parfaitement, il faut terminer la figure par une ligne noire, comme on l'a représentée ici, & couper tout le cercle dans un papier blanc, noircir avec de l'encre la partie obscure ou avec du plomb de mer, & placer le papier sur quelque terrein noir.

Apparence des moindres planetes.

57. Les autres planètes, qui à raison de leur grande distance, paroissent beaucoup plus petites, paroissent aussi plus languissantes, mais beaucoup plus grandes par la *vision indistincte*, que par la *vision parfaite* & leurs diamètres paroissent plus grands à proportion que celui de la Lune.

Fig. 183. 1. Par exemple, si le diamètre apparent de *Jupiter*, dans sa moyenne distance de la terre, est d'environ 38″ étant vu par la *vision parfaite*, & si en le voyant confusément le *rayon de dissipation* est de 2′ ou 120″, comme on

on l'a supposé ci-devant ; alors par l'art. 37, le cercle ABDC, qui représente la *vraie image* de *Jupiter* sur la rétine vu par la *vision parfaite* sera de 38″ en diamètre ; & le diamètre de *l'image fausse languissante* C*abd*, également brillante dans toutes ses parties, sera de 202″, c'est-à-dire, plus de 5 fois le diamètre de *Jupiter* vu par la *vision parfaite*. De plus, autour de cette *image fausse languissante* de *Jupiter*, il y a une *pénombre annulaire* représentée par l'anneau *abd*HGF de 38″ de large, lequel anneau étant ajouté à *l'image fausse languissante* dont on vient de parler, donne 278″ ou 4′. 38″ pour la largeur de tout le phénomène, c'est-à-dire, plus de 7 fois le diamètre de l'image de *Jupiter* vu par la *vision parfaite*. Mais on doit un peu rabattre de cette quantité, parce que la *pénombre annulaire* ne sçauroit être sensible à son extrêmité, par l'art. 39. l'image de *Jupiter* étant beaucoup plus petite que celle de la Lune.

2. Si le diamètre apparent de *Mars* à sa distance moyenne de la terre, est de 6″, par la *vision parfaite* ; la largeur de *l'image fausse languissante* également brillante dans toutes ses parties, sera de 234″ ; c'est-à-dire, 39 fois le diamètre de *Mars* vu par la *vision parfaite*.

3. Si le diamètre apparent de *Venus* à sa distance moyenne de la terre est de 18″, la largeur de *l'image fausse languissante* également brillante dans toutes ses parties, sera 222″, c'est-à-dire, plus de 12 fois le diamètre de *Venus* vû par la *vision parfaite*.

On peut donc par ce moyen, rendre compte des *rayons adventices*, qui avant Mr. *Horrox* (*Venus in sole visa* cap. 16) en ont si fort imposé à tous les Astronomes, qu'ils ont cru les diamètres apparents des planètes 9 ou 10 fois plus grands qu'ils ne sont réellement.

58. Lorsque l'une de ces moindres planètes est à sa plus grande distance de la terre, & que par conséquent elle a le moindre diamètre apparent par la *vision parfaite* ; son *image fausse languissante* est alors la plus grande. Car par l'art. 37. Le diamètre de *l'image fausse languissante* est $2\rho - 2r$: mais lorsque le diamètre apparent est moindre, l'image de ce diamètre ou $2r$ est aussi moindre & 2ρ est une quantité constante : donc $2\rho - 2r$ est alors le plus grand, ou le diamètre de *l'image fausse languissante* est alors le plus grand.

59. Lorsque le diamètre apparent d'une planète vue par la *vision parfaite*, est beaucoup altéré dans sa grandeur, entre la moindre & la moyenne distance de la planète à la terre, le changement dans sa grandeur apparente peut n'être pas considérable par la vision indistincte.

1. Par exemple, si l'on suppose que la moyenne distance de *Jupiter* à la terre, soit à sa moindre distance comme 5 est à 4 ; le changement qui se fera dans le diamètre apparent de *Jupiter* par la *vision parfaite* sera de 38″ à 48″ à fort peu-près, & cette augmentation de 10″ sur 38″ est fort considérable, puisque c'est un quart. Mais le diamètre de *l'image fausse languissante* de *Jupiter* par l'art. 37 est à sa moyenne distance 202″ & à sa moindre distance 192″, la différence n'étant que $\frac{1}{19}$, & les diamètres de l'apparence totale de *Jupiter* en y comprenant la *pénombre annulaire* sont dans ces distances 278″ & 288″ respectivement, dont la différence n'est que $\frac{1}{28}$.

2. Si la distance moyenne de *Mars* à la terre est à sa moindre distance comme 3 est à 1, & que le diamètre apparent de *Mars* dans sa distance

moyenne soit 6″, son diamètre apparent dans sa moindre distance sera triple ou de 18″. Mais le diamètre de *l'image fausse languissante* de *Mars* à sa distance moyenne, sera par l'art. 37, 234″ & à sa moindre distance 222″, la différence n'étant que 12″ sur 222″, qui est moindre que $\frac{1}{18}$.

D'où vient que Mars & Venus paroissent ronds lorsqu'ils sont en croissant ou ovales.

60. Lorsque *Mars* par la *vision parfaite* doit paroître ovale & que *Venus* par la *vision parfaite* doit paroître ovale, ou dichotome, ou en croissant; l'apparence de ces planètes par la *vision indistincte* est la même que si tout leur disque étoit éclairé.

Par exemple, lorsque *Venus* dans sa moyenne distance à la terre est dichotome, son *image fausse languissante* est une ovale sur la ligne de la dichotomie, dont le petit axe est $2\rho - 2r$, c'est-à-dire, 240″ — 18″ ou 222″ & le grand axe $2\rho - 2r$, c'est-à-dire, 240″ — 9″ ou 231″, comme on peut le conclure aisément de l'art. 37. & lorsque *Venus* est en croissant & même fort étroite, ce grand axe est un peu moindre que 240″. Mais la différence de 9″ ou 18″ sur 222″ est moindre que $\frac{1}{12}$ ou $\frac{1}{11}$, & une ovale dont les deux diamètres sont 11 & 12 ne peut guéres se distinguer d'un cercle parfait, surtout si elle est fort petite.

Apparence des étoiles fixes.

61. Les étoiles fixes paroissent à l'œil sous un angle qui répond au diamètre du *cercle de dissipation*.

Car par l'art. 37, le diamètre de *l'image fausse languissante* d'une étoile est $2\rho - 2r$.

Mais par les observations des meilleurs Astronomes, le diamètre apparent des étoiles fixes les plus brillantes, est si excessivement petit, que même en les regardant avec les plus longs télescopes on ne peut pas juger de leur grandeur, ne paroissant que comme des points brillants. Négligeant donc le diamètre apparent de l'étoile, ou le diamètre de sa *vraie image* $2r$, celui de son *image fausse languissante* qui est également brillante dans toutes ses parties, ou $2\rho - 2r$, art. 37, sera à fort peu-près 2ρ.

62. *L'image fausse languissante* d'une étoile, ou son apparence à l'œil n'est accompagnée d'aucune *pénombre* sensible.

Car par l'art. 37 le diamètre de toute l'apparence d'un objet circulaire dans l'œil, y compris la *pénombre annulaire* qui l'environne, est $2\rho + 2r$, & la largeur de la *pénombre annulaire* est $2r$. Mais à raison de la petitesse excessive du diamètre apparent d'une étoile $2r$, la *pénombre annulaire* qui l'environne est même insensible, & toute l'apparence dans l'œil sera la même que celle de *l'image fausse languissante*, dont nous avons fait voir que le diamètre étoit le même que celui du *cercle de dissipation*.

Fig. 189.

63. La distance entre deux étoiles paroît à l'œil moindre qu'elle n'est, de deux fois le *rayon de dissipation*.

Soient les deux cercles $cfgb$, $mnop$ dont les rayons cf, mn sont respectivement égaux au *rayon de dissipation*; ils représentent par l'art. 61, les images de deux étoiles sur la rétine. La ligne fn représente la distance entre ces images & la ligne cm celle entre leurs centres. Or il est clair que la distance apparente fn sera moindre que cm distance entre les centres des deux étoiles, des quantités cf & mn ajoutées ensemble, c'est-à-dire, de deux fois le *rayon de dissipation*. De-là il suit évidemment que lorsque la distance entre deux étoiles n'est pas plus de deux fois le *rayon de dissipation*, elles doivent paroître contigues.

64. Si la distance entre deux étoiles est moindre que deux fois le *rayon*

de dissipation, les deux étoiles doivent paroître comme une seule, plus brillante que l'une des deux prise séparément.

Car puisque chaque étoile paroît sous un angle qui répond à deux fois le *rayon de dissipation*, par l'art. 61, si l'intervalle qui les sépare est moindre que l'ouverture de cet angle, les deux rayons se rencontreront au milieu & une partie des deux *images fausses languissantes* se confondra avec l'autre, & dans l'endroit où elles se confondront, elles seront à fort peu-près deux fois aussi lumineuses que le reste de l'image, de sorte que les deux étoiles auront la même apparence que s'il n'y en avoit qu'une plus brillante au milieu de l'espace que les deux occupent.

65. C'est de la même manière que deux petits objets circulaires vus de fort près, comme deux points d'imprimerie, paroissent tomber l'un sur l'autre & former une image plus forte au milieu, lorsque le *rayon de dissipation* surpasse de beaucoup les diamètres des objets. Comme les points *a*, *b* étant vus de fort près forment l'apparence, A ou B. Fig. 190.

66. Une étoile qui s'approche beaucoup du bord d'une planète, peut paroître en dedans du limbe de cette planète, tout comme si la planète étoit transparente & que l'on vit l'étoile au travers. Etoile vue en dedans de la Lune.

Soit le cercle ABD qui représente la Lune & *c* une étoile fixe fort proche de son bord, par exemple à 8′ ou 10″ de distance. Fig. 191.

Je dis que l'étoile paroîtra alors en dedans du limbe de la Lune, comme dans la fig. 192, où *c* représente l'étoile & FGH le limbe de la Lune. Fig. 192.

Car dans la fig. 193 soit le cercle CABD qui représente la *vraie image* de la Lune sur la rétine : décrivez le cercle concentrique CFGH à la distance AF du *rayon de dissipation*. Par l'art. 20, la circonférence FGH paroîtra comme le limbe de la Lune, & si l'on prend le point *c* fort proche de la circonférence ABD & que de ce centre avec le *rayon de dissipation cf*, on décrive le *cercle de dissipation cfgh*, ce cercle par l'art. 61 représentera l'image de l'étoile sur la rétine. Mais cette image sera presque totalement comprise dans le limbe GFH. Donc l'étoile paroîtra en dedans de ce limbe. Fig. 193.

Quant au segment circulaire *fg*, qui est hors du limbe, il sera insensible à l'œil, tant à cause de sa petitesse, que parce que le limbe de la Lune n'est pas uni.

Et quant à l'*image fausse languissante* de l'étoile, lorsqu'elle sera environnée d'une lumière aussi forte que celle de la Lune, elle se resserrera d'elle même, du cercle *cfgh*, au cercle plus petit *cmno*, par les raisons que nous donnerons dans la suite, art. 220, & l'étoile paroîtra non-seulement en dedans du limbe de la Lune, mais dans une distance considérable de ce limbe par dedans.

67. Cela explique les observations dont parle *Schickard* dans le passage suivant. *Cynthia enim, quando stellis appropinquat, cernitur advenientes amplecti & aliquantulum intrà peripheriam perspicuam admittere; ultrinsecus vero exeuntes visui reddere priusquam pervenerint ad oram : quod* Maestlinus *exemplo* Martis, *item cordis* scorpionis *animadvertit anno* 1595. Disput. de pass. planet. thes. 158. *unde collegit, quodam diaphano velut aëre ambiri : sed hac experientia ulteriori relinquo.*

68. On peut expliquer de même l'apparence de *Mars*, de *Venus* &c. en dedans du limbe de la Lune.

69. La même apparence d'une étoile en dedans du limbe de la Lune,

peut arriver lorsqu'on observe la Lune avec un télescope, si le télescope n'est pas bon, ou si l'œil de l'observateur n'a pas la conformation exacte qui est nécessaire pour la *vision parfaite*.

Car quoique l'objet paroisse assez distinct dans le télescope, si cependant il n'y a point de *vision parfaite*, ce qui par l'art. 8. peut arriver aisément; il y aura un *cercle de dissipation*, & le rayon de la *fausse image languissante* de l'étoile ne sera pas plus grand que le *rayon de dissipation* par l'art. 61. Or l'anneau entre la *vraie image* de la Lune & son limbe apparent sera égal au même rayon, & par conséquent l'image d'une étoile pourra paroître en dedans de cet anneau, c'est-à-dire, en dedans du limbe apparent de la Lune, tout comme si l'anneau & *l'image fausse languissante* avoient eu plus d'étendue.

On peut par-là expliquer l'observation du P. *Feuillée* aussi bien que celle de Mr. *de la Hyre*, qui virent tous deux une étoile en dedans du limbe de la Lune avec un télescope, & ce dernier sçavant a indiqué la vraie cause de ce phénomène comme l'avoit fait avant lui Mr. *Horrox* & plus spécialement l'incomparable *Galilée*.

70. Si l'on regarde un objet rectangulaire à la distance qui convient pour la *vision parfaite*, son image sur la rétine sera rectangulaire (autant que la figure circulaire de la rétine pourra la recevoir) & elle sera proportionnelle à l'angle que l'objet forme dans l'œil, son limbe sera bien terminé, & toutes les parties de la peinture rectangulaire seront également fortes. Par conséquent l'idée qui en résultera dans l'esprit, sera celle d'un rectangle également fort dans toutes ses parties & bien terminé.

Phénoménes de la vision indistincte dans les objets rectangulaires.

71. Si le même objet rectangulaire est vu à une distance de beaucoup trop petite pour la *vision parfaite*, sa peinture sur la rétine sera toujours rectangulaire; mais sa longueur & sa largeur seront plus grandes que dans la proportion des angles compris dans l'œil par la longueur & par la largeur de l'objet. Cette peinture ne sera pas non plus également forte dans toutes ses parties; mais le milieu en sera plus fort & il sera environné d'une *pénombre* qui devient par degrés plus languissante vers l'extérieur, par où le limbe paroîtra indistinct & mal terminé. Par conséquent, l'idée qui en résultera dans l'esprit, sera celle d'un rectangle trop grand & trop foible & confus vers le limbe; c'est-à-dire, qu'au lieu de l'apparence A, on aura l'apparence B, ou C, ou D. **Fig. 198.**

Fig. 199. Car soit le rectangle ABDC, qui représente l'espace rectangulaire sur la rétine, que l'image de l'objet auroit occupé, si elle avoit été distincte: ou ce qui revient au même, soit ABDC l'espace rectangulaire sur la rétine qui est occupé par les centres de tous les pinceaux des rayons qui appartiennent à l'image indistincte de l'objet. J'appellerai ce rectangle ABDC la *vraie image* de l'objet. Soit aussi le cercle *fgbe* dont le centre *e* se trouve dans la périphérie du rectangle ABDC, qui représente l'espace circulaire sur la rétine, occupé par l'un des pinceaux extrêmes des rayons qui viennent de l'objet, c'est-à-dire, soit *fgbe* le *cercle de dissipation* & son rayon *ef* le *rayon de dissipation*. Menez la ligne *ac* parallèle à AC & qui touche le cercle de dissipation *fgbe* au point *f* en dedans du rectangle, & achevez le rectangle *abdc* dont les côtés soient parallèles à ceux du rectangle ABDC & partout éloignés de ceux-ci de la distance *ef* du *rayon de dissipation*.

72. Je dis donc 1°. que la portion de l'objet rectangulaire qui est représentée par le rectangle *abdc*, sera également forte dans toutes ses parties

& qu'elle sera de la même force, que si l'image de l'objet avoit été parfaitement distincte.

Pour le prouver, soient les rectangles ABDC, *abdc* qui représentent les mêmes choses que ci-devant, & choisissant un point à volonté, comme *e* en dedans du rectangle *abdc*, de ce point comme centre, avec le *rayon de dissipation ef*, on décrira le *cercle de dissipation efgh*. Fig. 196.

Il est clair que le point *e* doit recevoir la lumière de tous les points du cercle *efgh* où il disperse sa propre lumière, & par conséquent il doit recevoir la même quantité de lumière qu'il perd par la dissipation. Il doit donc être éclairé aussi fortement, que s'il n'y avoit point de dissipation de lumière, & que l'image eût été parfaitement distincte. Et comme on peut dire la même chose de tous les points qui sont en dedans du rectangle *abdc*, tout ce rectangle doit être aussi fortement éclairé, que si l'image avoit été parfaitement distincte, & il doit être également fort dans toutes ses parties. Nous appellerons ce rectangle, *abdc* la *fausse image*.

73. Je dis 2°. que l'aire rectangulaire ou la bordure ABDC *cabd* comprise entre les périmètres de ces deux rectangles, ne sera pas aussi fortement éclairée que *l'image fausse abdc* & qu'elle deviendra par degrés plus foible vers son bord extérieur.

Car soient les rectangles ABDC, *abdc* qui représentent les mêmes choses que ci-devant, & prenant deux points dans l'aire rectangulaire ABDC *cabd*, l'un plus en dedans, comme *e* & l'autre plus en dehors, comme *m*, des centres *e* & *m*, avec les rayons *ef*, *mn*, égaux chacun au *rayon de dissipation*, tracez les deux cercles *efgh*, *mnop*, qui coupent les lignes AC, BD aux points *h* & *f*, *n* & *o*, respectivement. Fig. 197.

Il est évident que les points *e* & *m* ne recevront pas la lumière des cercles entiers dont ils sont les centres, mais seulement des segments *hfg*, *npo* respectivement. Donc chacun de ces points sera moins éclairé, qu'aucun point du rectangle *abdc*. Mais aussi le segment *hgf* qui porte sa lumière sur le point *e* plus intérieur, est plus grand que le segment *nop* qui porte sa lumière sur le point *m* plus extérieur. Donc le point *e* plus intérieur sera plus fortement éclairé que le point *m* plus extérieur, ou l'aire rectangulaire ABDC *cabd* décroîtra par degrés en quantité de lumière vers l'extrêmité extérieure.

74. Je dis 3°. qu'outre l'aire rectangulaire décrite en dernier lieu, laquelle est plus obscure que la *fausse image abdc*, il paroîtra une autre aire rectangulaire, placée en dehors de la *vraie image* ou du rectangle ABDC, qui sera plus obscure que la première, & dont la lumière diminuera aussi par degrés vers le dehors jusqu'à disparoître totalement.

Car soit le rectangle ABDC qui représente encore la *vraie image*, le rectangle *abdc* la *fausse image* & *efgh* le *cercle de dissipation*, dont le centre *e* est dans BD l'un des côtés de la *vraie image*. Menez GF parallele à BD, qui touche le cercle *efgh* dans son point extérieur *f*, & achevez le rectangle GFHI, éloigné de tous côtés du rectangle ABDC de la longueur du *rayon de dissipation ef*. Fig. 198.

On aura entre les deux périmètres ABDC, & GFHI, une nouvelle aire rectangulaire, qui recevra la lumière des pinceaux dont les centres sont situés dans la première aire rectangulaire ABDC *cabd*; mais elle sera plus obscure que la première, & sa lumière diminuera par degrés

vers le bord extérieur, jusqu'à disparoître totalement. Cela est manifeste par l'inspection de la figure, où la lumière reçue par le point *e* placé dans le bord intérieur de cette aire, est mesurée par le segment ou demi-cercle *hg*, & la lumière reçue par le point *m* placé auprès du bord extérieur, est mesurée par le segment plus petit *no*.

75. Il suit de ce qu'on a dit dans les art. 71, 72, 73, 74, & de l'inspection des figures, que le rectangle *abdc*, ou la *fausse image*, est la seule partie qui a toute sa lumière, & que les deux aires rectangulaires *abdc* CABD, & ABDCHIGF, décroissent toutes deux en lumière, précisément de la même manière depuis *abdc* jusqu'à IGFH. C'est pour cela, & parce que nous n'aurons pas occasion dans la suite de considérer ces deux aires rectangulaires séparément l'une de l'autre, que nous allons les regarder comme une aire simple *abdc* HIGF, que nous appellerons desormais *pénombre rectangulaire*.

76. Mais nous ne devons pas oublier d'observer, que cette *pénombre* que nous appellons rectangulaire, ne l'est pas à la rigueur, & qu'elle n'est pas exactement telle que nous l'avons représentée, mais qu'elle est écornée à peu près de la manière suivante.

Fig. 199. Soit *cab* un angle de la *fausse image*, CAB l'angle de la *vraie* & HIG l'angle de la *pénombre rectangulaire*. Du centre A avec le *rayon de dissipation* A*g*, décrivez le *cercle de dissipation* A*gfeb*, qui touche les lignes IG, IH en *g* & *h* respectivement; & prolongez la ligne *ca*, jusqu'à ce qu'elle coupe GI en quelque point *l*, & *ba* jusqu'à ce qu'elle coupe HI en *m*. Il est évident par la construction, que ces deux lignes *cl*, *bm* toucheront le cercle *ehgf* aux points *f* & *e* respectivement.

Il est encore manifeste que le point I étant plus éloigné de chacun des points même les plus proches de la *vraie image*, comme A, que n'est la longueur du *rayon de dissipation*, ne peut recevoir aucune lumière de cette image. Et cela est également vrai de tous les points qui sont dans l'espace *g*I*h*, compris entre les deux tangentes, *g*I, *h*I & l'arc *gh*. Donc la *pénombre rectangulaire* ne s'étend à aucun point de cet espace.

De plus, le point *f* reçoit la lumière d'un demi-cercle de la *vraie image*, comme on le voit clairement par cette figure comparée avec la 198e.; mais le point A ne reçoit de la lumière que d'un quart de cercle de la *vraie image*. Donc la lumière de la *pénombre* de *f* en A doit être plus foible que de *f* vers B, & elle doit diminuer par degrés dans toute la route de *f* en A.

On voit aussi aisément, que le bord extérieur de la *pénombre*, qui est par-tout également lumineux dans la ligne G*l*, commence à décliner vers le point *l* & décroît par degrés de *l* en *g* où la lumière disparoît.

Il est aussi évident par l'art. 73, que la lumière qui est également forte le long du bord de la *fausse image* de *b* en *a*, commence à décliner au point *a* & devient par degrés plus foible de *a* en *e*.

Il est donc manifeste que dans chaque parallele à la ligne AB, la *pénombre* devient plus foible hors de la ligne *lfa*, ou vers *h*, qu'en dedans de cette ligne ou vers B.

On trouvera de même que dans chaque parallele à la ligne AC, la *pénombre* est plus foible hors de la ligne *mea* ou vers *g*, qu'en dedans de cette ligne, ou vers C.

On peut donc regarder les lignes *lfa*, *mea* comme les bornes de la *pénombre*; puisque la partie de cette *pénombre* qui paroît dans l'angle *lam* est beaucoup plus foible, que celle qui paroît en dedans des angles *lab*, *mac*.

77. Donc la *fausse image* & la *pénombre* qui l'environne, doivent avoir l'apparence de la fig. 200, où les mêmes lettres désignent les mêmes points que ci-devant. Et en effet, c'est ainsi que paroît le coin d'un mur élevé ou fort éloigné, ou d'une tour quarrée, vue par une personne qui a la vue courte, ou par toute autre avec des lunettes, ou avec un verre convexe, contre la lumière du jour. Fig. 200.

78. C'est par la même raison, qu'une pyramide ou l'aiguille d'une Eglise paroît dans les mêmes circonstances, comme trois différentes aiguilles, l'une plus forte & plus basse comme *cab*, les autres deux plus foibles & plus élevées, comme H*mb*, G*lc*, & si l'on en fait l'expérience, on verra que c'est là à peu près l'apparence. Je dis à peu près, parce que cette apparence aussi bien que celle de l'article précédent varie un peu, par la raison que nous en donnerons dans la suite, art. 199, 200, &c. Fig. 201.

79. Si le *rayon de dissipation* augmente, *l'image fausse abdc* diminuera tant en longueur qu'en largeur; mais la largeur diminuera plus à proportion que la longueur; à mesure que les rayons égaux *ef*, *ef* seront pris tous deux hors de la largeur & de la longueur comme dans cette fig. 202. Fig. 202.

80. Si le rayon de dissipation étoit égal à la moitié de la largeur de la *vraie image*, *l'image fausse* deviendroit une ligne droite *ac*.

81. Si le *rayon de dissipation* surpasse la moitié de la largeur de la *vraie image*, il n'y aura point *d'image fausse languissante* également éclairée dans toutes ses parties, comme dans le cas de l'objet circulaire, art. 24, mais toute l'image du rectangle ne sera qu'une *pénombre* plus forte dans le milieu, & qui décroîtra par degrés de part & d'autre vers les bords extérieurs. Fig. 203.

Car le point *e* placé au milieu de la largeur du rectangle, reçoit la lumière de chaque point dans son *cercle de dissipation*, excepté des deux segments *fg*, *hi*. La mesure de sa lumière est donc l'espace *fghi*. Fig. 204.

La mesure de la lumière qui tombe sur le point *k* plus proche du bord que le point *e*, est l'espace *lmon*, moindre que *fghi*, comme on le voit aisément.

La mesure de la lumière qui tombe sur le point *p* encore plus extérieur que le point *k*, est l'espace ou segment *rqs*, moindre que *lmon*.

Et la mesure de la lumière qui tombe sur le point *t*, qui est dans le bord même de la *vraie image*, est le segment ou demi-cercle *vw*, encore moindre que *rqs*.

Donc la lumière de toute l'apparence diminue depuis le milieu des deux côtés de la largeur, & vers les bords de la *vraie image* AB & CD, la *pénombre* diminue aussi en longueur. Car le point *x* dans la ligne AC, dont la distance au point A est *x*A égale au *rayon de dissipation*, sera éclairé par le demi-cercle A*xy*; mais les points entre *x* & A, seront éclairés par une quantité moindre que le demi-cercle, & le point A ne sera éclairé que par le quart de cercle, & chaque point de la *pénombre* au-delà de A dans la ligne *x*A prolongée sera éclairé par une quantité moindre que le quart

de cercle. Donc les extrêmités de la *pénombre* vers AB & CD, seront plus foibles que les autres parties.

82. Si le *rayon de dissipation* surpasse toute la largeur de la *vraie image*, la *pénombre* sera plus languissante à proportion de cet excès, mais le milieu sera toujours plus fort, & la lumière décroîtra depuis le milieu vers les extrêmités, comme on le voit clairement par la fig. 205.

Fig. 205.

83. Lorsque le rayon de dissipation est fort grand à proportion de la largeur de la *vraie image*, la *pénombre* sera fort languissante, mais elle décroît fort lentement & presque insensiblement, excepté fort proche du bord extérieur.

Car imaginons que les deux côtés de la *vraie image* s'approchent beaucoup l'un de l'autre; il est clair que les différentes portions des cercles égaux *fgib*, *lmon*, *qrst* & *yz* par où les points *e*, *k*, *p* & *x* sont respectivement éclairés, décroissent fort lentement, eû égard aux distances des points *k*, *p* & *x* au milieu de l'image.

84. Fort proche du bord la *pénombre* décroît très-vîte.

Fig. 206.

Car la lumière portée sur le point *e* fort près du bord de la *pénombre*, sera mesurée par le segment *fg*, & la lumière portée sur le point *h* un peu plus proche de ce bord, sera mesurée par le segment *ik*. Mais le segment *ik* est beaucoup moindre que *fg*.

85. La partie de la *pénombre* proche de son bord, où la lumière décroît fort vîte, est à fort peu près égale à la largeur de la *vraie image*. Cela se voit aisément par l'inspection de la fig. 206. Car si le point *e* étoit éloigné de la ligne GF précisément de la longueur de CD, son *cercle de dissipation* toucheroit la ligne AC, & en poussant le point *e* plus en dehors, son segment de lumière *fg* décroîtroit fort vîte.

86. Lorsque le *rayon de dissipation* est très-grand à proportion de la largeur de la *vraie image*, la partie voisine du bord où la *pénombre* décroît fort vîte, est insensible, & toute la *pénombre* décroît insensiblement de lumière depuis le milieu vers le bord extérieur.

87. Une ligne étroite, par exemple, un trait dans cette impression, étant vue de fort proche, paroît fort large & languissante, & presque également foible dans toute sa largeur. Cela suit des art. 83, 84, 85, 86.

Deux paralleles paroissent une ligne seule.

Fig. 207.

88. Deux lignes paralleles menées fort proches l'une de l'autre, lorsqu'on les voit de fort près, paroissent n'être qu'une seule ligne. Les deux lignes A peuvent paroître comme B, si on les regarde de fort près.

Car par l'art. 87. chacune de ces lignes doit paroître comme une ligne foible & large, & étant proches l'une de l'autre, leurs *pénombres* se rencontrent au milieu, & l'endroit où elles se rencontrent doit paroître à fort peu près d'une double force.

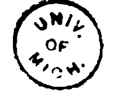
89. Deux lignes étroites qui forment un petit angle, étant vues de fort près, peuvent former l'apparence d'un coin renversé environné d'une *pénombre*.

Fig. 208.

Les deux lignes C peuvent paroître comme D étant vues de fort près.

Cela se prouve aisément de la même manière que l'art. 88.

90. Un cercle sur un papier blanc, terminé par une ligne ou circonférence noire & étroite, étant vu de fort près, paroît moindre que s'il étoit vu distinctement. Mais la ligne étroite qui l'environne, paroît large & languissante, & elle est plus forte en dedans ou dans le côté concave qu'en dehors


UNIV.
OF
MICH.

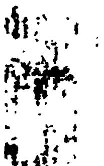


Planche 24.

Fig. 210. 211. 212. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222.

dehors. Toute la largeur de cette apparence languissante ou *pénombre*, est égale à deux fois le *rayon de dissipation* ajouté à la largeur de la ligne circulaire. C'est-à-dire, qu'au lieu de l'apparence A, on aura l'apparence B. Fig. 209.

Car soit AB, qui représente une partie de la ligne circulaire, laquelle termine le cercle décrit avec le rayon EA, & soit *e h g i* un *demi-cercle de dissipation*, dont le centre *e* est dans le bord extérieur de la ligne circulaire étroite AB, & qui coupe le rayon E*e* prolongé dans le point *g*. Soit aussi *e h f i* un autre *demi-cercle de dissipation*, dont le centre *e* est sur le bord intérieur de la même ligne circulaire AB, & qui coupe le rayon *e*E dans le point *f*. Fig. 210.

Il est évident que l'apparence languissante, ou *pénombre*, de la ligne circulaire AB doit s'étendre en dedans jusqu'au point *f*, & en dehors jusqu'au point *g*; ou que toute la largeur de la *pénombre* doit être égale à deux *rayons de dissipation* *ef* & *eg*, ajoutés à la largeur de la ligne circulaire AB.

Par conséquent, le rayon E*e* du cercle blanc, doit dans cette apparence être diminué jusqu'à E*f*, la partie *fe* étant occupée par la *pénombre*.

91. Je dis de plus, que cette *pénombre* sera plus forte dans son bord intérieur que dans l'extérieur.

Car soit la ligne circulaire étroite représentée par l'anneau compris entre les deux lignes circulaires AB & CD. On a fait ici cet anneau fort large pour mieux distinguer les parties dont nous allons parler. Du centre E menez le rayon E*iq* qui coupe les bords intérieur & extérieur de cet anneau aux points *i*, *q* respectivement. Ensuite prenant dans ce rayon les deux distances égales *ie* & *qm*, chacune moindre que le *rayon de dissipation*; décrivez des centres *e* & *m*, avec le *rayon de dissipation*, les arcs *fbg*, *npo*, qui coupent les lignes circulaires CD, AB aux points *f* & *g*, *n* & *o* respectivement. Fig. 211.

Le segment circulaire *figh* représentera la quantité de l'ombre qui tombe de l'anneau sur le point intérieur *e*;

Et le segment circulaire *nqop* représentera la quantité de l'ombre qui tombe de l'anneau sur le point extérieur *m*;

Et si par le point *i* on mene la ligne droite *rs* perpendiculaire au rayon E*i*, & par le point *q* la droite *vt* perpendiculaire au même rayon: l'espace intercepté entre ces lignes *rs*, *vt*, pourra être regardé comme un objet rectangulaire de la même largeur que l'objet circulaire ou anneau ABDC.

Mais par l'inspection de la figure, le segment circulaire *figh* est plus grand que celui qui seroit coupé dans l'objet rectangulaire, par le *cercle de dissipation*, dont le centre est *e*, & dont le rayon est *eh*.

Et le segment circulaire *nqop* est moindre que celui qui seroit coupé dans l'objet rectangulaire, par le *cercle de dissipation*, dont le centre est *m* & le rayon *mp*.

Donc l'ombre portée sur le point *e* par le segment circulaire *figh*, est plus grande que celle qui est portée sur le point *m* par le segment circulaire *nqop*, c'est-à-dire, que le point intérieur *e* paroîtra plus noir que le point extérieur *m*, ou que la *pénombre* sera plus forte en dedans qu'en dehors.

92. Puisque la largeur de la *pénombre* en dedans est égale au *rayon de*

Tache noire au centre.

dissipation, il est clair que plus ce rayon croît, plus le rayon E*f* (fig. 210) du cercle blanc diminue. Et lorsque le *rayon de dissipation* devient égal au rayon E*e*, le cercle blanc disparoît entièrement, & l'on voit à sa place au centre E une tache noire, environnée d'une *pénombre* dont le rayon est double de E*e*, rayon de la ligne circulaire. Et c'est ce que l'expérience nous apprend, lorsqu'une telle ligne circulaire est de beaucoup trop proche ou trop éloignée pour être vue distinctement. Car alors l'objet A paroît comme B, E comme C, & I comme D. Mais pour bien faire l'expérience, il faut proportionner la ligne circulaire à la distance.

Fig. 212.

Mesurer le rayon de dissipation.

93. Cela nous fournit une bonne méthode pour trouver par expérience le *rayon de dissipation* dans toutes les distances hors des limites de la *vision parfaite*.

Tracez sur un papier blanc, avec une forte ligne noire, la circonférence d'un cercle, & placez ce papier à peu près à la plus grande distance où votre œil puisse voir un objet distinctement. Ensuite en vous éloignant par degrés du papier, remarquez à quelle distance le cercle blanc en B paroîtra égal en largeur à la *pénombre* d'un côté ou d'autre. Le *rayon de dissipation* à cette distance, sera à fort peu près égal à la moitié du rayon de la *vraie image* du cercle.

Outre cela, éloignez-vous encore du papier, jusqu'à ce que le cercle blanc disparoisse, & que la tache centrale noire commence à paroître. Alors le *rayon de dissipation* sera précisément égal au rayon de la *vraie image* du cercle.

Mais on trouvera aisément le rayon de la *vraie image* du cercle pour chaque distance par l'art. 380 de ce livre d'Optique, & par conséquent on déterminera la grandeur du *rayon de dissipation* pour la même distance.

94. Lorsque le *rayon de dissipation* surpasse le rayon de la *vraie image*, il doit paroître au milieu une tache circulaire également forte dans toutes ses parties, environnée d'une *pénombre* plus foible que la tache, de sorte que cette tache sera une *image fausse languissante* de la ligne circulaire, comme *l'image fausse languissante* de l'objet circulaire dans l'art. 23, & la largeur de cette tache circulaire, ou *image fausse languissante*, sera égale à la différence entre le *rayon de dissipation* & le rayon de la *vraie image*.

Cela se démontre aisément de la même manière qu'on a prouvé l'art. 23, par la fig. 177, dans laquelle la circonférence ABD représente la *vraie image* de la ligne circulaire dont le rayon est r; $cbfgb$ le *cercle de dissipation*, dont le rayon est ρ. Le cercle Cabd représente la tache centrale, dont le rayon est $\rho - r$; le cercle CHFG toute l'apparence, dont le rayon est $r + \rho$ & l'anneau abd FHG la *pénombre* autour de la tache centrale, & dont la largeur est $2r$.

Autre manière de mesurer le même rayon.

95. Lorsque le *rayon de dissipation* est égal au diamètre de la *vraie image* de la ligne circulaire, la tache centrale est alors égale en largeur à la *vraie image*, & aussi égale en largeur à la *pénombre* qui environne le point central.

Car $\rho - r$ rayon de la tache est maintenant égal à $2r - r = r$, & son diamètre est $2r$ égal à la largeur de la *pénombre*.

Ainsi nous avons une autre manière de mesurer le *rayon de dissipation*, qui doit être égal à deux fois le rayon de la *vraie image*, lorsque *l'image fausse languissante* ou la tache centrale paroît égale en largeur à la *pénombre*.

96. La tache centrale dont nous avons parlé, paroît quelquefois de couleur de pourpre, au lieu d'être noire. Tache de pourpre dans le centre.

Je crois que cela arrive par la raison suivante. Au tems de cette apparence, le *rayon de dissipation* surpasse le rayon de la *vraie image* d'un peu plus que la largeur de la ligne circulaire, comme dans la fig. 213, où ABD représente la ligne circulaire, & C*fgb* le *cercle de dissipation* qui prend un anneau étroit de papier blanc au-delà de la ligne circulaire. Fig. 213.

Cet anneau de blanc portera donc une portion de sa lumière sur la tache centrale, laquelle étant dissipée le plus loin des centres des pinceaux dans l'anneau blanc, sera composée des rayons les moins réfrangibles ou des rayons rouges. Mais ce rouge étant mêlé avec la couleur noire bleuâtre de la tache centrale, doit donner la couleur de pourpre.

97. Lorsque cette tache centrale commence à paroître, si l'œil continue d'être fixé sur elle attentivement, ou si le Soleil sort subitement des nuages, ou si dans la nuit on mouche une chandelle, de manière qu'elle éclaire beaucoup plus, dans tous ces cas la tache disparoît, & l'on voit à sa place un petit cercle blanc.

Car dans tous ces cas la prunelle se resserre & prend une ouverture plus étroite, & le *rayon de dissipation* qui est toujours proportionnel à cette ouverture, en est par-là diminué, de manière que ce rayon, qui au commencement étoit égal à celui de la *vraie image*, est maintenant moindre, & par conséquent on ne doit plus voir de tache, mais seulement un petit cercle blanc, par l'art. 92.

98. La circonférence d'une ovale doit donner les mêmes phénomènes que celle du cercle, & par la même raison. Seulement la tache centrale sera ovale, & lorsqu'il n'y a point de tache centrale, la *pénombre* sera plus forte dans la partie plus concave de l'ovale, que dans celle qui l'est moins. Ovales vues confusément.

L'ovale A paroîtra comme B ou C. Fig. 214.

99. On voit aisément par les articles précédents, la raison pour laquelle un livre d'un petit caractère que l'on tient fort proche de l'œil, paroît totalement confus. Car comme les lettres sont composées, ou de lignes paralleles les unes aux autres, comme *m*, *n*, *il*, *it*, &c. ou de lignes inclinées les unes aux autres, comme v, w; ou de lignes circulaires, ou ovales, ou moitié ovales, comme O, *o*, *c*, *e*; ou d'un mélange de ces lignes, comme *b*, *d*, *p*, *q*; il est clair par ce qui a été dit ci-devant, que lorsqu'on les voit de fort près, elles forment non-seulement de grandes *pénombres*, ce qui les rend mal terminées, mais elles donnent l'apparence de lignes étrangères formées par l'union de ces *pénombres* entre les lignes parallèles ou inclinées des lettres; il se forme aussi des taches centrales dans les lettres circulaires, ou ovales ou mixtes; ce qui rend la vraie figure des lettres tout-à-fait confuse & indistincte. Lettres d'un livre par la vision confuse.

100. Mais un caractère beaucoup plus gros que celui dont on vient de parler, étant vu à la même distance, ne sera pas accompagné de l'apparence de ces lignes étrangères ou de ces taches; parce que les *pénombres* ne se rencontreront plus au milieu, l'espace étant trop grand entr'elles, & par conséquent les lettres paroîtront seulement mal terminées & un peu indistinctes, mais non pas totalement confuses.

101. Si l'on voit le petit caractère à une distance un peu plus grande que celle de l'art. 99, il paroîtra seulement mal terminé & un peu indistinct à

cause des *pénombres* : mais il ne paroîtra pas totalement confus ; parce qu'il n'est plus accompagné de lignes étrangères ou de taches, les pinceaux ne se répandant pas assez, pour faire mêler les *pénombres* des côtés opposés & former par ce moyen, ces lignes ou taches.

102. Si l'on regarde le plus gros caractère à la même distance que le petit de l'art. précédent, il paroîtra moins indistinct que le petit, pour deux raisons.

1°. Les lignes étant plus épaisses, formeront une apparence plus forte dans le milieu, par l'art. 71 ; ce qui effacera en quelque manière la *pénombre*, sur tout vers le bord où elle est plus foible, de sorte que toute la *pénombre* paroîtra en même-tems plus foible & plus étroite, & par conséquent elle occupera moins de l'intervalle vuide entre les traits des lettres que dans le petit caractère.

2°. Cet intervalle est par lui-même plus grand que dans les petits caractéres, & par-là il représente les traits des lettres plus séparés & plus distincts les uns des autres.

103. Si l'on regarde les deux imprimés à une distance encore plus grande, les *pénombres* deviendront moindres, de sorte que les petits caractères ne paroîtront que peu indistincts, & les grands point du tout, par les mêmes raisons que nous avons données dans les articles précédents.

Et dans ce cas, comme l'œil n'apperçoit aucune confusion dans les gros caractères, cette sorte de vision qui se nomme imparfaitement distincte, parce que les rayons d'un pinceau ne sont pas réunis exactement en un point sur la rétine, ne peut pas se distinguer par les sens, de la *vision parfaite*.

Points à examiner.

104. Nous n'avons jusqu'ici considéré la *vision parfaite* & la *vision distincte*, que sur le pied d'une disposition donnée de l'œil, & à cet égard on a fait voir, que la *vision parfaite* dépend uniquement de la distance de l'objet, & que la *vision distincte* dépend de la distance & de la grandeur de l'objet conjointement.

Il reste à examiner si l'on peut procurer l'une de ces sortes de visions par un changement de dispositions dans l'œil, & il se présente ici quelques points curieux à discuter.

I. Si la *vision parfaite*, dans un œil donné, est bornée à une distance déterminée & invariable, ou si l'on peut se la procurer à différentes distances par quelque changement dans la conformation de l'œil donné.

II. Quelles sont les limites, qui renferment ces différentes distances, ou quelle est la plus grande & la moindre distance, dans laquelle on peut procurer à un œil donné la *vision parfaite*, par le changement de sa conformation.

III. En quoi consiste le changement qui se fait dans la conformation de l'œil, pour avoir la *vision parfaite* à différentes distances.

IV. Par quels moyens peut-on rendre la *vision distincte*, lorsqu'elle ne peut pas être *parfaite*, ou au moins faire ensorte qu'elle ne soit pas aussi indistincte qu'elle la seroit autrement.

V. Quel est le changement qui se fait dans l'œil, soit par l'habitude, ou par la vieillesse.

VI. Quel est le moindre objet, ou le moindre angle que l'œil soit capable de distinguer.

Je vais répondre à ces questions l'une après l'autre.

I.

105. Quant au premier point, tous les Auteurs que je connois, sont d'un même sentiment, excepté Mr. *de la Hire*, qui croit (*Traité des différens accidens de la vue*) que les rayons d'un pinceau ne se ramassent exactement en un point sur la rétine, c'est-à-dire, qu'il n'y a de *vision parfaite*, que lorsque l'objet est à une certaine distance déterminée & convenable à l'œil de l'observateur. Les autres soûtiennent que la distance de l'objet peut varier, & que cependant les rayons du pinceau seront toujours exactement réunis sur la rétine.

Si l'œil change de conformation à différentes distances pour la vision parfaite.

On a rapporté briévement dans les remarques sur le chap. 3[e]. de cette Optique, l'expérience sur laquelle Mr. *de la Hire* a fondé son opinion, & on a fait voir pleinement qu'elle n'étoit pas concluante. Le Dr. *Porterfield* dans les *Essais de médecine d'Edimbourg* vol. 4. a fait la même chose, & il a démontré clairement par une expérience très bien imaginée, la vérité de l'opinion commune, que l'œil a la force d'altérer sa conformation de manière à voir distinctement à différentes distances.

J'ai fait moi-même à mes heures de loisir, les années passées, un grand nombre d'expériences, en regardant par deux trous d'épingle, & quelquefois par un plus grand nombre, ou par deux fentes étroites proches l'une de l'autre dans une carte, quelquefois par une épingle que je tenois directement devant mon œil, ce qui fait le même effet que l'intervalle étroit entre deux trous d'épingle, ou entre les fentes d'une carte. Et les objets que je regardois étoient quelquefois ronds, comme un trou d'épingle dans une carte placée devant une chandelle; quelquefois longs, comme une fente étroite placée devant un lambris fortement éclairé par une chandelle qui étoit cachée à l'œil, ou une ligne noire forte sur un papier blanc placé vis-à-vis une fenêtre: & par ces expériences j'ai trouvé que la plus courte distance à laquelle je pouvois voir d'un œil seul quelqu'un de ces objets séparément, par les deux trous d'épingle, ou par les deux fentes, ou des deux côtés de l'épingle, étoit 40 pouces; mais je pouvois les voir quelquefois distinctement à de plus grandes distances, comme de 50, 60, &c. jusques à 90 pouces ou plus. Mais comme mes yeux sont maintenant affoiblis considérablement, par rapport à leur force pour voir distinctement à de petites distances, & comme les expériences du Dr. *Porterfield* me paroissent mieux imaginées & faites avec plus de méthode que les miennes, je me rends entièrement à la preuve qu'il a donnée, que l'œil a le pouvoir d'altérer sa conformation de manière à voir les objets parfaitement distincts à différentes distances.

II.

106. Je viens donc au second point, où il s'agit d'examiner quelle est la moindre & la plus grande distance, à laquelle on peut se procurer la vision parfaite. La première de ces limites, ou la moindre distance se détermine aisément. Car outre l'expérience du Dr. *Porterfield*, qui la détermine d'environ 7 pouces pour son œil, nous avons l'expérience du commun des hommes dans

Limites de la vision parfaite.

la force de leur âge, lorsque leurs yeux ne sont pas encore affoiblis, qui en regardant de petits objets, comme les divisions d'un compas de proportion, d'une échelle décimale d'un demi pouce, ou en examinant la finesse d'un linge, d'une toile de Cambray &c. ou en choisissant des dentelles &c. approchent les objets à 5, 6 ou 7 pouces de l'œil, par où l'on peut raisonnablement présumer, que la plus courte distance pour la *vision parfaite* est communément de 5, 6 ou 7 pouces, & je prouverai cela dans la suite par une autre méthode.

107. Mais quant à l'autre limite, qui est la plus grande distance où l'on peut se procurer la vision parfaite, elle est un peu plus difficile à déterminer. Le Dr. *Porterfield* l'a déterminée pour son œil propre à 27 pouces. Mais on peut présumer raisonnablement que cette distance est de beaucoup plus grande pour le commun des yeux, à en juger par la distinction avec laquelle nous voyons une petite pluie, en nous promenant dans une place, & en sortant d'une église, & à 6 ou 8 pieds de la porte en dedans; ou lorsque nous regardons les petits filaments de soie sur lesquels les araignées se portent elles-mêmes dans l'air, à de plus grandes distances, ou le fil d'un cerf volant d'un enfant, à une plus grande hauteur dans l'air. Or pour trouver quelle est cette distance à l'égard d'un œil donné, il est à propos de déterminer le *rayon de dissipation* à quelque grande distance par les art. 93 ou 95, ou plutôt par les art. 63 ou 64, & de calculer par là, la moindre distance à laquelle le *rayon de dissipation* doit s'évanouir, cette moindre distance étant la dernière limite de la *vision parfaite*. Mais il faut considérer pour cela les mesures de quelques parties de l'œil.

108 Dans ces mesures, je suivrai communément l'illustre Mr. *Petit* (*Mem. de l'Acad. Royale des Sciences.* 1728, 1730) qui s'est plus appliqué à les examiner qu'aucun Auteur que je connoisse. Mais je les réduirai aux dixièmes de pouce de *Londres* & aux décimales de ces dixièmes, au lieu des lignes françoises, en suivant la proportion que m'a donné Mr. *Georges Graham* entre la verge de *Londres* & la demi toise de *Paris* & qu'il a tirée de quelques mesures fort exactes que la *Société Royale* & *l'Académie Royale des Sciences de Paris* se sont communiquées, & qui est celle de 36 à 38, 355.

	dixièmes de pouce.
Le rayon de la convexité de la cornée est communément	3, 3294
Le rayon de la convexité antérieure du cryſtallin, en prenant le milieu sur 26 yeux, est	3, 3081
Le rayon de la convexité postérieure du cryſtallin, par le même milieu,	2, 5056
L'axe ou la plus grande épaisseur du cryſtallin, par le même milieu,	1, 8525
L'axe de la cornée & de l'humeur aqueuse jointes ensemble est communément.	1, 0358

109. La réfraction de l'humeur aqueuse, ou la proportion entre les sinus d'incidence & de réfraction, est ici supposée la même que celle de l'air dans l'eau, c'est-à-dire, de 4 à 3.

110. Nous supposons que la réfraction de la *cornée* est la même que celle de l'humeur aqueuse, de manière que les rayons incidents ne souffrent point de nouvelle réfraction, en passant de la *cornée* dans l'humeur aqueuse,

111. On suppose que la proportion entre les sinus d'incidence & de réfraction, en passant de l'humeur aqueuse dans le crystallin, est celle de 13 à 12, & en passant du crystallin dans l'humeur vitrée, celle de 12 à 13.

Mr. *Hawkshée* (*Expériences physico-mechaniques*) fait cette proportion un peu plus grande sur le crystallin d'un boeuf; & le Dr. *Pemberton* (*Dissertatio physico-medica*) panche à la faire un peu plus petite, mais il dit que son expérience n'avoit pas été faite assez exactement.

112. En calculant sur ces mesures & réfractions, on trouvera par l'art. 369 de ce livre d'Optique, qu'un tel œil réunit les rayons parallèles en un point à la distance AM de la surface extérieure de la *cornée* de 8, 9993 dixièmes, que fM est 23, 9562, AL = 5, 3732, IL = 2, 0559 & le rectangle $IL \times fM = 49, 2526$. Fig. 215.

113. Donc si AP, la plus grande distance à laquelle un oeil puisse ramasser en un point les rayons d'un objet, est de 27 pouces, ou 270 dixièmes, MS sera par l'art. 370 de cette Optique de 0, 1861; & il faudra que la rétine soit située autant en arrière du point M, pour avoir la *vision parfaite* à la distance de 27 pouces; & dans toutes les distances plus grandes que 27 pouces, les pinceaux ne peuvent pas se réunir à des points uniques, mais chacun d'eux doit occuper un espace circulaire sur la rétine.

114. Examinons maintenant quel espace l'image d'un point brillant, que l'on suppose à une distance infinie, comme une étoile fixe, doit, selon cette supposition, occuper sur la rétine, & quel angle l'étoile doit paroître comprendre.

Par l'art. 386 de ce livre d'Opt., lorsque PL est infini, $Xx = \frac{AB \times MX}{Z}$, & par l'art. 380 du même liv. $\frac{Pp}{Pl} = \frac{Xx}{V} \times \frac{nM}{nX}$. Donc en supposant cet Xx égal à l'autre Xx, $\frac{Pp}{Pl} = \frac{AB \times MX}{ZV} \times \frac{nM}{nX}$. Et par l'art. 388, $Z \times V = LI \times fM$. Donc $\frac{Pp}{Pl} = \frac{AB \times MX}{LI \times fM} \times \frac{nM}{nX}$; & si l'on néglige la raison de $\frac{nM}{nX}$, $\frac{Pp}{Pl}$ est à fort peu près égal à $\frac{AB \times MX}{LI \times fM}$.

Or si l'on regarde une étoile comme un point brillant, & que MX soit la distance de la rétine au point M, le demi-diamètre de l'image de l'étoile sur la rétine sera Xx; & si Pp est le diamètre d'un objet vu à une très-grande distance Pl, dont l'image sur la rétine soit égale à celle de l'étoile, il est clair que cet objet & l'étoile doivent paroître de la même grandeur, & être compris sous le même angle. Mais la moitié de l'angle compris dans l'œil par l'objet, ou $\frac{Pp}{Pl}$, est mesurée par $\frac{AB \times MX}{LI \times fM}$: Donc cette quantité est aussi la mesure de la moitié de l'angle sous lequel l'étoile paroît. Donc si AB, ou la moitié de l'ouverture de la prunelle est un dixième d'un pouce, ce qui approche fort de la vérité, vu la lumière de l'étoile, & si MX est égal à MS, ou par l'art. précédent à 0, 1861, nous trouverons que l'angle $\frac{Pp}{Pl}$ est à fort peu près 13'. De sorte qu'une étoile devroit paroître d'environ

26′ de diamètre, ou égale à 8 ou 9 doigts de la pleine Lune, ce qui est contraire à l'expérience.

115. De même, deux étoiles, qui ne sont pas plus éloignées que 26′, paroîtroient contigues par l'art. 63, ce qui est aussi contraire à l'expérience. Car Z de *Bayer*, ou l'étoile du milieu de la queue de la grande Ourse, n'est éloignée d'*Alcor* que d'un peu plus de 12′, & cependant on s'apperçoit aisément de leur distance.

116. De même, la distance entre les deux étoiles, qui composent l'étoile double α de la tête du *Capricorne*, est un peu plus de 6 minutes, & cependant un œil ordinaire distingue aisément cette distance.

117. De plus, l'intervalle entre les deux étoiles des *Hyades*, ϑ de *Bayer*, est très-visible, & on le distingueroit clairement, à en juger par mes yeux, & par ceux de plusieurs autres personnes de différents âges, qui m'en ont assuré, quant même il seroit plus petit. Il n'est cependant que de 5′. 40″.

118. Il suit de tout cela, que l'œil peut distinguer un intervalle beaucoup moindre que celui de 26′ entre deux étoiles, & que par conséquent il peut avoir une *vision parfaite* à une distance beaucoup plus grande que 27 pouces.

119. Et si l'on suppose qu'une étoile paroît sous un angle de 6′, & que par conséquent tout ce que nous pouvons faire, est de distinguer l'intervalle entre deux étoiles qui sont un peu plus éloignées que de 6′, on trouvera par le calcul, que l'œil est en état de voir un objet par la *vision parfaite*, au moins à la distance de 9 pieds 7 pouces.

120. Mais si une étoile paroît sous un angle de 4′, & qu'on puisse voir l'intervalle entre deux étoiles un peu plus éloignées l'une de l'autre que de 4′, ce qui par les expériences que j'en ai faites, paroît être le cas en général des bons yeux, on trouvera, par le calcul, que l'œil, en voyant un intervalle semblable, est en état de voir un objet par la *vision parfaite* à la distance de 14 pieds 5 pouces.

On peut tirer de tout ce qui a été dit dans les art. précédents, un argument décisif contre l'opinion de Mr. *de la Hire*, dont j'ai parlé dans l'art. 105.

Si l'œil ne pouvoit pas altérer sa conformation, pour se procurer la *vision parfaite* à différentes distances, & qu'il fût borné à une seule distance déterminée, en sorte que dans toutes les autres distances, la vision fût plus ou moins confuse, sans aucun autre secours que la contraction de la prunelle; supposons que l'unique distance invariable pour la *vision parfaite* fût de 27 pouces.

Par l'art. 114, une étoile paroîtroit alors sous un angle de 26′, & par l'art. 115, l'œil ne seroit pas capable de discerner un intervalle entre deux étoiles éloignées de 26′, en supposant que le rayon de l'ouverture de la prunelle, à cause de la lumière de l'étoile, fût d'un dixième d'un pouce.

Et si nous supposons même que la lumière d'une étoile réduisît le diamètre de l'ouverture de la prunelle à un dixième de pouce, ce que je regarde comme la moindre ouverture, où la prunelle puisse parvenir dans la plûpart des yeux par la lumière ordinaire du jour, ou par une forte lumière d'une chandelle, nous ne serions pas capables d'appercevoir aucun intervalle entre deux étoiles qui ne seroient séparées que de 13′, ce qui par les art. 115, 116, 117, est contraire à l'expérience.

De

De plus, par la première remarque sur le chapitre 3, avec la lumière du jour ordinaire, ou avec la lumière forte d'une chandelle, un point du caractère de cette impression paroîtroit, à la distance de 13 ½ pouces, sous un angle de 13′, c'est-à-dire, aussi grand qu'un cercle noir de la moitié d'un dixième de pouce en diamètre, vu à cette distance par la *vision parfaite* : & les *pénombres* des deux lignes paralleles, dans la lettre *n* ou dans *m*, se rencontreroient au milieu de l'espace qu'elles comprennent, à moins que ces lignes ne fussent séparées de la moitié d'un dixième de pouce, c'est-à-dire, que le caractère de cet essai, ou du livre d'Optique même, ne seroit du tout point lisible à la distance de 13 ½ pouces; ce qui est aussi contraire à l'expérience.

Si au lieu de 27 pouces, on prend une distance plus grande pour la distance invariable de la *vision parfaite*, cela aidera un peu à l'égard de l'intervalle des étoiles; mais on trouvera plus de confusion à la distance où nous lisons ordinairement. Si l'on prend une moindre distance, on lira plus aisément à la distance ordinaire, mais on ne pourra pas voir l'intervalle entre deux étoiles, à moins qu'elles ne soient séparées de plus de 13′.

III.

121. Je viens maintenant au troisième point proposé dans l'art. 104, quel est le changement qui se fait dans la conformation de l'œil pour lui procurer une *vision parfaite* à différentes distances.

Les Anatomistes & les Opticiens sont partagés sur ce point en différentes opinions. Je vais proposer ici & examiner briévement celles que j'ai pu recueillir, ou par la lecture, ou par la conversation.

122. Les uns croient que l'œil dans l'état d'inaction, lorsqu'il est dans un repos parfait avec les parties qui sont autour de lui, est en état de voir très-distinctement à la plus grande distance; & que pour voir les objets plus proches, le globe de l'œil est comprimé par ses muscles qui lui donnent une figure oblongue, de manière que son axe devient aussi long qu'il est nécessaire pour unir les pinceaux à des points sur la rétine.

Mais on peut raisonnablement opposer à cette opinion, que dans plusieurs animaux la *sclerotique* est si dure, qu'elle ne seroit pas capable de changer de figure par cette pression : & que même dans les hommes & dans plusieurs animaux, où la *sclerotique* est moins dure, cette pression des muscles ne sçauroit jamais être assez uniforme pour affecter également les fibres de la rétine de tous les côtés; mais que ses fibres seroient en quelques endroits courbées de plus près, ou plus pressées en dedans que dans d'autres, ce qui nécessairement troubleroit la vision. A quoi l'on peut ajoûter qu'une pression légère ne suffiroit pas pour l'effet proposé. Car pour rendre la vision parfaitement distincte, à toutes les distances depuis 6 pouces jusqu'à 14 pieds 5 pouces, il faudroit une pression capable d'allonger l'axe de l'œil d'un dixième, & il faudroit pour cela réduire la rétine, qui est sphérique, à une telle ovale que ses fibres en seroient beaucoup dérangées.

123. Une seconde opinion est que l'œil en repos, est en état de voir distinctement les objets les plus proches, & que pour la vision distincte des objets éloignés, il est pressé contre le fond de l'orbe, de manière à le rendre plus plat & son axe plus court.

Mais on peut faire contre cette opinion les mêmes objections que nous avons fait contre la première.

124. Une 3e. opinion est, que l'œil en repos, est en état de voir les objets les plus éloignés, & que pour voir distinctement les objets proches, l'humeur crystalline, par le moyen du *ligament ciliaire*, est poussée en avant, de manière que la distance entre sa surface postérieure & la rétine, s'augmente assez pour réunir les pinceaux en des points sur cette membrane.

Mais pour *voir parfaitement* les objets depuis 14 pieds 5 pouces jusqu'à 6 pouces, il faudroit que le crystallin fut poussé en dehors d'environ 0, 87, ce que *l'uvée* ne permettroit pas, parce qu'il n'y a que la distance de 0, 22 tout au plus entre *l'uvée* & le crystallin.

125. Une 4e. *hypothèse*, est que l'œil en repos est en état de voir les objets les plus proches; & que pour voir distinctement les objets plus éloignés, le *ligament ciliaire* se resserre, & par ce moyen le crystallin prend une moindre convexité.

Mais pour voir les objets parfaitement distincts, depuis 6 pouces jusqu'à 14 pieds 5 pouces, l'altération dans la convexité du crystallin devroit être trop grande. Car le rayon de chacune de ses surfaces devroit croître plus de $\frac{1}{7}$ de ce qu'elles sont à présent. Or le crystallin est d'un tissu trop solide, & le *ligament ciliaire* paroît de beaucoup trop foible, pour en attendre un si grand effet.

126. Le sçavant & ingénieux Dr. *Pemberton* a avancé une 5e. opinion (*Dissertatio physico-medica*), c'est que pour rendre l'œil capable de voir les objets les plus proches, une surface du crystallin doit devenir plus convexe & l'autre plus plate; & que pour le rendre capable de voir les objets plus éloignés, la première surface du crystallin devient plus plate & la seconde plus convexe. Et il suppose que cette altération se fait par de certaines fibres musculaires, qui sont en dedans de la substance du crystallin. Mais ce sentiment n'a pas été expliqué par ce sçavant Auteur, autant qu'il auroit été à souhaiter.

Je remarquerai seulement que si l'œil devient capable de voir les objets proches, en rendant la surface antérieure du crystallin plus convexe, pendant que la surface postérieure devient plus plate, ce qui pour plusieurs raisons paroît être la méthode la plus avantageuse & la plus convenable; il faudra, pour voir un objet *parfaitement* à la distance de 5 ou 6 pouces, que le rayon de cette surface antérieure, soit diminué de 3, 3081 jusqu'à 2 à fort peu près; si le rayon de la surface postérieure est seulement augmenté depuis 2, 5056 jusqu'à 3; & que pour voir un objet *parfaitement* à la distance de 14 pieds 5 pouces, il faudra augmenter le rayon de la surface antérieure jusqu'à 5 à fort peu près, si l'on ne diminue le rayon de la surface postérieure que jusqu'à 2. De sorte que tandis que le rayon postérieur change de 3 à 2, le rayon antérieur, pour *voir parfaitement* dans toutes les distances entre 5 ou 6 pouces, & 14 pieds 5 pouces, doit être plus que doublé. Mais c'est là sûrement un changement trop grand pour une substance d'une consistance aussi forte que le crystallin.

J'ajoûterai encore que les démonstrations de ce Sçavant sont appuyées sur la supposition, qu'en regardant les objets qui paroissent confus, la prunelle

se resserre toujours autant qu'elle est capable de le faire. Or on verra bientôt que cette supposition est contraire à l'expérience.

127. N'étant nullement satisfait d'aucune des hypothéses que je viens de rapporter, je me suis appliqué à examiner attentivement les différentes parties de l'œil, pour voir si je pourrois y trouver une ou plusieurs forces capables d'altérer sa conformation, de manière à répondre parfaitement aux effets observés. Et pour mettre le Lecteur en état de juger si j'ai réussi dans cette recherche, je vais, avant que de proposer mon opinion, examiner un peu les parties de l'œil qui me paroissent concourir à l'effet en question.

128. La *cornée* est une membrane compressible & élastique, qui céde facilement à toute force extérieure ou intérieure, & qui reprend facilement sa première forme par son propre ressort, aidé par la pression de l'humeur aqueuse qu'elle contient.

129. *L'uvée* est une membrane musculeuse, & par conséquent capable de se resserrer & de prendre de moindres dimensions. Elle prend son origine dans une élévation circulaire ou protubérance qui regne tout le long de l'intérieur de la *cornée*, dans sa jonction avec la *sclérotique*; je n'ai pas idée d'avoir vu la description de cette protubérance dans aucun Anatomiste.

Tous les Anatomistes conviennent aujourd'hui que *l'uvée* est accompagnée d'un anneau étroit de fibres circulaires musculeuses auprès de la prunelle; non pas qu'ils soient capables de démontrer ces fibres; mais ils les conjecturent avec raison; parce que la contraction de la prunelle par une forte lumière, ou en regardant attentivement un objet fort proche & fort petit, se voit clairement, & qu'on présume avec raison qu'elle vient d'un anneau musculeux. Il est vrai que Mr. *Ruysch* à représenté cet anneau de fibres musculeuses dans une ou deux de ses figures, mais il nous dit en même tems, *sculptor hic justo distinctius repræsentavit, nam in objecto ipso non tam luculenter visuntur.* (Thes. anat. II. p. 87); & dans un autre endroit (*ibid. p.* 14), il avoue le fait ingénument, *fateor hasce fibras circulares non tam luculenter conspici posse, quin oculi mentis in subsidium sint vocandi.*

C'est encore un point dont on convient, que *l'uvée* est fournie de fibres droites insérées dans cet anneau, & qui prennent leur origine dans la partie de *l'uvée*, qui est liée au bord intérieur de la *cornée*, & que ces fibres droites étant forcées & allongées, lorsque l'anneau se resserre, reprennent leurs premières dimensions par leur ressort, ou par leur force musculeuse, & contribuent par ce moyen à dilater la prunelle, lorsque l'anneau musculeux, dont on a parlé, ne la resserre plus, & qu'il est dans l'inaction.

Mais on doit observer ici, que lorsque ces fibres droites sont ainsi forcées par la contraction de l'anneau musculeux, elles doivent nécessairement tirer le bord de *l'uvée* qui est attaché à la *cornée*, & par conséquent le bord même de la *cornée* un peu en dedans dans le même tems. Mais ce bord de *l'uvée* ne sçauroit être tiré en dedans, sans se resserrer & prendre un contour moindre que celui qu'elle avoit auparavant. Ne faut-il pas que ce bord de *l'uvée* qui est attenant à la *cornée*, soit garni d'un anneau de fibres circulaires, par où il puisse se resserrer, & prendre un moindre contour, aussi bien que le bord de *l'uvée* qui est proche de la prunelle ? Pour moi je crois que cette partie de *l'uvée* a une telle force, & qu'elle adhére si fortement à la *cornée*, comme on le voit par la résistance qu'elle fait lorsqu'on veut les séparer, qu'il n'est pas douteux qu'elle ne soit musculeuse, puisqu'il paroît

qu'il n'y a pas lieu dans cet endroit à placer une membrane de cette force, à moins que ce ne ſoit pour agir avec la force des muſcles, & pour ſurmonter une réſiſtance conſidérable. Je ne me ferai donc pas un ſcrupule de qualifier ce bord de *l'uvée*, auprès de la *cornée* du nom du plus grand anneau muſculeux de *l'uvée* pour le diſtinguer de l'autre anneau qui eſt auprès de la prunelle, & que j'appellerai dans la ſuite le plus petit anneau muſculeux.

On m'objectera peut-être que l'exiſtence de ce grand anneau muſculeux que je ſuppoſe, n'a pas encore été prouvée par aucune démonſtration oculaire.

Je réponds qu'on n'a pas encore prouvé non plus de la même manière, l'exiſtence du plus petit anneau muſculeux.

Mais, dira-t-on, quoiqu'on n'ait pas de preuve oculaire de l'exiſtence du plus petit anneau, on la conclud avec raiſon par ſon effet, qui eſt la contraction viſible de la prunelle, & qui ſeroit inexplicable, ſi l'on ne ſuppoſoit pas un pareil anneau muſculeux.

Je réponds que le changement de conformation, pour mettre l'œil en état de voir les objets fort proches, n'eſt pas moins certain que la contraction de la prunelle : & l'on n'a pas encore pu expliquer ce changement de conformation ; au lieu qu'on l'explique clairement, en ſuppoſant l'exiſtence du grand anneau muſculeux, comme je vais le faire dans un moment.

130. L'humeur cryſtalline eſt renfermée dans une capſule membraneuſe très-fine avec un peu d'eau entre deux, de la même manière que le cœur dans le *pericarde*.

Je tire ce fait des obſervations des Anatomiſtes les plus récents, & ſurtout de celles de l'illuſtre Mr. *Petit* (*Mémoires de l'Acad.* 1730), qui remarque auſſi (*ibid. p.* 436), que la partie poſtérieure de cette capſule ou celle qui enveloppe la ſurface poſtérieure de l'humeur cryſtalline, eſt adhérente à la membrane qui renferme l'humeur vitrée, de manière qu'on ne peut pas l'en ſéparer ſans la couper : mais que tout le long du limbe ou du bord du cryſtallin, ces deux membranes adhérent ſi fortement l'une à l'autre, qu'on ne ſçauroit les ouvrir ſans un couteau.

Je dois encore obſerver d'après les meſures qui ont été priſes par cet habile & exact Anatomiſte, & d'après celles que j'ai priſes moi-même, que la figure de ce corps compoſé, qui comprend l'humeur cryſtalline, l'eau qui l'environne & la *capſule* qui contient l'une & l'autre, eſt formée de deux ſegments d'égale largeur, mais de ſphéres inégales, appliqués l'un ſur l'autre par leurs côtés plans, & ayant un bord délié tout autour, de manière qu'il ſe forme un limbe obtus d'une épaiſſeur aſſez conſidérable ; & par ce moyen le bord de la *capſule* eſt attaché plus fortement à la membrane de l'humeur vitrée tout le long de ce bord, qu'il ne le ſeroit ſans cela.

J'ai encore obſervé que pour rendre cette liaiſon plus forte, le limbe de la *capſule* eſt endenté tout autour par des ſillons peu profonds qui paroiſſent perpendiculaires au limbe, & je crois que la membrane de l'humeur vitrée engraine tout le long dans ces ſillons.

Voilà ce que donne l'obſervation. Juſqu'à ce que l'expérience en ait décidé autrement, qu'il me ſoit permis pour la facilité du calcul, de ſuppoſer que la *capſule*, l'eau qu'elle contient & l'humeur cryſtalline même, n'ont qu'une ſeule & même puiſſance réfractive.

131. Le *ligament ciliaire* eſt un muſcle compoſé de fibres longitudinales, & il eſt beaucoup plus foible que *l'uvée*. Il prend ſon origine par derrière *l'uvée*, du tour circulaire dont on a parlé, à la jointure de la *cornée* & de la *ſclerotique*, & s'étendant ſur le bord extérieur de l'humeur vitrée, il eſt attaché tout autour de la ſurface antérieure de la *capſule*, ſur laquelle, dit Mr. *Petit* (p. 438), ce ligament prolonge ſes fibres, & les vaiſſeaux qu'il lui fournit.

Mais comme la partie de la *capſule* à laquelle ces fibres muſculeuſes, & ces vaiſſeaux ſont attachés, peut par là devenir un peu moins transparente que le reſte, il eſt probable que cette inſertion ne s'étend pas aſſez loin vers le milieu de la *capſule*, pour rencontrer les rayons qui traverſent la prunelle dans ſa plus grande dilatation.

132. Si l'on m'accorde ce qui eſt contenu dans les quatre articles précédents, je crois que je pourrai expliquer de la manière ſuivante, le changement qui ſe fait dans la conformation de l'œil, pour voir les objets diſtinctement à différentes diſtances.

Lorſque l'œil eſt parfaitement en repos, qu'on ne fait aucun effort ſur aucune de ſes parties, il eſt en état de *voir parfaitement* à une certaine diſtance modérée & déterminée.

Je crois que cette diſtance eſt pour la plûpart des yeux d'environ 15 ou 16 pouces, qui eſt la diſtance ordinaire pour lire un caractère médiocre. Car il eſt vraiſemblable, que nous liſons ordinairement à la diſtance où la viſion eſt parfaite, ſans aucun tiraillement des yeux, & par conſéquent avec plus de facilité & d'une manière à continuer plus long-tems.

133. Lorſque nous regardons des objets à une diſtance moindre que de 15 à 16 pouces, je crois que le grand anneau muſculeux de *l'uvée* ſe reſſerre, & que par là il fait prendre à la *cornée* une plus grande convexité. Et lorſque nous ceſſons de regarder ces objets proches, l'anneau muſculeux ceſſe d'agir, & la *cornée* par ſon reſſort revient à ſa convexité ordinaire qui eſt pour la diſtance de 15 à 16 pouces. Dans cet état, le reſſort de la *cornée* d'un côté, & le ton de l'anneau muſculeux de l'autre, doivent être regardés comme deux antagoniſtes dans un parfait équilibre.

Changement de l'œil pour les objets proches.

134. Lorſque l'œil ſe met en état de voir les objets plus éloignés que de 15 à 16 pouces, je crois que le *ligament ciliaire* reſſerre ſes fibres longitudinales, & que par ce moyen il tire un peu en avant & en dehors la partie de la ſurface antérieure de la *capſule*, à laquelle ces fibres ſont attachées. Et pendant que cela ſe fait, l'eau qui eſt en dedans de la *capſule*, doit néceſſairement couler du deſſous du milieu vers la partie élevée de la *capſule*, & l'humeur aqueuſe doit couler de deſſus la partie élevée de la *capſule* au milieu. Par conſéquent le milieu de la ſurface antérieure de la *capſule* doit un peu s'affaiſſer, pendant que le reſte eſt élevé, ou bien toute la ſurface antérieure en dedans de l'inſertion du *ligament ciliaire* doit ſe réduire à une moindre convexité. Et lorſque la contraction du *ligament ciliaire* ceſſe, la partie antérieure de la *capſule*, qui avoit été un peu forcée par cette contraction, reprend par ſon reſſort ſa première figure. Dans cet état le reſſort de la *capſule* & le ton du *ligament*, peuvent être auſſi regardés comme deux antagoniſtes qui ſont entr'eux dans un équilibre parfait.

Changement pour les objets éloignés.

Cette *capſule* étant une membrane fort tendre, & contenant de l'eau

entre sa surface intérieure & le crystallin, peut aisément obéir à l'effort d'un muscle aussi foible que le *ligament ciliaire*, qui ne seroit pas capable d'applatir le crystallin, vu la force de son tissu. Et c'est là le vrai usage de la *capsule* & de l'eau qu'elle contient.

On pourra peut-être penser, que si le *ligament ciliaire* avoit été plus fort, & s'il avoit été attaché au crystallin même, il auroit été capable de le tirer en dehors & de l'applatir, sans cet embarras de la *capsule* & de l'eau qu'elle contient. Mais cela n'auroit pas été aussi convenable à la fin proposée. Car le *ligament ciliaire* vient du bord de la *cornée* dans l'endroit où elle s'unit avec la *sclerotique* auprès de *l'uvée*; & par conséquent lorsque les fibres longitudinales d'un tel *ligament ciliaire* plus fort se seroient raccourcies, elles auroient non-seulement tiré le crystallin en dehors, mais aussi la *cornée* en dedans, c'est-à-dire, qu'elles auroient non-seulement diminué la convexité du crystallin, mais encore augmenté celle de la *cornée*; & ces deux effets auroient été contraires, l'applatissement du crystallin tendant à préparer l'œil pour voir les objets éloignés & la convexité de la *cornée* tendant à le disposer à voir les objets proches. Au lieu que le *ligament ciliaire* étant aussi foible qu'il l'est, ne peut pas affecter sensiblement la *cornée*, & par cette admirable invention de la *capsule* & de l'eau qu'elle contient, il suffit à l'effet proposé.

Il n'est pas nécessaire de remarquer qu'un *ligament ciliaire* aussi fort auroit, par la contraction, risqué de désunir l'humeur crystalline de l'humeur vitrée.

Il m'étoit venu dans l'esprit, que les deux surfaces de la *capsule* devenoient moins convexes, parce que leurs bords étoient tirés un peu en dehors; & j'avois établi mon calcul sur cette idée. Mais en voyant combien la surface postérieure de la *capsule* étoit fortement attachée à la membrane de l'humeur vitrée, sur-tout aux bords de la *capsule*, & faisant attention à la situation de la partie antérieure ou extérieure de l'humeur vitrée, qui est telle qu'elle doit nécessairement empêcher que le bord de la *capsule* ne soit tiré en dehors, & sur-tout en examinant la situation de l'insertion du *ligament ciliaire*, je trouvai que l'œil ne pouvoit se mettre en état de voir les objets éloignés qu'en applatissant la seule surface antérieure.

135. Cela suffit pour donner une idée générale de la manière dont l'œil altére sa conformation, selon les différentes distances des objets. Mais pour faire voir que les moyens que nous avons proposés remplissent entièrement cette vue, il est nécessaire que nous entrions dans un plus grand détail. Soit
Fig. 215. BAB la *cornée*, BSB la *sclerotique* qui joint la cornée en B & B; B*u*, B*u* *l'uvée*; *uu* l'ouverture de la prunelle; DCD la surface antérieure de la *capsule* & de l'humeur crystalline; DED la surface postérieure de la même *capsule*; B*d*, B*d* le *ligament ciliaire*; AS l'axe de l'œil depuis la surface extérieure de la *cornée* jusques à la *rétine*; AC l'axe de la *cornée* & de l'humeur aqueuse; CE l'axe de la *capsule*, de l'eau qui est en dedans & de l'humeur crystalline; ES l'axe de l'humeur vitrée; M le point de l'axe de l'œil où les rayons parallèles se réunissent en un point, ou le principal foyer de l'œil; *f*, L, I les autres foyers de l'art. 370 de ce livre d'Optique; AP la distance d'un objet à l'œil, par laquelle les pinceaux sont ramassés en des points sur la *rétine* en S.

Supposons maintenant, comme ci-devant dans l'art 108, le rayon de

BAB = 3, 3294 ; celui de DCD = 3, 3081 ; celui de DED = 2, 5056 ; AC = 1, 0358 ; CE = 1, 8525 ; la réfraction en A comme 4 à 3 ; celle en C comme 13 à 12 & celle en E comme 12 à 13.

Nous aurons AM de 8, 9993 ; le rectangle LI × fM = 49, 2526 & il reste à trouver MS en déduisant AM de AS.

136. Mr. *Petit* (Mémoires de l'Acad. 1728) sur la mesure d'un œil seul, fait AS = 10, 0578. Mais cela paroît différer beaucoup de la longueur ordinaire d'un œil, & s'il n'y a point de faute d'impression, cette mesure ne peut convenir qu'à un œil d'une vue fort courte.

Dans six yeux de personnes adultes, que j'ai mesurés, l'axe de dehors en dehors étoit comme il suit, 9, 3 ; 9, 8 ; 9, 6 ; 9, 3 ; 9, 4 ; 9, 0 ; & prenant le milieu, 9, 4.

On doit soustraire de cette longueur, l'épaisseur de la *sclerotique*. Ayant coupé cette peau dans l'endroit où se termine l'axe, je plaçai deux épingles auprès du bord divisé & les examinant avec un microscope, l'épaisseur de la peau me parut égale à l'une des épingles, dont j'avois pris le diamètre auparavant = 0, 25. Ainsi l'axe de l'œil depuis la surface extérieure de la cornée jusques à la rétine doit être communément 9, 15 & MS = 0, 1507.

137. Donc par l'art. 370 de ce livre d'Optique, $\frac{LI \times fM}{MS}$ ou PL = 326,7 & AP = 332 dixièmes ou 33 pouces à fort peu-près.

Telle est donc la distance à laquelle un œil qui a ces dimensions, & avec les réfractions supposées, doit voir un objet parfaitement distinct, & sans aucun tiraillement ou effort d'aucune de ses parties, c'est-à-dire, avec une extrême facilité, & l'on peut l'appeller avec raison la distance naturelle de cet œil.

138. Mais je vois que cette distance est trop grande pour les yeux ordinaires, & cela pour deux raisons.

1°. Il paroît raisonnable de supposer, que la distance à laquelle nous lisons ordinairement un gros caractére d'impression bien net, est la distance qui par expérience nous est la plus commode, & c'est celle de 15 à 16 pouces environ.

2°. Il est à présumer, que la distance naturelle à laquelle nous voyons distinctement avec une extrême facilité, n'est que double environ de la moindre distance où nous pouvons voir distinctement. Car par la première remarque sur le chap. 3, il faut à fort peu-près un aussi grand changement de conformation pour diminuer la distance naturelle de la moitié, que pour l'augmenter à l'infini. D'où il est raisonnable de conclure, que la distance naturelle est celle où il ne faut pas un plus grand changement de conformation pour la réduire à la moindre distance, que pour l'augmenter jusques à la plus grande distance où nous pouvons voir distinctement. Mais si la distance naturelle étoit de 33 pouces, il s'ensuivroit de la même remarque, qu'il faudroit environ quatre fois autant de changement de conformation dans l'œil & plus, pour le réduire à la moindre distance de 5 ou 6 pouces, que pour augmenter à l'infini la distance naturelle. Au lieu que si l'on suppose que la distance naturelle est d'environ 15 ou 16 pouces, il ne faudra pas plus de changement de conformation pour voir distinctement à environ 6 pouces de distance, que pour augmenter

cette diſtance juſques à la plus grande diſtance où puiſſe s'étendre la *viſion parfaite*.

139. Cela fait voir qu'il eſt néceſſaire d'augmenter au moins l'une des réfractions que nous avons ſuppoſées ci-devant. Et certainement, comme l'humeur aqueuſe n'eſt pas de l'eau ſimple, mais une liqueur animale chargée en quelque degré de ſels & de ſoufres, il paroît raiſonnable de lui donner une réfraction un peu plus grande que celle de 4 à 3, ou plus exactement de 80 $\frac{1}{4}$ à 60, qui eſt la réfraction moyenne entre les rayons les plus réfrangibles & les moins réfrangibles qui paſſent de l'air dans l'eau. Voyez l'Opt. de *Nevvt*. p. 114.

Diſtance naturelle des objets à l'œil.

Suppoſons donc que la réfraction de cette humeur de la cornée eſt celle de 81 à 60 ou de 27 à 20, au lieu de celle ci-devant ſuppoſée de 80 à 60, nous aurons AM = 8, 8202; MS = 0, 3298 & LI × ſM = 46, 7621. Donc PL = 141, 8; AL = 5, 2 & AP ou la diſtance naturelle de l'œil, ſera 147 dixièmes, ou 15 pouces à fort peu-près, la même que nous trouvons par expérience la plus favorable pour lire.

Mais il eſt bon d'obſerver ici, que quoique cette diſtance ſoit la plus favorable pour lire les gros caractères, ou au moins les caractères médiocres; elle ne l'eſt pas pour lire les petits caractères. Car ſi vous donnez à un jeune homme dans la force de l'âge un caractère moyen à lire, vous verrez qu'il tiendra le livre à 15 pouces plus ou moins de ſon œil. Mais ſi vous lui donnez un livre d'un plus petit caractère, vous verrez qu'il l'approchera d'avantage, peut-être à 12 ou 13 pouces.

La raiſon de cela eſt fort claire. Lorſque le caractère eſt petit, on tient le livre plus proche pour augmenter ſon image ſur la rétine, laquelle eſt en raiſon réciproque de PL, par l'art. 376 de ce livre; de ſorte qu'en approchant le livre, l'image devient auſſi grande que l'étoit auparavant celle du gros caractère. Et pour remédier à la confuſion de l'image, ſi elle eſt conſidérable, on rend la *cornée* un peu plus convexe par une douce & légère contraction de ſon anneau muſculeux, ou l'on reſſerre un peu la prunelle.

140. Après avoir fixé la diſtance naturelle des objets à l'œil, ou la diſtance à laquelle on voit les objets plus diſtinctement, lorſque l'œil eſt parfaitement en repos & à ſon aiſe, ſans le moindre tiraillement ou effort d'aucune de ſes parties; nous allons examiner ſi les moyens que nous avons propoſés pour changer la conformation de l'œil, lorſqu'il regarde les objets proches, ſuffiſent pour accommoder cet organe à la *viſion parfaite*, dans les moindres diſtances qui ſont celles de 5 ou 6 pouces. Il faut pour cela, outre les réfractions & les meſures que nous avons dejà données, en donner encore une ou deux des autres parties.

141. La corde BB de la *cornée*, eſt ſelon Mr. *Petit* de 5 lignes, meſure de *Paris*, c'eſt-à-dire 4, 4392 ſelon notre meſure. Ainſi le ſinus verſe qui appartient à cette corde, ou la partie AC interceptée entre A & BB eſt 0, 8481.

Suppoſons maintenant que le plus grand anneau muſculeux de *l'uvée* ſe reſſerre, juſques à diminuer ſa circonférence de $\frac{1}{55}$ environ, ou à proportion de 4, 4392 à 4, 3462; la corde de la *cornée* qui eſt le diamètre de cette circonférence, diminuera en même proportion de 4, 4392 à

4, 3462,

4, 3462, ou le bord de la *cornée* sera d'autant poussé en dedans. Et comme l'arc BAB de la *cornée* continue d'être de la même longueur qu'auparavant, mais qu'il devient seulement plus convexe, le rayon de cet arc sera 3 au lieu de 3, 3294, étant diminué d'environ un dixième, & le sinus verse de la *cornée* augmentera de 0, 0835, c'est-à-dire, que la ligne AC qui étoit 1, 0358 sera 1, 1193; comme on peut aisément le trouver par le calcul.

142. Calculant donc sur le nouveau rayon de la *cornée* = 3 & sur cette nouvelle ligne AC = 1, 1193 & employant les autres mesures & réfractions comme ci-devant dans l'art. 139, nous trouverons AM = 8, 3594; MS = 0, 8741; AL = 4, 8970; LI × fM = 41, 8714. Donc PL = 47, 9 & AP = 52, 8 ou un peu plus que 5 pouces.

Donc le moyen que nous avons proposé pour réduire la distance naturelle de l'œil, à la plus petite distance où nous puissions voir distinctement, suffit à ce dessein, puisque peu de personnes ont la *vision parfaite* plus proche qu'entre 5 ou 6 pouces; quoique par une contraction tant soit peu plus grande de l'anneau musculeux, on puisse encore diminuer un peu la distance, lorsque la *cornée* est assez flexible.

On ne peut pas objecter avec raison contre ce changement de conformation de l'œil, qu'il soit trop grand pour être admis raisonnablement. Car le rayon de la *cornée* ne s'accourcit que d'un dixième, & cela ne vient que de la contraction du grand anneau musculeux de *l'uvée* qui ne se resserre que de $\frac{1}{13}$, ce qui est beaucoup moins que la contraction du petit anneau musculeux, qui est capable de se réduire à la moitié de sa dimension, lorsque l'œil est exposé à une forte lumière.

Mais on peut se former quelque doute sur la circonférence de la *cornée* où *l'uvée* est attachée, si à raison de son union avec la *sclérotique*, elle peut parvenir, par cette contraction de son anneau musculeux, à rentrer en dedans vers la prunelle & à se resserrer elle-même pour former une moindre circonférence.

A cela je réponds que l'espace qu'elle parcourt pour s'approcher de la prunelle, est par notre supposition très-petit, étant moindre que $\frac{1}{100}$ d'un pouce; & que ce petit mouvement est favorisé par l'obliquité de sa jonction avec la *sclérotique* observée par M. *Petit* (*Mémoires de l'Acad. des Sciences* 1728), & cet espace par lequel cette circonférence diminue sa longueur, est moindre que $\frac{3}{100}$ d'un pouce, ce qui dans une membrane compressible & dilatable n'est pas difficile à comprendre.

Mais la quantité, tant de son approche à la prunelle, que de sa contraction en circonférence, sera diminuée très-considérablement, si l'on suppose que l'arc BAB s'élargit & se dilate un peu, lorsque les points B, B sont tirés en dedans. Et je crois que la chose est ainsi, quoique pour ne pas occuper nos Lecteurs de trop de minuties, j'aie omis ci-devant cette réflexion.

Enfin comme nous avons remarqué ci-devant (art. 134) que le ressort de la *capsule* & le ton du *ligament ciliaire* sont antagonistes, il s'ensuit que lorsque le bord de la *cornée* est tiré en dedans, par la contraction de *l'uvée*, & que par conséquent le *ligament ciliaire* est relâché, la *capsule* doit devenir plus convexe. Et par cette raison il faudra un peu moins de convexité dans la *cornée* & moins de contraction dans *l'uvée*, que nous ne l'avons supposé ci-devant.

143. Voyons maintenant ſi le moyen que j'ai propoſé pour rendre l'œil propre à diſtinguer les objets dans les plus grandes diſtances, eſt ſuffiſant.

La corde de l'humeur cryſtalline ou DD, eſt ſelon Mr. *Petit* (*Mém. de l'Acad.* 1730) en prenant un milieu ſur 26 yeux différents, réduite à notre meſure, 3, 7321. Et le rayon de la ſurface antérieure étant 3, 3081; le ſinus verſe de cette corde eſt 0, 5765. Le rayon de la ſurface poſtérieure étant 2, 5056; le ſinus verſe de la même corde eſt 0, 8355.

Ces deux ſinus verſes 0, 5765 & 0, 8355 étant ajoutés enſemble, ne font que 1, 4120, ce qui eſt moindre que l'axe du cryſtallin 1, 8525 de 0,4405. Par où l'on voit clairement ce que nous avons avancé ci-devant, art. 130, que le cryſtallin eſt compoſé de deux ſegments de ſphéres joints enſemble par leurs côtés plats avec le bord arrondi tout autour.

Par un ſolide de mêmes dimenſions que le cryſtallin, j'entends le compoſé du vrai cryſtallin, de l'eau & de la *capſule*, qui peut ſe former, ſoit en prolongeant la corde commune des deux ſegments juſqu'à ce que leurs ſinus verſes joints enſemble, forment l'axe 1, 8525 & en arrondiſſant alors le bord juſqu'à ce que la corde commune ſoit encore reduite à 3, 7321; ou en ſuppoſant que les deux ſegments avec les dimenſions déterminées ci-devant, ſoient appliqués, l'un ſur la ſurface ſupérieure, & l'autre ſur la ſurface inférieure d'un cylindre de même largeur, & dont la hauteur ſoit 0, 4405; laquelle étant ajoutée au ſinus verſe des deux ſegments produit l'axe 1, 8525.

Nous avons remarqué ci-devant, art. 131, que le milieu de la ſurface antérieure de la *capſule* eſt probablement libre de l'inſertion du *ligament ciliaire* dans toute la largeur néceſſaire pour recevoir tous les rayons qui paſſent par la prunelle dans ſa plus grande dilatation. Or on ſçait qu'aucun des rayons qui traverſent la prunelle ne peut manquer de tomber dans ce milieu, quand même ſa largeur ſeroit beaucoup moindre que le diamètre de la prunelle, qui ne ſurpaſſe jamais que difficilement 2, 22 ou la moitié de la largeur de *l'uvée*.

Nous ſuppoſerons néanmoins ici que la largeur de la ſurface antérieure de la *capſule*, ou *dd* eſt 2, 5; de ſorte que le ſinus droit de la moitié de l'arc *dd*, ſera 1, 25 & la moitié de l'arc $22^{\circ} 12'$, ſon ſinus verſe 0, 2452.

Suppoſons maintenant que le *ligament ciliaire* ſe reſſerre de manière que le point *d* ſoit tiré en dehors, & que ſon mouvement en avant & parallelement à l'axe de l'œil ſoit $\frac{1}{100}$ d'un pouce, ou 0, 0255; en conſéquence de ce mouvement le ſommet de la *Capſule*, par l'art. 134, ſera mû autant en arrière, & le rayon de cet arc *dd* qui étoit 3, 3081 ſera 4, 2000; ſon ſinus verſe qui étoit 0, 2452 ſera diminué & deviendra 0, 1941, la différence étant 0, 0511.

Mais en même tems l'axe AC de l'humeur aqueuſe augmente de 0, 0255, c'eſt-à-dire, qu'étant auparavant 1, 0358, il devient 1, 0613 & l'axe de tout le cryſtallin, CE, diminue d'autant, & au lieu qu'il étoit 1, 8525 il devient 1, 8270.

Enſuite calculant ſur ce nouveau rayon 4, 2000, ces nouveaux axes AC & CE, les autres meſures & réfractions étant les mêmes que dans l'art. 139, on trouvera AM = 9, 1209; MS = 0, 0291; LI×*f*M = 50,

4316 & AL = 5, 4321. Donc PL = 1733, 0000, & AP = 1738, ou 14 pieds 5, 8 pouces.

Par où l'on voit que les moyens que nous avons ici supposés, sont plus que suffisants pour mettre l'œil en état d'étendre sa distance naturelle de 15 pouces à celle de 14 pieds 5 pouces, & cela sans le moindre mouvement de l'humeur crystalline & avec un très-petit mouvement de la surface antérieure de la *capsule*, le point *d* & le sommet ne se mouvant que de $\frac{1}{136}$ d'un pouce, & les parties intermédiaires ayant encore moins de mouvement.

Lorsque le *ligament ciliaire* cesse de se resserrer, la *capsule* dont les parties sur-tout entre *d* & *d* ont été un peu forcées, reprend par son ressort ses premières dimensions.

144. Après avoir fait voir comment la distance naturelle d'un objet vu par la *vision parfaite*, peut se réduire à 5 ou 6 pouces, en rendant la *cornée* plus convexe, & comment d'un autre côté elle peut s'étendre à 14 pieds 5 pouces, en rendant la surface antérieure de la *capsule* moins convexe; il est bon d'observer que quoique l'œil ait la force d'étendre la *vision parfaite* à ces deux limites, il ne la met pas toujours en usage parfaitement; mais il se contente d'arriver à la *vision distincte*, qui par les art. 7 & 103, ne diffère pas sensiblement de la *vision parfaite*. C'est ce qui doit arriver principalement auprès des limites de la *vision parfaite*, où le tiraillement tant du plus grand anneau musculeux de l'*uvée* que du *ligament ciliaire* jusques au dernier point, doit être un peu pénible & difficile.

IV.

145. Je viens au quatrième point que nous nous sommes proposé d'examiner, sçavoir, par quels moyens on peut rendre la vision *distincte* lorsqu'elle ne peut pas être *parfaite*, ou au moins faire ensorte qu'elle ne soit pas aussi indistincte qu'elle le seroit autrement. Comment on rend distincte la vision indistincte.

Je crois que cela peut s'exécuter en deux manières.

1°. La première est de donner à l'œil la conformation qu'il se procure pour avoir la *vision parfaite*.

Par exemple, supposons que l'œil soit dans un état d'inaction, & par conséquent capable d'une *vision parfaite* à la distance naturelle de 15 pouces, & qu'on lui présente un objet, comme un livre d'un petit caractère, à 4 pouces de distance de l'œil qui le lit avec attention. D'abord la *cornée* devient convexe pour mettre l'œil en état de *voir parfaitement* à la distance de 5 ou 6 pouces, & par ce moyen la vision à 4 pouces, quoiqu'elle ne soit pas parfaitement distincte, est cependant moins indistincte qu'elle ne seroit autrement, & peut être assez distincte pour lire aisément le livre.

De plus, soit un autre objet, comme un placard de comédie colé contre la muraille, & qui se présente à l'œil à 16 pieds de distance. Aussitôt qu'on entreprendra de lire ce placard, la surface antérieure de la *capsule* deviendra plus applatie, & propre à une distance qui n'excéde pas 14 pieds 5 pouces, & quoique par ce moyen la vision à la distance de 16 pieds ne puisse pas devenir parfaitement distincte, elle devient pourtant moins indistincte qu'auparavant & peut-être assez distincte pour lire le placard avec facilité.

Il est à propos de remarquer ici, que comme par l'art. 133, le ressort de la *cornée* est un antagoniste à la contraction du grand anneau musculeux de *l'uvée*, & que par l'art. 134, le ressort de la *capsule* est un antagoniste à la contraction du *ligament ciliaire*, il s'ensuit qu'une plus grande contraction de l'un de ces muscles sera plus penible qu'une moindre contraction. Donc en plusieurs cas aucun des deux ne sera assez resserré pour procurer la *vision parfaite*, ou la moins indistincte qu'il soit possible, mais ils le seront seulement autant qu'il le faut pour procurer une *vision* assez distincte.

Par exemple, si une jeune personne adulte tient son livre en lisant à dix pouces de distance, il ne sera pas nécessaire de resserrer le plus grand anneau musculeux jusqu'au point de procurer la *vision parfaite* à cette distance de 10 pouces : pour un caractère moyen, il suffit de resserrer *l'uvée* autant qu'il le faut pour se procurer la *vision parfaite* dans le cas que le livre fut à 13 ou 14 pouces, ou à celle de 11 ou 12, si le caractère est petit. Et avec cette conformation de l'œil, elle peut lire avec assez de distinction à 10 pouces de distance & avec facilité. Elle employera cette moindre contraction, qui est moins laborieuse, au lieu de la plus grande contraction qui est plus fatigante, sur-tout si elle lit pendant long-tems.

Et s'il falloit lire à 6 pouces de distance, il ne seroit pas nécessaire d'avoir une *vision parfaite* à cette distance; une moindre contraction de *l'uvée* suffiroit, telle qu'il la faudroit pour procurer à l'œil la *vision parfaite* à 8 ou 9 pouces de distance, ou peut-être à 7 si le caractère étoit fort menu.

Car si le caractère est donné, plus la distance où on le lit est petite, plus il faut resserrer *l'uvée*. Mais on ne la resserre jamais jusqu'au point de procurer la *vision parfaite* à la distance où est le livre, & l'on s'arrête à un degré de contraction moins laborieux, dès qu'il peut rendre la vision assez distincte. L'œil ne reçoit pas toujours la même conformation à la même distance; mais la conformation varie à mesure que l'objet varie, quoique la distance soit la même.

De même, en regardant un objet à la distance de 14 pieds, il est rare qu'il soit nécessaire de resserrer le *ligament ciliaire* d'une manière à procurer la *vision parfaite* à cette distance. Si l'objet est seul & simple & assez grand ou assez lumineux, il suffit de resserrer ce ligament autant qu'il le faut pour procurer la *vision parfaite* à trois ou 4 pieds de distance. Et si l'objet est composé, mais de peu de parties & assez grand pour pouvoir les distinguer aisément, il n'est pas nécessaire de resserrer le ligament au-delà de ce qui suffit pour la *vision parfaite* à la distance de 6 ou 8 pieds.

En regardant des objets beaucoup plus éloignés que n'est la distance où peut s'étendre la *vision parfaite*, il n'est pas toujours nécessaire de resserrer le *ligament ciliaire* au plus haut point, de manière à procurer la *vision parfaite* à 14 pieds 5 pouces de distance : mais selon la grandeur de l'objet, ou des parties qui le composent, & que l'œil les considére, tantôt l'une & tantôt l'autre, une moindre contraction & moins laborieuse du ligament peut suffire pour faire voir l'objet avec assez de distinction, sur-tout lorsque la prunelle est en même tems resserrée; comme il arrive souvent.

De sorte qu'en regardant des objets fort éloignés, l'œil n'a pas toujours la même conformation, ou le plus grand applatissement de la *capsule*; mais

cette conformation est différente pour les différents objets à la même distance, aussi bien que pour le même objet à différentes distances. Et cette considération nous porte à croire que le Dr. ingénieux *Porterfied* (*Essais de médecine* d'Edimbourg. *Vol. IV. p.* 169), s'est mépris lorsqu'il a fixé la limite la plus reculée de son œil pour la *vision parfaite*, à 27 pouces.

La conformation de l'œil n'est pas toujours la même à la même distance.

2°. L'autre moyen de rendre la vision *distincte*, est le resserrement de la prunelle par le petit anneau musculeux de *l'uvée*. Car par l'art. 382 du livre d'Optique, le *rayon de dissipation*, tout étant égal, est proportionnel au rayon de la prunelle. Donc lorsque la prunelle est plus étroite, le *rayon de dissipation* & la *pénombre* qui en résulte sera moindre, c'est-à-dire, que la vision en deviendra distincte, ou moins indistincte qu'elle ne l'auroit été sans cela.

146. Il est bon de remarquer ici, que dans une lumière foible, le premier de ces moyens, qui consiste à altérer la convexité de la *cornée* ou de la *capsule*, doit être mis en usage. Car dans un pareil cas, bien loin de resserrer la prunelle, on est obligé de la dilater pour recevoir plus de lumière.

147. Mais dans une lumière forte, on fait plutôt usage de la contraction de la prunelle. Car alors cette contraction produit deux effets; elle arrête la trop grande quantité de lumière qui pourroit blesser les yeux & elle diminue la confusion. Lorsque la lumière a beaucoup d'intensité, la prunelle peut d'elle-même se resserrer, jusqu'à rendre la *vision distincte*, en sorte que l'autre moyen devient alors inutile. Ainsi ces deux différents moyens de procurer la *vision distincte* ou moins indistincte, peuvent être quelquefois employés conjointement, c'est-à-dire, chacun dans un degré modéré, & quelquefois séparément.

148. Le degré de contraction de la prunelle, ne dépend pas absolument de notre volonté, ou de la sensation de confusion dans l'objet; mais en partie du degré de lumière.

La contraction de la prunelle ne dépend pas toujours de la volonté ou de l'apparence de confusion.

Cela se prouve aisément de la manière suivante. Prenez un livre à la lumière du jour, & vous tenant vers le milieu d'une chambre, tournez le dos à la fenêtre, & tenez le livre si proche, que les lettres commencent à vous paroître indistinctes, mais non pas assez pour vous empêcher de lire, quoique vous lisiez avec peine : tournez ensuite le visage à la lumière & vous lirez le livre avec plus de facilité. Tenant ensuite le livre à la même distance de votre œil, avancez-vous dans l'endroit le plus obscur de la chambre, & tournant le dos à la lumière, vous trouverez que le livre n'est plus lisible : mais en venant à la fenêtre, le visage tourné contre le jour, vous serez en état de lire avec grande facilité & distinction, sur-tout si le tems est serein.

De plus, une personne qui a été obligée pendant quelques années de se servir de lunettes pour lire, peut lire fort aisément à la lumière du Soleil sans lunettes.

Par où l'on voit que dans une forte lumière, la prunelle se resserre à un plus grand degré que nous ne pouvons le faire par un acte de notre volonté, ou par le seul sentiment de la confusion : par conséquent c'est une erreur de croire qu'en voyant un objet confusément, la prunelle se resserre toujours au moindre espace dont elle soit capable.

V.

Changement dans l'œil par la coutume ou par l'âge.

149. Le cinquième point que nous nous sommes proposé d'examiner, est le changement qui se fait dans l'œil par l'habitude, par la coûtume ou par la vieillesse.

Dans les yeux, comme dans toutes les autres parties du corps, les muscles se mettent en état par un exercice constant, de se resserrer avec plus de force, plus de facilité & jusqu'à un plus grand degré : & en discontinuant cet exercice, ils diminuent de force, ils font leur fonction avec moins de facilité & dans un moindre degré.

150. Lorsque les parties élastiques de l'œil, comme celles du reste du corps, ont été souvent & long-tems tendues, elles obéissent plus aisément à cette tension, & perdent par degrés une partie de leur ressort, de manière qu'elles ne sont plus capables de se rétablir d'elles-mêmes, ou qu'au moins elles ne le font plus avec la même facilité, ou au même degré, lorsque la tension cesse ou diminue : & si elles sont tendues trop souvent, elles deviennent plus roides & il n'est plus si aisé de les détendre au même degré.

151. De là viennent, ce me semble, tous les changements que l'habitude & la coûtume introduisent dans l'œil.

Ceux qui ont une grande & longue habitude d'observer les objets éloignés, & qui n'examinent que rarement les objets proches, voient mieux dans les grandes distances, & ne voient pas aussi bien que les autres hommes dans les petites distances. C'est là le cas ordinaire des voyageurs, des gens de mer, des chasseurs, &c. Ces gens là faisant un grand usage du *ligament ciliaire*, il vient par degrés, par l'art. 149, à acquérir plus de force, de manière qu'il tire plus en dehors la *capsule* du crystallin, & par ce moyen il la réduit à une moindre convexité que dans les autres hommes. De là vient qu'ils sont capables de voir distinctement à de plus grandes distances que les autres.

Mais la *capsule* étant ainsi souvent forcée & arrêtée pendant long-tems dans cette situation, perd avec le tems une partie de son ressort, & ne revient plus à sa convexité naturelle, lorsque la contraction du *ligament ciliaire* cesse, par l'art. 150. Et c'est là une des raisons pour lesquelles ces gens là ne voient pas aussi bien que le reste des hommes aux petites distances.

Outre cela, le grand anneau musculeux de *l'uvée*, par le non-usage, devient plus foible, par l'art. 149 ; & la *cornée* étant rarement forcée à une plus grande convexité, devient avec le tems plus roide & moins capable d'obéir à la contraction de l'anneau musculeux, par l'art. 150 ; ce qui est une seconde raison pour laquelle ces gens là ne voient pas si bien aux petites distances.

152. D'un autre côté, ceux qui ont une grande & longue habitude de voir les objets dans les petites distances, comme les gens d'étude en général, les Horlogeurs, les Graveurs, les Peintres en miniature, &c. voient mieux que les autres hommes dans les petites distances & moins bien dans les grandes.

Car dans ceux-là, le grand anneau musculeux de *l'uvée* se resserre plus

aisément & plus fortement, par l'art. 149; & la *cornée* par l'art. 150, obéit plus aisément aux petites distances. Delà vient qu'ils voient mieux dans les petites distances.

Mais la *cornée* étant ainsi souvent & long-tems forcée à une plus grande convexité, perd par degrés une partie de son ressort, de sorte qu'elle ne revient plus à sa convexité naturelle, lorsque l'anneau musculeux cesse d'agir sur elle, par l'art. 150. C'est là une raison pour laquelle ils ne voient pas si bien aux grandes distances.

De plus, le *ligament ciliaire* étant rarement employé pour diminuer la convexité de la *capsule*, devient par degrés moins capable de faire cette fonction, par l'art. 149 : & la *capsule* étant rarement tirée & mise en tension, doit, par l'art. 150, perdre une partie de la force qu'elle a de se relâcher, de sorte qu'elle concourt plus difficilement à l'action du ligament. Et c'est là une autre raison pour laquelle on ne voit pas si bien aux grandes distances.

153. Ceux qui commencent trop tôt à se servir de lunettes & qui en font usage constamment, se trouvent en peu de tems dans l'impossibilité de s'en passer. Car par cet usage, ils n'ont plus occasion de resserrer le grand anneau musculeux pour courber la *cornée* autant qu'auparavant, & lorsqu'ils ont perdu cette habitude pendant quelque tems, ils ne peuvent plus la reprendre, comme ils faisoient avant que de se servir de lunettes.

154. Dans les enfants, la prunelle est ordinairement plus dilatée que dans les personnes avancées en âge. On s'en apperçoit aisément ; car dans les personnes d'un âge mur, la prunelle paroît rarement égale à la largeur de l'anneau de *l'uvée* d'un côté ou d'autre, c'est-à-dire, qu'elle est rarement égale au tiers de la largeur de la *cornée* & elle est souvent beaucoup moindre, sur-tout lorsque la lumière est assez forte. Mais dans les enfants il est rare que le diamètre de la prunelle paroisse aussi petit que le tiers de la largeur de la *cornée*, & souvent il surpasse la moitié de cette largeur.

Je crois que la raison de cela est que dans les enfants, la *cornée* est extrêmement flexible, de sorte qu'elle est aisément tendue par l'anneau musculeux, pour prendre la courbure nécessaire, lorsqu'ils veulent voir distinctement en lisant, & par conséquent leur prunelle a moins d'occasion de se resserrer pour la *vision distincte*. Mais dans les personnes âgées, la *cornée* est un peu plus roide, de manière qu'il leur est difficile de lire sans *lunettes*, à moins que les caractères ne soient fort gros, ou la lumière très-forte, & propre à donner une grande contraction à la prunelle. Delà vient qu'elles sont obligées de tenir la chandelle entre l'œil & le papier qu'elles lisent, & lorsqu'elles en usent ainsi, c'est une marque certaine qu'elles commencent à avoir besoin de lunettes.

155. Les enfants lisent de beaucoup plus près que les personnes âgées. Cela vient de deux causes.

1°. Leurs yeux sont plus petits, & la moindre distance à laquelle un œil peut voir distinctement est proportionnelle à la longueur de l'œil.

2°. Leur *cornée* étant plus flexible, s'accommode aisément à une moindre distance & les caractères d'impression paroissent plus grands & se lisent plus aisément dans les moindres distances que dans les plus grandes.

156. Les personnes âgées voient mieux à une grande distance que les jeunes gens. Je crois que personne ne doute de ce fait, & si quelqu'un en doutoit, il pourroit s'en assurer en cette manière. Si une personne dont la vue s'est affoiblie pour les objets proches par l'âge, observe la Lune lorsqu'elle n'a que trois ou quatre jours, & qu'elle examine de combien la partie éclairée lui paroît d'un plus grand diamètre que la partie obscure, & quel en est l'excès; qu'il se rappelle ensuite, s'il le peut, quelle étoit l'apparence de ces deux parties de la Lune, lorsqu'il étoit jeune. Je suis persuadé, que l'excès de la partie éclairée sur la partie obscure ne sera plus sensible pour lui, ou le sera beaucoup moins qu'auparavant. Tel est au moins le cas où je me trouve. Je me souviens fort bien, qu'autrefois le diamètre de la partie éclairée de la Lune surpassoit de beaucoup à ma vue celui de la partie obscure. Au lieu que maintenant les limbes de ces deux parties me paroissent presque former un même cercle.

On a cru jusqu'ici que la raison pour laquelle les personnes avancées en âge voient mieux aux grandes distances, étoit que les peaux & les humeurs de l'œil se resserroient; mais je ne trouve pas cette raison satisfaisante. Si l'œil se resserroit proportionnellement dans toutes ses parties, cela produiroit un effet contraire : la vue deviendroit plus courte, comme on l'a observé dans les enfants, dont les yeux sont plus petits que ceux des hommes faits.

Mais je crois que la vraie raison est celle-ci. La *cornée* étant d'un tissu plus rare & étant plus exposée à l'air que la *sclérotique*, se resserre à la longue, un peu plus que la *sclérotique*, & devient par ce moyen un peu plus plate qu'elle n'étoit auparavant. Car si la ligne B*nn*B continue d'avoir
Fig. 215. la même longueur, & que l'arc BAB soit un peu raccourci, le sommet de cet arc en A sera un peu baissé vers C, c'est-à-dire, que l'arc BAB deviendra plus plat ou moins convexe. Et si la longueur de cet arc de la *cornée*, par son retrécissement, diminue seulement de $\frac{1}{100}$ d'un pouce, le rayon de la *cornée* qui étoit 3, 3294 deviendra 3, 3500, & par ce moyen AM qui étoit (art. 143) 9, 1209; deviendra 9, 1497. Or comme par ce retrécissement de la *cornée* son sinus verse diminue de 0, 0070; & par conséquent l'axe de l'œil, qui étoit 9, 1500 devient 9, 1430; AM surpassera un peu cet axe, si la *capsule* du crystallin est applatie autant que nous l'avons supposé dans l'art. 143; & si elle est un peu moins applatie, AM sera exactement égale à l'axe, c'est-à-dire, que les rayons paralleles se réuniront en un point sur la rétine, ou que la limite la plus reculée de la *vision parfaite* pourra s'étendre à une distance infinie.

157. Les personnes âgées ne voient pas si bien dans les petites distances, que celles qui sont moins avancées en âge. Cela vient en partie du retrécissement & en partie de la rigidité de la *cornée*, qui augmente avec l'âge & peut porter la limite prochaine de la *vision parfaite*, depuis 3 ou 4 pouces comme dans les enfants, & depuis 5 ou 6 pouces dans les jeunes gens dans la force de l'âge, jusqu'à 20, 30, 40 pouces, ou à une plus grande distance. Et dans ce cas, l'œil n'a point d'autre secours pour voir les objets proches, que la contraction de la prunelle, ce qui ne suffit pas pour la *vision distincte*, à moins que ce ne soit dans une lumière forte.

Si l'arc de la *cornée* se raccourcit de $\frac{1}{50}$ d'un pouce, cela éloignera la

distance

distance naturelle depuis 15 jusqu'à 77 pouces. Et la *cornée* étant alors devenue plus roide, *l'uvée* sera moins capable de la resserrer pour lui donner une plus grande convexité. Lorsque la *cornée* étoit plus flexible, *l'uvée* étoit capable de la rendre assez convexe pour réduire la distance naturelle depuis 15 jusqu'à 5 pouces, c'est-à-dire, à la 3e. partie : mais il est probable que la nouvelle distance naturelle de 77 pouces ne peut gueres se réduire qu'à la moitié, c'est-à-dire, à 38 ou 39 pouces.

Mais comme vraisemblablement c'est le cas de plusieurs personnes qui ont plus de 50 ans, & le mien en particulier, de n'avoir pas la *vision parfaite* à une moindre distance que 38 ou 39 pouces, on peut s'attendre que ces gens là auront la *vision parfaite* à une distance infinie ; d'autant plus que nous venons de faire voir, que le retrécissement de la *cornée* n'étant seulement que de $\frac{1}{5100}$ d'un pouce, la *vision parfaite* peut s'étendre à une distance infinie, pourvû que la *capsule* de l'humeur crystalline puisse s'applatir jusqu'au degré qui a été supposé dans l'art. 143.

Mais ceux dont la *cornée* est ainsi applatie, sont par-là en état de voir distinctement à de plus grandes distances qu'ils ne faisoient auparavant, sans applatir la *capsule*, & par conséquent ils ont moins occasion de resserrer le *ligament ciliaire*, & ce muscle par le non-usage devient moins capable de contraction au même degré qu'auparavant ; & par conséquent cette incapacité empêche que la *vision parfaite* ne s'étende aussi loin qu'elle l'auroit fait sans cela.

158. Comme les sucs des vieux animaux sont plus forts & plus chargés de sels & d'huiles que ceux des jeunes animaux, il est probable que les réfractions des membranes & des humeurs de l'œil, deviennent un peu plus fortes, à mesure que nous avançons en âge, que lorsque nous sommes encore enfants. Car toutes les matières sulphureuses rompent la lumière avec plus de force que les autres, tout étant égal. Et Mr. *Petit* observe (*Mem. de l'Acad.* 1726, 1730) que l'humeur crystalline, qui est au commencement parfaitement limpide, prend une teinture jaune dans les adultes, & que cette teinture devient plus forte à mesure qu'on vieillit.

L'augmentation de cette teinture jaune & de la réfraction qui en est la suite, peut en quelque manière contre-balancer l'augmentation de rigidité & d'applatissement de la *cornée*. Autrement nous aurions la vue longue de trop bonne heure & nous aurions plutôt besoin de lunettes.

VI.

159. Le sixième & dernier chef de nos recherches, est de déterminer le moindre objet ou le moindre angle que l'œil soit capable d'appercevoir. Le sçavant Dr. *Hook* (*Remarques sur la machine céleste* d'Hevelius *p.* 7, 8, & *Ouvrages posthumes p.* 97) assure que lorsqu'un objet est compris sous un angle moindre qu'une minute, il est totalement invisible au commun des yeux. Et par l'expérience rapportée dans l'art. 97 de ce livre, & une autre que j'ai faite moi-même, dans les limites de la *vision parfaite*, je suis porté à croire que lorsque l'objet est rond, comme une tache noire circulaire sur un fond blanc, ou une tache blanche sur un fond noir, un œil doit être bien excellent pour l'appercevoir sous un angle beaucoup moindre qu'une minute.

160. Mais il y a d'autre cas où l'œil peut discerner un angle beaucoup

plus petit, & je vais en examiner ici quelques-uns, après avoir fait une remarque qui paroît néceſſaire pour expliquer la raiſon de ces cas.

Pour que nous puiſſions nous appercevoir de l'impreſſion faite par un objet ſur quelqu'un de nos ſens, il faut que cette impreſſion ait un certain degré de force ou d'étendue.

Par exemple, une très-petite goutte de roſée ou de pluye peut tomber ſur la main ſans que nous en ayons aucune ſenſation, & une très-petite particule de ſucre peut être portée ſur la langue ſans nous faire ſentir ſa douceur; mais une bluette de feu de la même grandeur que la goutte de pluye, ne ſçauroit tomber ſur la main ſans ſe rendre ſenſible; parce que l'impreſſion d'une bluette de feu eſt d'une plus grande force que celle de la goutte d'eau ou de la particule de ſucre.

Par la même raiſon, une étoile qui ne paroît que comme un point brillant dans un téleſcope, n'étant compriſe que ſous un angle d'une ſeconde, eſt viſible à l'œil, quoiqu'on ne puiſſe pas s'appercevoir d'une tache noire de 25 ou 30 ſecondes.

161. De plus, quoiqu'une petite goutte d'eau n'affecte pas ſenſiblement la main, cependant un nombre de pareilles gouttes qui tombent enſemble, ou une goutte plus grande qui tombe ſeule, affectent la main du ſentiment d'humidité, parce que la quantité d'impreſſion eſt plus grande.

Une ligne eſt plus viſible qu'une tache de la même largeur.

C'eſt par la même raiſon, qu'une ligne de même largeur qu'une tache circulaire eſt viſible dans une diſtance où l'on ne peut pas appercevoir la tache; parce que la quantité d'impreſſion qui vient de la ligne eſt plus grande que celle qui vient de la tache. Et une ligne plus longue eſt viſible à une plus grande diſtance qu'une ligne plus courte de la même largeur.

162. Quelques-uns ont ſuppoſé que les impreſſions des objets viſibles ſont reçues ſur certains poils du nerf Optique qu'on imagine ſe tenir droits ſur la *rétine*, comme les poils du velours, & par l'expérience qu'une tache qui n'a pas une minute de diamètre, n'eſt pas ſenſible à l'œil; ils concluent que l'épaiſſeur de l'un de ces poils eſt environ $\frac{1}{5000}$ ou $\frac{1}{6000}$ d'un pouce.

163. Mais en admettant cette ſuppoſition, on trouvera le diamètre de l'un de ces poils beaucoup plus petit. Car je trouve qu'un morceau de fil d'argent de l'épaiſſeur de $\frac{1}{437}$ d'un pouce, mis ſur du papier blanc, eſt viſible à la diſtance de 10 pieds. Donc l'angle compris par le diamètre du fil d'argent eſt environ $3'' \frac{1}{2}$. Par conſéquent l'épaiſſeur d'un de ces poils ſeroit 17 fois plus petite que dans l'art. 162.

164. J'ai pris un filament de ſoie ſéparé & je l'ai placé tout contre ce morceau de fil d'argent, enſuite les regardant tous deux avec un bon microſcope, je jugeai que le diamètre du fil d'argent valoit 4 diamètres de la ſoie. Le diamètre de la ſoie étoit donc environ $\frac{1}{1740}$ d'un pouce.

Cette ſoie & ce fil étant l'une & l'autre placés ſur un papier blanc, furent viſibles à la diſtance de 40 pouces, & la ſoie parut clairement moindre que le fil.

Ici le filament de ſoie comprenoit un angle qui n'étoit que $2'' \frac{1}{2}$. Par conſéquent l'épaiſſeur d'un poil du nerf optique eſt 24 fois plus petite qu'on ne l'a déterminée dans l'art. 162.

165. On m'objectera peut-être, ſelon les principes de *Deſcartes*, qu'il n'eſt pas néceſſaire de ſuppoſer le diamètre des poils auſſi petit que l'image du brin de ſoie. Car ſi le diamètre d'un poil étoit 24 fois auſſi grand que cette image, enſorte que l'image n'occupât que $\frac{1}{24}$ de chaque poil, le

total de chaque poil où tomberoit l'image, feroit affecté par l'impression faite fur $\frac{1}{6}$. Par conféquent la foie pourroit auffi bien s'appercevoir que fi fon image avoit occupé tout le poil.

Je réponds, que fi cela eft, la foie doit paroître auffi large que le fil d'argent, dont l'image dans cette fuppofition n'occupe que la fixième partie de chaque poil, & cependant le fil paroît plus large.

166. Je crois que l'unique caufe de ce qu'une ligne eft plus vifible qu'une tache de même largeur, dans les limites de la *vifion parfaite*, eft celle que nous en avons donnée, fçavoir, que la ligne fait fur la rétine une plus grande impreffion que la tache. Mais hors des limites de la *parfaite vifion*, il furvient une autre caufe, qui rend la différence de vifibilité entre la ligne & la tache beaucoup plus confidérable. C'eft que l'impreffion faite fur la rétine par la ligne, eft alors non-feulement beaucoup plus grande, mais encore beaucoup plus forte que celle de la tache.

167. Soit ABC une tache blanche circulaire fur un fond noir, & qu'elle foit placée au-delà de la dernière limite de la *vifion parfaite*, de manière que le *rayon de diffipation* (art. 17) furpaffe confidérablement le rayon de la tache. Alors comme chaque point en dedans de ce cercle ABC diffipe fes rayons fur un cercle beaucoup plus grand, & qu'il ne peut recevoir de lumière difperfée que des autres points fitués en dedans du même cercle ABC, il eft clair que tout le cercle ABC paroîtra beaucoup plus foible & languiffant que s'il étoit vu par la *vifion parfaite*. Fig. 216.

168. Mais fi le même cercle ABC étoit contigu à deux autres cercles égaux DFE, GHI, leurs centres étant tous placés dans une ligne droite, & que l'on regardât ces trois cercles à la même diftance qu'auparavant; alors le cercle ABC ne paroîtroit plus auffi foible & languiffant qu'auparavant, parce qu'il recevroit une partie des rayons diffipés par les cercles adjacents DEF, GIH: & fi l'on mene les tangentes GD, IF à ces trois cercles, & que tout l'efpace entre ces tangentes foit blanc, le cercle ABC fera encore plus éclairé par la lumière que diffipent les efpaces ajoutés compris entre les cercles & les tangentes. Mais il fe formeroit par là une ligne de même largeur que le cercle ABC, & par l'addition de plufieurs cercles on pourroit étendre cette ligne à la longueur que l'on voudroit, & toute la ligne feroit plus éclairée que le cercle feul ABC. Fig. 217.

Donc une ligne placée au-delà des limites de la *vifion parfaite*, paroîtra plus fortement éclairée & fera une impreffion plus forte fur la rétine, qu'une tache circulaire de la même largeur. Donc par cette raifon & par la quantité d'impreffion, la ligne fera vifible à une plus grande diftance que la tache.

169. Comme nous avons fait voir ci-devant, art. 163, 164, qu'une ligne noire fur un fond blanc eft vifible, dans les limites de la *vifion parfaite*, lorfqu'elle eft comprife par un angle de 2 ou 3 fecondes; & comme il n'y a pas lieu de douter qu'une ligne blanche fur un fond noir ne foit vifible fous un angle auffi petit; on doit naturellement s'attendre qu'un efpace blanc entre deux lignes noires paralleles, étant de la même largeur que chacune de ces lignes, foit auffi vifible dans ces limites, lorfque cet efpace comprend un angle qui n'eft que de 2 ou 3 fecondes, ou que cet efpace fera vifible à la même diftance autant que l'une de ces lignes prife féparément eft vifible. On auroit même lieu de croire, que cet efpace

étant blanc, sera apperçu à une plus grande distance qu'une ligne noire de la même largeur & longueur. Mais le cas est tout différent.

Fig. 218. 170. Car soient AB les deux lignes noires tracées sur du papier blanc avec un espace entr'elles égal en largeur à chacune des lignes noires ; & soit CD une autre ligne noire tracée à un espace considérable des deux premières, mais égale en largeur & en longueur à l'une des deux. Si l'on place le papier contre une muraille, & qu'on s'en éloigne, on trouvera qu'à une certaine distance convenable à l'œil, même dans les limites de la *vision parfaite*, l'espace blanc entre les deux lignes AB, ne pourra pas se distinguer, & que les deux lignes ne paroîtront que comme une seule ; mais à la même distance la ligne seule CD se verra clairement, & l'on continuera de la voir quoiqu'on s'en éloigne à une distance considérable.

Fig. 219. 171. Cela paroîtra plus surprenant, si l'on fait attention à l'expérience suivante. Sur le même papier avec les deux lignes noires AB, & la seule ligne noire CD, tracez encore une ligne blanche IK de la même longueur & largeur que CD, mais qui soit entre deux espaces noirs IKEF, IKGH, dont les côtés auprès de la ligne blanche soient paralleles entr'eux. Si l'on attache ce papier à une muraille, & qu'on s'en éloigne ; la ligne blanche IK sera visible à une aussi grande distance que la ligne noire CD, c'est-à-dire, à une distance beaucoup plus grande que celle où l'on peut distinguer la ligne blanche AB.

172. On peut ici demander avec raison, d'où vient que la ligne blanche AB n'est pas visible à une aussi grande distance que la ligne noire CD, puisque ces deux lignes sont égales tant en longueur qu'en largeur, & qu'elles sont vues toutes deux dans les limites de la *vision parfaite* ? D'où vient aussi que l'on voit la ligne blanche IK à une plus grande distance que la ligne blanche AB, puisque ces deux lignes blanches sont égales en longueur & en largeur, qu'elles sont toutes deux terminées par des lignes noires paralleles & vues dans les limites de la *vision parfaite* ?

173. Pour donner une réponse satisfaisante à ces questions, il est nécessaire de faire une autre observation. Plus un objet est composé, ou plus il a de parties, plus aussi est-il difficile à l'œil de distinguer ces différentes parties, tout le reste étant égal.

Par exemple, il est un peu difficile à l'œil de juger combien de figures sont contenues dans les nombres suivants, 111111111, 1000000000. Mais si l'on divise ces figures de cette manière 11111, 11111 ; 10000, 00000, de sorte qu'elles forment différents objets moins composés ; on peut estimer plus aisément le nombre des figures contenues dans chacun de ces nombres, & encore plus aisément si on les divise en cette manière 1, 111, 111, 111 ; 1, 000, 000, 000.

174. Je crois que la raison de cela, est la difficulté de tenir l'œil parfaitement fixe. Car si en comptant ces figures, 111111111, l'œil est arrivé, par exemple, à la cinquième depuis la main droite, & que par un mouvement imperceptible du corps, ou par une agitation involontaire de l'œil, il arrive que son axe soit dirigé à la quatrième ou sixième figure, ou à l'intervalle entre la cinquième & l'une des deux autres, on se trouvera embarrassé, ne sçachant plus par quelle figure il faut continuer à compter, & l'on sera par conséquent obligé de recommencer à main droite.

Ce qui fait voir que c'est là la vraie raison, c'est qu'il est plus aisé

de compter les figures dans le nombre 121212121212, que dans le nombre 111111111111, & qu'il est plus aisé de les compter dans le nombre 123123123123, ou dans le nombre 123412341234, où la différence des figures est cause que l'œil retrouve plus aisément leurs places lorsqu'il les a perdues.

175. C'est par la même raison de l'instabilité de l'œil, qu'il doit être plus difficile, tout le reste étant égal, de voir & de distinguer les parties d'un objet composé, lorsque chacune de ces parties comprend un angle très petit, que de voir un objet seul de la même grandeur ou une de ces parties.

Par exemple, l'heure I sur un cadran est visible à une distance où les heures II, III, IIII, ne sçauroient se distinguer, sur-tout si l'observateur est en mouvement, comme dans un carosse, ou à cheval, ou même dans un bateau sur l'eau. On peut en faire aisément l'expérience, en regardant un cadran dans lequel les intervalles entre les traits noirs sont égaux à la largeur de ces traits; & encore plus aisément lorsque les intervalles sont moins larges, ce qui est un défaut dans les grands cadrans qui doivent être vus de fort loin. Car il faut que dans ce cas les intervalles soient considérablement plus larges que les traits.

De même AB, fig. 218, est un objet composé de trois parties, qui sont les deux lignes noires & la ligne blanche au milieu : mais CD est un objet simple qui n'a qu'une ligne noire sur un fond blanc; & IK, fig. 219, doit être regardé comme un objet simple qui n'a qu'une ligne blanche sur un fond noir.

En regardant un de ces objets simples, si l'œil se meut imperceptiblement, tout l'effet de ce mouvement, est que l'objet se peint dans une autre partie de la rétine; mais en quelqu'endroit qu'il soit peint, il n'y aura qu'une seule peinture simple, & qui ne sera confondue avec aucune autre.

Mais en regardant l'objet composé AB, si l'on suppose que l'œil soit tant soit peu agité, l'image de l'une ou de l'autre des lignes noires sera portée sur la partie de la rétine où étoit auparavant celle de la ligne blanche; & cela produira un tel éblouissement dans l'œil, qu'il ne pourra pas voir distinctement la ligne blanche, ou la distinguer des lignes noires, qui par une agitation continuelle occuperont alternativement l'espace de la ligne blanche, d'où il doit résulter une apparence d'une ligne noire large sans aucune séparation manifeste.

176. En faisant cette expérience avec deux épingles dont je connoissois les diamètres, & que j'avois placées contre la lumière du jour à une fenêtre, laissant entr'elles un espace égal en largeur à l'une des épingles, je trouvai qu'on pouvoit à peine distinguer la distance d'une épingle à l'autre, lorsqu'elle étoit comprise sous un angle moindre que 40″, quoique l'une des épingles seule pût se distinguer sous un angle beaucoup moindre.

177. Mais quoique l'œil ne puisse pas distinguer l'espace entre deux épingles, lorsqu'il comprend un angle moindre que 40″, ce seroit une erreur de croire que l'œil feroit nécessairement une erreur de 40″, en estimant la distance entre deux épingles, lorsqu'elles sont beaucoup plus éloignées l'une de l'autre. Car si l'on suppose que l'espace entre deux épingles comprend un angle de 1°, & que chaque épingle en forme un

de 4″; lequel par les art. 163, 164 est plus grand que le moindre angle que l'œil puisse distinguer, il est évident, que l'œil peut juger du lieu de chaque épingle jusqu'à 2″ tout au moins, & que par conséquent l'erreur que l'on commet en prenant l'angle compris entr'elles, ne sçauroit tout au plus surpasser 4″, pourvu que l'Instrument soit assez exact.

178. C'est pourtant sur une erreur semblable qu'est fondée la principale objection du Dr. *Hook* contre l'exactitude des observations de l'illustre *Hevelius*.

179. Par l'art. 149 une tache noire sur un fond blanc, ou une tache blanche sur un fond noir, ne peut être apperçue qu'avec peine par le commun des yeux, lorsqu'elle est comprise sous un angle moindre qu'une minute.

Et si l'on fait deux taches noires sur un papier blanc avec un espace entr'elles égal en largeur à l'un de leurs diamètres, on ne pourra pas distinguer cet espace, même dans les limites de la *vision parfaite*, sous un angle aussi petit, que celui où l'on distingue une tache simple de la même grandeur. Ainsi pour voir distinctement les deux taches, il faut que la largeur de l'espace compris entr'elles soit renfermé sous un angle de plus d'une minute. Il seroit fort difficile de faire cette expérience exactement dans les limites de la *vision parfaite*, parce que les objets doivent être extrêmement petits; mais par un essai grossier avec des morceaux quarrés de papier blanc sur un fond noir, j'ai trouvé que le moindre angle, sous lequel on peut appercevoir l'intervalle entre ces deux objets, est au moins un quart plus grand que celui sous lequel on peut appercevoir un seul de ces objets. De sorte que l'œil qui ne peut pas appercevoir un objet simple sous un angle moindre qu'une minute, ne pourra pas appercevoir l'intervalle entre deux objets semblables sous un angle moindre que 75″.

180. Hors les limites de la *vision parfaite*, la distance où l'on cesse d'appercevoir un objet simple, est beaucoup plus grande à proportion, que celle où l'on cesse d'appercevoir un espace d'égale largeur entre les deux objets. Car hors de ces limites, l'image de chacun des objets est accompagnée d'une *pénombre*, & les *pénombres* des deux objets voisins occupent une partie de l'espace qui est entr'eux, & par ce moyen il est plus difficile d'appercevoir cet espace; mais la *pénombre* ajoute quelque chose à la largeur de l'objet simple, & par conséquent on l'apperçoit mieux, à moins que son image ne soit fort languissante.

Défense d'*Hevelius* contre le Dr. *Hook*.

181. Le Dr. *Hook* assure, que l'œil le plus subtil ne peut pas distinguer l'intervalle entre deux étoiles qui n'ont pas une demi-minute de distance, & que de cent yeux, il n'y en a pas un qui puisse distinguer un intervalle moindre qu'une minute.

Si l'on suppose donc qu'*Hevelius*, dont les yeux étoient certainement très-bons, comme il paroît par ses observations, & sur-tout par le témoignage du Dr *Halley* (*Hevelii annus climactericus*) pouvoit distinguer deux étoiles qui étoient séparées d'une minute, il s'ensuit (par l'art. 64) que la *fausse image* d'une étoile dans l'œil d'*Hevelius* ne surpassoit pas une demi-minute.

Mais si l'on suppose que 40″ soient le moindre angle dans un objet composé, que l'œil d'*Hevelius* ait pu appercevoir dans le cas de la *vision parfaite*; il faudroit alors que pour qu'il pût appercevoir un intervalle entre deux

étoiles éloignées de 1' ou 60", il y eut au moins 40" de cet intervalle exemptes des deux *fausses images* des étoiles, de manière que la *fausse image* de chaque étoile n'auroit pas compris plus de 40" de l'intervalle entr elles. Et par conséquent une étoile seule auroit paru à l'œil d'*Hevelius* sous un angle de 20".

182. Il n'est pas d'ailleurs improbable que son œil étoit en état de voir une étoile sous un angle aussi petit que celui de 20" dans le tems de sa dispute avec le Dr. *Hook*. Car cet illustre Astronome étoit alors avancé en âge, & son œil devoit par-là s'être un peu applati; outre que par une suite continuelle d'observations pendant près de 50 ans, son œil avoit du se former à observer distinctement les objets celestes, autant que la pratique & l'habitude peuvent le faire.

183. Voyons donc quelle erreur dans l'observation de la hauteur d'une étoile, ou de la distance entre deux étoiles, a dû résulter nécessairement dans un œil de cette espèce, en supposant que l'Instrument avec lequel il a observé étoit parfaitement exact.

Il faut d'abord remarquer ici que les pinnules dont il s'est servi proche de son œil, étoient des fentes étroites rectangulaires, tellement placées sur son Instrument, que la longueur de la fente étoit toujours perpendiculaire au plan de l'angle qu'il avoit à observer, & que la largeur de la même fente étoit dans le plan de cet angle: de sorte que par ce moyen, l'œil recevoit assez de lumière le long de la fente pour rendre l'étoile visible, pendant que dans le même tems, le diamètre apparent de l'étoile, qui étoit dans le plan de l'angle que l'on vouloit mesurer, étoit diminué considérablement. Ainsi non seulement à cause de son âge, mais encore pour cette raison, nous avons droit de supposer qu'une étoile ne lui paroissoit pas sous un angle plus grand que 20" & plutôt sous un angle moindre. Soit AOB la hauteur de l'étoile qu'on veut observer, dont le centre est C & dont le diamètre vertical apparent est A*a*, qui est compris sous un angle de 20". Fig. 220.

Il est évident que si au lieu de viser au centre C de l'étoile, ou au milieu de sa lumière, il avoit dirigé sa vue au bord inférieur de la lumière en *a* ou au bord supérieur en A, il n'auroit fait qu'une erreur de 10" de part ou d'autre, & que la plus grande différence entre deux observations de la même étoile n'auroit pas surpassé 20".

Mais comme il a indubitablement visé au milieu de la lumière d'aussi près qu'il lui a été possible & qu'on ne peut pas supposer aisément qu'il se soit écarté du milieu de plus que la moitié du rayon de l'étoile, il est difficile qu'il ait commis une erreur de plus de 5" de part ou d'autre.

184. Soit C*c* l'intervalle entre les centres de deux étoiles C, *c*; & que CO*c* soit l'angle compris par cet intervalle dans l'œil de l'observateur, & qu'*Hevelius* va mesurer avec son Instrument; soient aussi A*a*, B*b* les diamètres apparents des deux étoiles, dans le plan de l'angle à mesurer, qui comprennent chacun un angle de 20" Fig. 221.

Si l'axe d'un œil de l'observateur étoit dirigé vers *c*, centre de l'étoile B*cb*, le long de la ligne O*c*, & que l'axe de l'autre œil fût dirigé vers C centre de l'étoile AC*a*, le long de la ligne OC; il est clair que l'angle trouvé par l'Instrument seroit le vrai angle CO*c*, compris par C*c* intervalle entre les centres des deux étoiles, sans aucune erreur.

De plus, si l'œil d'un observateur étoit dirigé vers *b*, extrêmité à main droite de l'étoile B*cb* & que l'œil d'un autre observateur fût dirigé en *a*, extrêmité à main droite de l'étoile AC*a*, l'angle *b*O*a* trouvé par l'Instrument, seroit égal à *c*OC, sans aucune erreur.

De même, si l'œil de chaque observateur étoit dirigé vers les extrêmités à main gauche des deux étoiles B & A; l'angle BOA trouvé par l'Instrument, seroit précisément égal à l'angle *c*OC, sans aucune erreur.

185. Et si les deux observateurs étoient assez négligents ou assez peu heureux, pour diriger leurs yeux vers les deux extrêmités les plus éloignées des deux étoiles *b* & A, l'angle *b*OA surpasseroit le vrai angle *c*OC de 20″ & l'erreur ne seroit pas plus grande.

Ils commettront précisément la même erreur s'ils visent aux deux extrêmités les plus proches B & *a* des étoiles, l'angle étant alors de 20″ plus petit.

186. Mais cela ne peut arriver que difficilement, sur-tout dans un observateur aussi expérimenté qu'*Hevelius*, qui a indubitablement dirigé son rayon visuel O*c* au milieu de la lumière de l'étoile, autant qu'il lui a été possible : & l'on ne peut gueres supposer qu'il se soit écarté de *c* centre de l'étoile B*cb* plus que de la moitié de la distance *cb* ou *c*B, ce qui ne peut pas altérer le lieu de l'étoile de plus de 5″. Et si la même méprise se trouve du côté opposé dans le lieu de l'autre étoile AC*a*, elle n'augmentera ou ne diminuera pas plus leur intervalle que de 10″, en supposant qu'il n'ait pris qu'une seule fois cet intervalle.

187. Mais par des observations répétées, & en prenant un milieu entre ces observations, comme c'étoit sa pratique, il a pu fixer cet intervalle fort près du vrai; de sorte qu'à peine une observation simple peut différer de ce milieu de plus de 10″ & que les autres doivent s'en approcher communément de 5″ ou 6″, comme on le voit en comparant ses observations les unes avec les autres, & par le témoignage que lui a rendu le Dr. *Halley*, qui assure que ses observations faites avec des pinnules simples ne différent de la verité, *nisi contemnendâ minuti parte*. Donc les observations de cet illustre Astronome ne différent pas de la verité de 1, 2 ou 3 minutes, & la grandeur de ses Instruments, l'exactitude de leurs divisions, n'étoit pas un poids inutile, ou une vaine curiosité, qui surpassât beaucoup la délicatesse de ce que l'œil peut observer, comme le Dr. *Hook* le lui a injustement reproché.

188. On objectera peut-être contre ce que j'ai cru devoir dire pour venger la mémoire de ce fameux Astronome, qui sera toujours en vénération, que les yeux de ceux qui l'aidoient dans ses observations, n'étoient pas peut-être aussi bons que les siens, & que par conséquent l'erreur que l'on commettoit en prenant les distances de deux étoiles, pouvoit être beaucoup plus grande que nous ne l'avons supposée ici.

Je réponds que l'une des personnes qui l'aidoient dans ses observations étoit son épouse, qui vraisemblablement n'étoit pas de beaucoup plus jeune que lui & qui étoit fort exercée aux observations, ainsi que tous les autres qu'il y employoit : & si parmi eux il s'en trouvoit quelques-uns de jeunes & qui voyoient par conséquent les astres sous un angle plus grand que 20″ à la vue simple, cependant en regardant au travers de ses pinnules, cet angle ne devoit pas beaucoup surpasser cette grandeur. Au moins comme ils

ils étoient dirigés par *Hevelius* & accoutumés aux observations, ils ne pouvoient gueres s'écarter du milieu de la lumière que de la moitié du rayon, comme nous l'avons supposé ci-devant. Et cet excès que nous supposons trop libéralement, peut bien compenser l'angle un peu trop grand sous lequel ils ont pu voir l'étoile. Nous pouvons ajoûter à cela que l'erreur qu'un aide-observateur a pû commettre, n'a dû affecter l'angle que d'un seul côté & qu'elle n'a pas dû être doublée, comme nous l'avons supposé ci-devant; & sur le tout, le grand accord de ses observations entr'elles est une preuve suffisante, que ses assistants étoient capables d'observer avec assez d'exactitude.

189. Mr. *Hughens* dans son *Systema saturnium*, outre plusieurs points curieux qu'il a discutés fort heureusement avec sa sagacité & sa pénétration ordinaires, à la satisfaction du monde sçavant, propose une question très-difficile (p. 61) d'où vient que le bord extérieur de l'anneau de *Saturne*, n'est pas visible sous la forme de deux bras, lorsque la terre est dans le plan de l'anneau, & d'où vient qu'alors *Saturne* paroît rond. **D'où vient que le bord extérieur de l'anneau de *Saturne* est invisible.**

Il ne trouve point d'autre manière d'expliquer cela, qu'en supposant que ce bord extérieur est de telle nature, ou couvert d'une telle matière, qu'elle ne réfléchit point du tout, ou que très-peu, la lumière qui lui vient du Soleil, & cette supposition a été admise par quelques-uns des Philosophes les plus récents.

190. Il est vrai que Mr. *Hughens* a observé lui-même (*Cosmotheoros p.* 110) aussi bien que Mr. *Cassini* & quelques-uns de nos Astronomes *Anglois*, que la partie extérieure du plan de l'anneau est moins lumineuse que ne l'est la partie intérieure, & par conséquent il n'est pas hors de la vraisemblance, que le bord extérieur de l'anneau soit aussi moins lumineux que l'intérieur, & que la partie brillante de ces deux plans, ou même que le corps de *Saturne* qui est un peu plus obscur, au moins vers ses bords, que n'est la partie intérieure & plus brillante de ces plans.

Mais que ce bord extérieur soit d'une nature si différente de ces parties du plan supérieur & inférieur, entre lesquelles il se trouve, & auxquelles il est contigu, de manière qu'elles réfléchissent la lumière comme nous voyons qu'elles le font, & que ce bord en réfléchisse fort peu ou point du tout, c'est une supposition difficile à digérer.

191. Il est donc à propos d'examiner si l'on ne peut pas répondre à cette question d'une autre manière, sans admettre une telle supposition.

Mr. *Hughens* croit que l'épaisseur de l'anneau est d'environ 600 milles d'*Allemagne* & comme il croit le diamètre de *Saturne* égal à 15 fois le diamètre de la terre, qui est environ de 2000 milles d'*Allemagne* & plus, cette épaisseur de l'anneau sera par son estime environ $\frac{1}{50}$ du diamètre de *Saturne*.

Or le diamètre apparent de *Saturne*, par les observations de feu Mr. *Jacques Pound*, Astronome exact, est dans sa moyenne distance de la terre de 18″ & ainsi à sa moindre distance, il doit être de 20″ & par conséquent la plus grande épaisseur apparente de l'anneau, doit être estimée $\frac{1}{50}$ de 20″, lorsque la terre est dans le plan de l'anneau.

En supposant que le télescope dont se servoit Mr. *Hughens* dans ces observations, grossissoit, comme il le dit, 100 fois, l'épaisseur appa-

rente de cet anneau dans le télescope devoit être tout au plus de $\frac{20''}{50} \times 100$; c'est-à-dire de 40''.

Or je conçois que dans un corps composé, tel que *Saturne*, qui paroît sous un angle de 20'' × 100 ou de 33', c'est-à-dire, environ de la grandeur de la pleine Lune, avec deux bras qui en sortent de 40'' en largeur apparente, ces bras ne peuvent pas être fort distincts, quand même ils réfléchiroient la lumière aussi fortement que le corps de la planète, & encore moins, s'ils ne sont pas aussi lumineux que la planète. Ces bras seront encore moins visibles, si le soleil étant dans le plan de l'anneau, la terre est en quadrature avec lui & avec *Saturne*; auquel cas, le bord de l'anneau étant vû obliquement, forme un angle dans l'œil par le télescope moindre que 40''.

Mais si la largeur de ce bord est beaucoup moindre que $\frac{1}{50}$ du diamètre de *Saturne*, comme il paroît probable par ce qui suit; alors il aura été compris dans le télescope d'*Hughens* sous un angle beaucoup moindre que 40'' & indubitablement les bras auront été invisibles, & *Saturne* aura dû paroître rond, comme on l'a trouvé par observation.

192. On peut objecter ici qu'en 1656, Mr. *Hughens* (*Syst. Saturn. p.* 16, 17, 61, 62.) vit la projection de ce bord comme une bande noire sur le corps de *Saturne*, dans le tems que la terre & le Soleil étoient à fort peu-près dans le plan de l'anneau; & que par conséquent l'épaisseur de l'anneau n'est pas assez petite pour la rendre invisible.

Je réponds, qu'il y a lieu de soupçonner que cet illustre Astronome s'étoit mépris; non pas dans l'observation même, mais dans le jugement qu'il porta sur cette observation. Il n'est pas douteux qu'il vit une bande noire qui traversoit le milieu de la planète, mais comme on a découvert depuis, une bande noire vers le milieu de *Saturne*, dans le tems où la terre étoit hors du plan de l'anneau, tandis que l'anneau se voyoit clairement & que le milieu de *Saturne* paroissoit en dedans de l'ellipse; je soupçonne que cette même bande, ou une partie qui étoit la plus distincte dans son télescope de 23 pieds, soit qu'elle fût seule ou jointe à la ligne noire qui venoit de la projection de l'anneau sur le corps de *Saturne*, a pu être prise par mégarde pour la projection de ce bord seul; ce qui doit l'avoir déterminé à conclure l'épaisseur de cet anneau beaucoup plus grande qu'elle n'est réellement.

193. Et lorsque la terre & le Soleil n'étoient pas exactement dans le plan de l'anneau, mais l'un un peu au-dessus & l'autre un peu au-dessous, ou tous deux un peu au dessus ou au dessous, & cependant assez peu pour que le plan de l'anneau fût foiblement éclairé par le Soleil; dans ces cas le plan de l'anneau, qui étoit exposé à l'œil de l'observateur, devoit être jetté sur le bord de *Saturne*, comme une bande noire & étroite contigue à la bande noire & étroite formée par la projection du bord extérieur de l'anneau. Ces deux bandes noires & étroites ont dû paroître comme une seule; & Mr. *Hughens* a pu les prendre pour la projection du seul bord extérieur, qu'il a dû par conséquent, regarder comme beaucoup plus épais qu'il n'est réellement. A quoi l'on peut ajoûter que lorsque la Terre & le Soleil sont en des côtés opposés du plan de l'anneau, ou qu'étant du même côté, la terre est un peu plus ou un peu moins hors de ce plan que le Soleil, dans ces deux

cas, l'œil doit voir une partie de l'ombre de l'anneau ſur le corps de la planète, laquelle étant contigue aux deux autres bandes noires, doit n'en former qu'une avec elles, & augmenter l'erreur.

194. Mais on peut encore m'objecter, que lorſque *Saturne* paroît avec des bras ou même avec des anſes, auquel cas le même côté de l'anneau eſt tourné vers la terre, à meſure qu'il eſt éclairé par le Soleil, on n'a pas moins apperçu cette bande noire qui traverſoit le corps de *Saturne* quelquefois vers le nord (*Syſt. Saturn. p.* 10. 11) & quelquefois vers le Sud (*ibid. p.* 18. 21. 24) mais toujours dans une poſition qui répondoit à la projection de l'anneau ſur le corps de la planète, & qui par conſéquent ne venoit que de cette projection.

Je réponds, que la partie extérieure du plan de l'anneau, qui par l'art. 190. eſt très probablement auſſi obſcure que le bord de l'anneau, avoit ſa projection ſur le corps de *Saturne*, contigue à celle de ce bord, & que les deux ont formé l'apparence d'une bande obſcure.

A cela, on peut ajouter que lorſque l'œil eſt un peu plus élevé que le ſoleil au-deſſus du plan de l'anneau, une partie de l'ombre doit paroître contigue à ces deux projections, & par conſéquent augmenter la largeur de la bande.

Donc ce que Mr. *Hughens* a obſervé dans ce cas, n'eſt pas la projection du bord ſeul, mais la projection réunie de ce bord avec la partie extérieure & plus obſcure du plan de l'anneau, à laquelle ſe joint quelquefois une partie de l'ombre : de ſorte que l'anneau peut bien avoir moins d'épaiſſeur que $\frac{1}{18}$ du diamètre de *Saturne* & être compris ſous un angle moindre que 40″, lorſqu'il eſt groſſi cent fois par un téleſcope.

D'où vient que le bord de la Lune eſt uni & non dentelé.

195. *Galilée* dans ſon *Nuncius ſidereus* propoſe une objection qui lui a été faite par un grand nombre de ſçavants contre la découverte qu'il avoit faite de l'inégalité de ſurface de la Lune, qu'il avoit trouvée couverte de hautes montagnes dans ſes parties les plus brillantes.

Si le limbe de la Lune, diſent-ils, qui eſt communément fort brillant, étoit plein de montagnes, d'où vient qu'il paroît uni & poli dans le téleſcope, & non pas dentelé comme une ſcie ou comme une roue d'une horloge ?

A quoi ce Philoſophe ſubtil & ingénieux répond, qu'une ſeule rangée de montagnes ſur le bord de la Lune devroit produire l'apparence que l'on ſuppoſe que la Lune auroit ; mais que les montagnes étant placées les unes derrière les autres ſur pluſieurs rangs, les ſommets des plus voiſines doivent être renvoyés par l'œil dans les vallées ou ouvertures entre les montagnes des rangs extérieurs, ce qui doit faire paroître le bord de la Lune uni, tel qu'on le trouve par obſervation.

196. On peut ajoûter à cela, que s'il y avoit ſeulement un rang de montagnes ſur le bord de la Lune, & que la hauteur de ces montagnes fût environ $\frac{1}{1800}$ du diamètre de la Lune, comme *Galilée* le ſuppoſe dans un autre endroit, le diamètre apparent de la Lune n'étant que d'environ 30′ ou 32′, la hauteur perpendiculaire de ces montagnes que l'on doit ici conſidérer uniquement, ſe préſenteroit à l'œil ſous un angle de $\frac{1}{60}$ ou $\frac{1}{56}$ d'une minute, & dans ſon téleſcope qui groſſiſſoit environ 30 fois, elle ſe préſenteroit ſous un angle de $\frac{1}{2}$ ou $\frac{15}{28}$ d'une minute, ce qui dans un objet auſſi compoſé ne peut par l'art. 173 ſe diſtinguer qu'avec beaucoup de peine.

Beaucoup moins pourroit-on distinguer les petites inégalités qui doivent se former par les différents rangs de ces montagnes; elles ne seroient pas visibles par ce télescope, ni par un télescope beaucoup plus long.

Le cercle de dissipation n'est pas uniformément lumineux.

197. En expliquant les phénomènes précédents de la vision indistincte, nous n'avons fait usage que de ce principe unique, que les rayons d'un pinceau ne sont pas exactement réunis en un point sur la rétine, mais qu'ils y occupent un espace circulaire, que nous avons appellé, *cercle de dissipation.* Nous avons regardé ce cercle jusqu'à présent, comme s'il étoit uniformément lumineux, ou comme si les rayons étoient répandus également & uniformément sur tout le cercle. Mais il n'en est pas ainsi dans la réalité; les rayons ne sont pas uniformément répandus sur tout le cercle; ils sont plus denses en certains endroits que dans d'autres. Et quoique dans plusieurs cas, & sur-tout dans la plûpart des phénomènes, dont nous avons parlé, cette inégalité de densité dans les rayons ne soit pas fort considérable, & n'occasionne pas un grand changement dans les apparences; cependant, il y a certains cas où les phénomènes en sont notablement affectés, & il y a certaines apparences très-rares & fort surprenantes qu'on ne peut pas expliquer par les loix communes de l'Optique, & qui dépendent entièrement de cette inégalité des rayons sur différentes parties du cercle de dissipation.

Une ligne vue indistinctement paroît double.

198. Mr. *de la Hire* (*Traité des différents accidents de la vue p.* 243) remarque que les objets étroits à certaines distances, comme les lignes noires qui marquent les heures sur un fond blanc dans un grand cadran, paroissent doubles à ceux qui ont la vue courte. Il observe que ce phénomène est un des plus difficiles à expliquer, & ne pouvant pas le résoudre par la construction connue & ordinaire de l'œil, il prend le parti de supposer, que dans ceux qui voient cette apparence, la surface postérieure du crystallin est construite d'une manière particulière, & que sa section perpendiculaire ressemble à la conchoïde de *Nicomedes.*

Mais cette supposition est certainement trop arbitraire, & elle ne paroît nullement fondée sur la nature; personne n'ayant jamais observé un crystallin de cette espèce. Et quand même on se donneroit cette liberté, que les sçavants prennent souvent, d'imaginer des hypothèses qui n'ont aucun fondement dans la nature, pour expliquer les phénomènes particuliers dont on ne peut rendre raison autrement, cette supposition de Mr. *de la Hire* ne pourroit pas se soûtenir & s'accorder avec les différents cas de ce phénomène.

199. Car un objet long & étroit, comme l'une des lignes dont on a parlé sur un cadran, ou une barre de fer, ou une perche au haut d'une maison, un échaffaudage, une pyramide éloignée & étroite vue contre la lumière du jour, ou la pointe d'un clocher plus large, ou l'intervalle étroit de deux cheminées, ou l'une des cornes de la Lune, ou toute sa partie éclairée, lorsqu'elle est fort étroite, tous ces objets paroissent doubles, non-seulement à ceux qui ont la vue courte, mais à tous les autres, lorsqu'ils appliquent à leurs yeux un verre convexe, qui les met dans le cas de ceux qui ont la vue courte. Donc cette apparence ne vient d'aucune construction particulière & extraordinaire du crystallin dans ceux qui ont la vue courte.

200. Mais ces objets ne paroissent pas seulement doubles, qui est le cas

que Mr. *de la Hire* cherchoit à expliquer. Ils paroissent quelquefois triples, quadruples, quintuples, &c.

Elle paroît triple, quadruple, &c.

201. Et les mêmes apparences se rencontrent non-seulement, lorsque l'objet est à une distance trop grande pour la *vision distincte*; mais encore lorsqu'il est trop proche. Soit qu'un homme quelconque ait la vue courte, ou la vue longue, peu importe; s'il regarde une ligne noire & étroite sur un papier blanc, & qu'il l'approche trop de son œil pour la vue distincte, il verra souvent l'apparence de deux, quelquefois de trois ou de plusieurs lignes noires séparées par des lignes blanchâtres.

202. Cette expérience réussira encore mieux, si au lieu d'une ligne noire sur le papier, on tient à la main fort proche de l'œil une aiguille très-fine contre une fenêtre ou contre un papier blanc fortement éclairé. Car l'aiguille paroîtra comme deux, trois, quatre, cinq ou plusieurs aiguilles différentes, sur-tout vers la pointe.

203. Mais la meilleure manière que j'aie trouvée pour faire cette expérience, est celle-ci. Prenez une regle double propre à tracer des paralleles & donnez-lui une petite ouverture, de manière que vous puissiez voir la lumière du jour au travers de cette ouverture. Tenez-la d'abord à la plus courte distance où vous puissiez la voir distinctement Dans cette distance l'ouverture vous paroîtra comme une ligne lumineuse. Mais si vous approchez un peu plus la regle de votre œil, l'ouverture vous paroîtra double, ou comme deux lignes lumineuses, avec une ligne noire qui les sépare. Et selon que vous varierez l'ouverture, ou la distance de votre œil, vous verrez l'apparence non-seulement de deux, de trois, de quatre, de cinq, &c. lignes paralleles lumineuses & noires alternativement, mais d'un nombre si grand que vous ne pourrez pas les compter, sur-tout si vous regardez au travers de cette ouverture la flamme d'une chandelle.

204. Cette regle des paralleles avec une petite ouverture, fournit aussi le meilleur moyen de faire cette expérience au-delà des bornes de la *vision distincte*, en la plaçant sur une fenêtre à la lumière du jour, & la regardant au travers d'un verre convexe, si l'on a la vue longue; ou avec l'œil nud, si l'on a la vue courte. Car on aura les mêmes apparences que dans l'art. précédent.

Autres phénomènes de même nature.

205. De même, lorsqu'on regarde un corps large lumineux, ou blanc sur un fond noir, comme un morceau de papier, le suif ou la cire d'une chandelle auprès de la flamme, ou la partie inférieure de la flamme même, ou lorsqu'on regarde la lumière du jour le long du bord obscur d'un bâtiment, & que l'objet est, ou trop proche, ou trop loin pour la *vision distincte*, le bord apparent du corps lumineux sera terminé par une ligne noire, hors de laquelle il y aura une ligne lumineuse qui lui sera parallele; & quelquefois il paroîtra deux ou plusieurs lignes noires & lumineuses alternativement, comme autant de franges en dehors du corps lumineux.

206. Et lorsqu'on voit un corps obscur sur un fond éclairé, comme le bord d'un bâtiment contre la lumière du jour, ou une regle plate sur du papier blanc ou contre la lumière du jour, si l'objet est trop proche ou trop éloigné pour la vue distincte, le corps obscur paroîtra avoir des franges & des bords lumineux & obscurs alternativement. Toutes ces apparences arriveront à tous les yeux lorsqu'on employera un verre concave ou convexe selon les circonstances. Mais l'expérience réussira mieux, lorsque la lumière du

corps lumineux, ou celle contre laquelle on verra le corps obscur, ne sera ni trop forte, ni trop foible.

207. Je crois qu'on m'accordera aisément que les apparences dont j'ai parlé dans les huit art. précédents, ne sont que différents cas ou variétés d'un seul & même phénomène, diversifiés par différentes circonstances & qu'elles doivent venir toutes d'une seule & même cause ; que par conséquent l'hypothèse de Mr. *de la Hire* ne suffit pas pour les expliquer, puisqu'il n'y a point d'œil à qui elles n'arrivent, du moins par le moyen d'un verre convexe pour les uns, & d'un verre concave pour les autres. Je vais donc les attribuer à une cause qui n'est pas imaginaire ou supposée, mais dont l'existence a été prouvée démonstrativement long-tems avant qu'on eut fait attention à ces apparences.

Produits par les axes de réfraction & de réflexion aisée de la lumière.

208. *Nevvton* (*Opt. l.* 2) a démontré que les rayons de lumière n'avoient pas dans toutes les parties de leur mouvement, la même disposition à être transmis d'un milieu transparent dans un autre, mais que quelquefois un rayon qui étoit transmis par la surface du second milieu, étoit réfléchi par la même surface, s'il étoit obligé de faire un peu plus de chemin pour arriver à cette surface. Ce changement de disposition dans les rayons de lumière à être transmis par réfraction, ou à être réfléchis par la surface d'un milieu transparent, se nomme par notre Auteur *accès de réfraction aisée* & *accès de réflexion aisée*, & il fait voir que ces accès se succédent alternativement à de très-petits intervalles dans la route des rayons.

Fig. 222.

209. Par exemple, si A est un point lumineux, ou le centre d'un pinceau de rayons, qui venant du point A tombent sur la surface réfringente B *a* D, laquelle sépare deux milieux transparents de différente densité ; & si le rayon A *a* perpendiculaire à cette surface est dans un *accès de réfraction aisée*, lorsqu'il arrive au point *a*, il traversera le milieu BDF. Mais si le rayon A *b* dont le passage de A en *b* est un peu plus loin que celui du rayon A *a* de A en *a*, est dans un *accès de réflexion aisée*, lorsqu'il arrive au point *b* ; il ne traversera pas le milieu BDF, mais il sera réfléchi dans le milieu BDA. Si l'on suppose que A *b* soit le rayon le plus proche de A *a*, parmi ceux qui sont dans *l'accès de réflexion aisée* ; A *c* le plus proche de A *b*, parmi ceux qui sont dans *l'accès de réfraction aisée* ; A *d* le plus proche parmi ceux qui sont dans *l'accès de réflexion aisée* ; A *e* le plus proche ou le suivant dans un *accès de réfraction aisée* ; & A *f* le suivant dans un *accès de réflexion aisée* : alors tous les rayons entre *a* & *b* traverseront le milieu BDF, tous ceux entre *b* & *c* seront réfléchis ; tous ceux entre *c* & *d* seront transmis ; tous ceux entre *d* & *e* seront réfléchis, & tous ceux entre *e* & *f* seront transinis. Et ainsi on peut imaginer un grand nombre de parcelles de rayons, qui seront transmises ou réfléchies alternativement par la surface B *a* D.

210. Mais si toutes les parcelles de rayons transmis dans la surface B *a* D font exactement réunis en un point ou foyer, il ne résultera aucune autre conséquence, de ce que les autres parcelles de rayons auront été réfléchies, si ce n'est que ce foyer sera moins lumineux qu'il n'auroit été, si toutes les parcelles de rayons avoient été transmises.

211. Que si les parcelles de rayons transmis sont reçues sur un plan MN, avant que d'arriver à leur foyer, ce plan sera distingué alternativement par des espaces lumineux & obscurs, lumineux dans les endroits où tombent

les parcelles de rayons transmis, & obscurs dans les endroits où les autres parcelles auroient dû tomber, si elles n'avoient pas été réfléchies dans le milieu BAD, comme on le voit clairement dans les fig. 222, & 223, où le cercle du milieu est environné de différents anneaux obscurs & lumineux alternativement. Et il est à remarquer que les parcelles de rayons qui tombent sur le côté droit de la surface B*a*D, tombent aussi sur le côté droit du plan MN, & forment le côté droit des anneaux. Fig. 223.

212. Si les rayons transmis rencontrent le plan *mn* après avoir passé le foyer, l'effet sera précisément le même que dans l'art. précédent, excepté seulement que les parcelles de rayons qui tombent sur le côté droit de la surface B*a*D, tomberont après s'être croisées dans le foyer, sur le côté gauche du plan *mn* & formeront le côté gauche des anneaux dans la fig. 225, comme on le voit évidemment. Fig. 224. Fig. 225.

213. On doit remarquer que le milieu de l'image dans les quatre dernières figures n'est pas toujours lumineux, comme on l'a ici représenté, mais qu'il est quelquefois obscur; ce qui arrive, lorsque les rayons du milieu vers A*a* sont dans un *accès de réflexion aisée* en arrivant à la surface B*a*D.

214. Comme ces effets des *accès de réfraction* & de *réflexion aisée* de lumière, se trouvent dans toutes les surfaces réfringentes de toute espèce, il est évident que lorsqu'un pinceau de lumière tombe sur la *cornée*, une parcelle de ses rayons est transmise dans l'œil, pendant que l'autre est réfléchie dans l'air, & que par conséquent la peinture d'un point lumineux, étant reçue sur un plan placé devant le crystallin, sera composée d'un cercle moyen environné d'anneaux obscurs & lumineux alternativement, comme dans les figures précédentes.

215. Mais parmi les rayons transmis, qui forment les anneaux lumineux, lorsqu'ils arrivent à la surface antérieure du crystallin, quelques-uns se trouvent encore dans des *accès de réfraction aisée*, & quelques-uns dans des *accès de réflexion aisée*, c'est-à-dire, que les uns sont transmis & les autres réfléchis. D'où il suit que les anneaux lumineux qui viennent de la réfraction sur la *cornée*, sont encore tous divisés en d'autres anneaux plus étroits obscurs & lumineux alternativement, & que quelques-uns de ces anneaux lumineux plus étroits tombent sur les espaces occupés par les anneaux obscurs qui viennent de la réflexion sur la *cornée*, & les subdivisent encore en anneaux obscurs & lumineux alternativement, & telle doit être l'image d'un point lumineux, qui feroit reçue sur un plan en dedans du crystallin.

216. Mais lorsque les rayons transmis arrivent à la surface postérieure du crystallin, ces anneaux lumineux & obscurs se subdivisent de nouveau comme dans la surface antérieure, & par ce moyen les anneaux obscurs & lumineux deviennent quelquefois plus petits & en plus grand nombre qu'auparavant; & quelquefois par la jonction des nouveaux anneaux obscurs aux premiers anneaux obscurs ou des nouveaux anneaux lumineux aux premiers anneaux lumineux, ils deviennent plus grands & se réduisent à un moindre nombre. Telle doit donc être l'image d'un point lumineux sur la rétine, lorsque ce point est, ou trop proche, ou trop éloigné pour être vu par la *vision distincte*.

217. Comme l'intervalle entre un *accès de transmission aisée* & *l'accès* suivant *de réflexion aisée*, est excessivement petit, n'étant dans l'air qu'environ [illegible] d'un pouce & dans l'eau environ [illegible], il est clair que le

moindre mouvement du corps ou de l'œil, ou de l'une des parties qu'il renferme, doit produire un changement dans ces anneaux, & rendre lumineuſes les parties obſcures, & obſcures celles qui étoient lumineuſes ; d'où il doit réſulter une variété infinie dans le nombre, la grandeur & l'ordre des anneaux.

Apparence d'un point lumineux par la viſion indiſtincte.

218. On voit clairement, par ce qui a été dit, que lorſqu'un point lumineux eſt trop loin, ou trop proche pour la *viſion parfaite*, ſon image ſur la rétine doit être diverſifiée par des anneaux lumineux & obſcurs alternativement, comme on vient de le repréſenter dans les dernières figures, c'eſt-à-dire, que le *cercle de diſſipation* que nous avons conſidéré juſqu'ici comme uniformément lumineux, ne l'eſt pas effectivement, mais qu'il eſt diviſé alternativement par des anneaux lumineux & obſcurs, quelquefois par un plus grand nombre, d'autres fois par un moindre nombre, quelquefois par des anneaux plus larges & d'autres fois plus étroits.

219. Lorſqu'une parcelle de ces anneaux alternativement lumineux & obſcurs, eſt ſi étroite qu'on ne peut pas les diſtinguer les uns des autres, ils paroiſſent comme un ſeul anneau, que nos ſens regardent comme lumineux, ou obſcur, ſelon que les anneaux lumineux dans cette parcelle, l'emportent par leur nombre & par leur largeur, ſur les anneaux obſcurs, ou que ceux-ci l'emportent ſur les anneaux lumineux.

220. On peut prouver, que lorſque les rayons viennent d'un point ſi éloigné, qu'ils ſe réuniſſent dans l'œil avant la rétine, leur denſité dans les différents anneaux lumineux décroît de tous les côtés depuis le centre juſqu'à la circonférence, & que par conſéquent les anneaux lumineux extérieurs le ſont moins que les intérieurs.

Donc le milieu de l'image d'une étoile doit être plus fort, & par conſéquent il doit être viſible lorſque l'étoile eſt environnée d'une lumière qui efface l'apparence plus foible, ou les anneaux lumineux extérieurs.

Les étoiles paroiſſent plus petites pendant le jour.

C'eſt pour cela que les étoiles doivent paroître plus petites pendant le jour que pendant la nuit. Car la lumière du jour effaçant leurs anneaux lumineux extérieurs, les dépouille de leurs chevelures ou *fulgores adſcititii*, comme *Galilée* les appelle (*Nuncius ſidereus p.* 23) ou de leurs *rayons adventices* ſelon l'expreſſion de Mr. *Horrox* (*Venus in ſole viſa*).

De même une étoile qui paroît en dedans du bord de la Lune, doit avoir la partie extérieure de ſon image effacée par la lumière plus forte de la Lune, & par ce moyen, l'étoile ainſi diminuée, doit paroître à quelque diſtance en dedans du limbe, comme l'a obſervé Mr. *de la Hire*, art. 69.

D'où vient que les étoiles petillent ?

221. Si par l'art. 213, le milieu de l'image d'une étoile devient de lumineux, obſcur, & que l'anneau adjacent devienne en même tems lumineux, d'obſcur qu'il étoit ; ce qui peut arriver par le moindre mouvement de l'œil vers l'étoile ou loin de l'étoile, cela doit occaſionner l'apparence que nous appellons ſcintillation ou petillement des étoiles.

D'où vient qu'elles ſont rayonnantes ?

222. Et ſi l'axe de l'œil ne continue pas d'être pointé directement & fixément à l'étoile, mais qu'il ait le moindre mouvement à droite ou à gauche, en bas ou en haut, l'apparence uniforme en doit être troublée, & la lumière doit paſſer des anneaux lumineux, aux anneaux obſcurs, ce qui rompt la continuité des anneaux. Et ſi ces nutations en différentes parties

ſe

se succédent promptement l'une à l'autre, il en doit résulter que la lumière paroîtra jetter des rayons de différents côtés dans le même tems, c'est-à-dire, que cela occasionnera ce que nous appellons le rayonnement d'une étoile.

223. Dans nos premiers articles sur les étoiles fixes, depuis l'art. 61 jusqu'à 69, on doit faire une correction pour diminuer *l'image fausse languissante* à peu près de la moitié, ou au moins d'un tiers dans la plûpart des yeux; excepté le seul cas où deux étoiles sont assez proches pour qu'une partie de leurs *images fausses languissantes* se confonde l'une avec l'autre. Car alors l'anneau lumineux extérieur d'une étoile, quoique trop foible pour affecter l'œil, étant seul, cependant en se confondant avec l'anneau lumineux opposé de l'autre étoile, peut devenir assez fort pour être apperçu.

Proportion des rayons rompus & réfléchis auprès de la perpendiculaire.

224. Lorsque la lumière passe d'un milieu transparent dans un autre d'une réfraction différente, & que les rayons sont partie transmis & partie réfléchis à la surface du second milieu; la quantité des rayons transmis dans leur incidence auprès de la perpendiculaire, surpasse de beaucoup la quantité des rayons réfléchis.

J'ai mis sur une table deux chandelles de même hauteur & qui bruloient avec le même éclat, à distances égales d'une feuille de papier blanc, & j'ai placé un livre tout droit entre l'une des chandelles & le papier, de manière qu'il ôtoit la lumière de cette chandelle à la moitié du papier, tandis que l'autre moitié étoit éclairée par les deux chandelles. Par ce moyen cette moitié du papier étoit à peu près deux fois autant éclairée que l'autre moitié. Ensuite je pris un morceau de glace plate & mince, & je le tins de manière que je voyois perpendiculairement à travers la moitié du papier plus éclairée d'un seul œil, & l'autre moitié plus obscure du même œil en dehors de la glace. En faisant cela, j'observai que la moitié plus lumineuse du papier, vue perpendiculairement au travers du verre, me paroissoit beaucoup plus brillante que l'autre moitié du papier vue par l'œil nud à côté du verre. Par conséquent les deux surfaces du verre ne réfléchissoient pas la moitié de la lumière & en transmettoient plus de la moitié.

Prenant ensuite un autre morceau de verre, je le tins parallele au premier, & je regardai au travers des deux, la moitié plus éclairée du papier, qui me parut encore beaucoup plus éclairée que l'autre moitié du papier, vue avec l'œil nud en dehors du verre; de sorte que les deux verres ensemble n'avoient pas réflechi la moitié de la lumière.

En regardant de la même manière au travers de trois verres semblables, la moitié plus lumineuse du papier parut tirer un peu sur le verd, les glaces n'étant pas d'une clarté parfaite; mais cette moitié parut toujours aussi lumineuse, & même plus, que celle que je voyois hors des verres. Par conséquent les trois verres ensemble n'avoient pas réfléchi plus de la moitié de la lumière.

Si maintenant on suppose qu'une certaine partie de la lumière incidente soit réfléchie par la première surface du premier verre, & que le reste de cette lumière soit transmis par cette première surface, & tombe sur la seconde; qu'une partie proportionnelle de ce reste soit réfléchie par la seconde surface, & que le reste soit transmis à la première surface du second verre; que de

même une partie proportionnelle de ce reste soit réfléchie dans son incidence sur cette surface, & sur chacune des trois surfaces suivantes; & que la moitié de toute la lumière soit réfléchie des six surfaces réunies, & que l'autre moitié soit transmise à l'œil par la dernière surface; nommant 1 toute la lumière & x la quantité réfléchie par la première surface, nous aurons $x = \frac{\sqrt[6]{2} - 1}{\sqrt[6]{2}} = 0,1091$, c'est-à-dire, qu'il y aura environ $\frac{11}{100}$ de la lumière incidente réfléchie par la première surface, & environ $\frac{89}{100}$ transmise par cette surface.

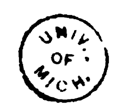
Aux incidences obliques. 225. A mesure que les rayons incidents s'écartent toujours plus de la perpendiculaire, la proportion entre la quantité des rayons réfléchis & celle des rayons transmis augmente toujours plus : mais il ne se réfléchira pas la moitié des rayons incidents, & il s'en transmettra plus de la moitié dans les corps passablement clairs, à moins que l'angle d'incidence ne soit fort grand.

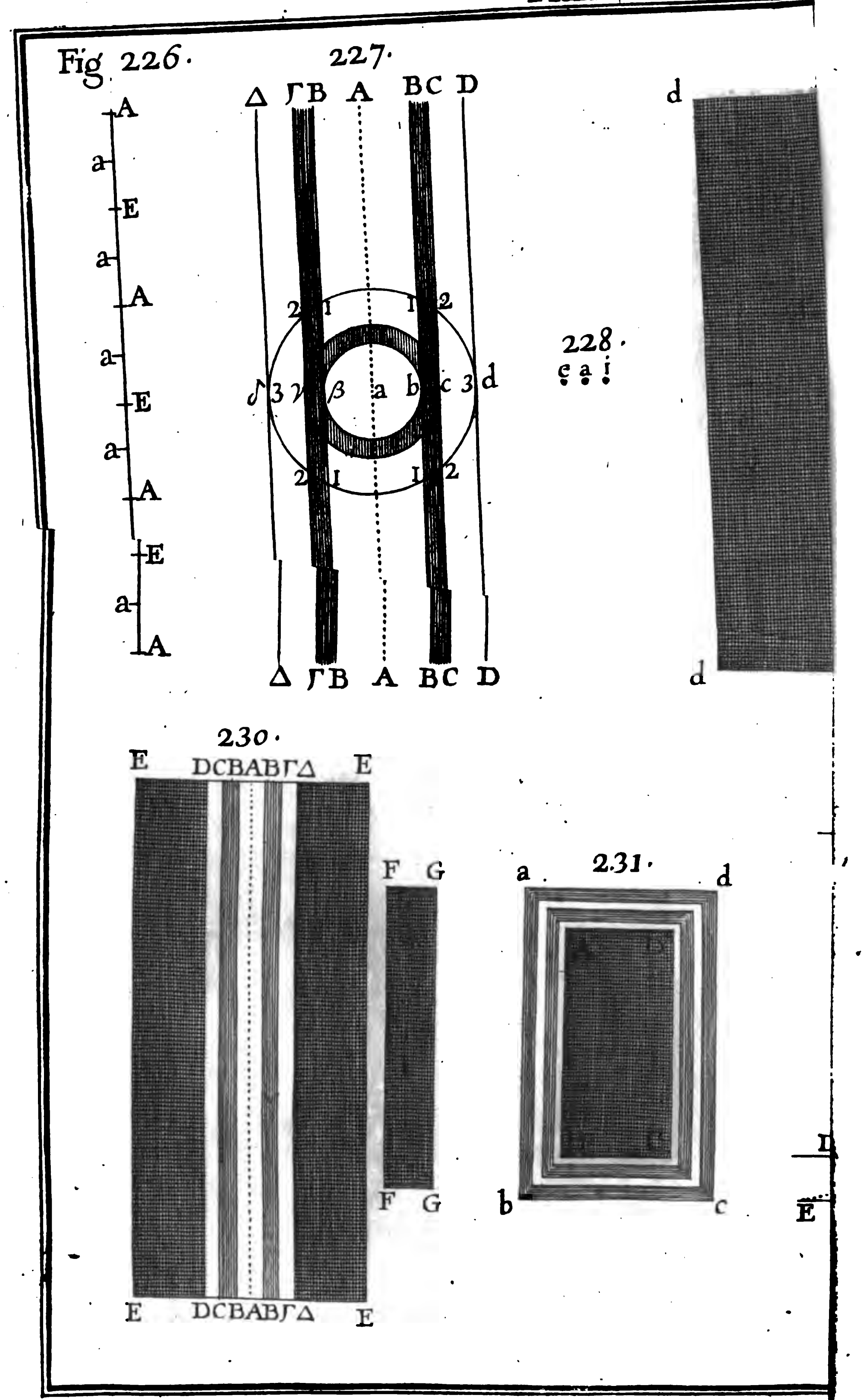
Dans l'expérience du dernier article, si au lieu de tenir un verre seul perpendiculaire à l'axe de l'œil, on l'incline de plus en plus & par degrés à cet axe; la moitié brillante du papier vue à travers le verre, paroîtra par degrés toujours moins lumineuse & s'approchera de plus en plus du même degré de blancheur de l'autre moitié du papier, qui n'est éclairée que d'une chandelle & que l'on regarde avec l'œil nud. Et à un certain degré d'obliquité, la moitié du papier vue à travers le verre, & l'autre moitié vue par l'œil nud, paroîtront également lumineuses. Mais alors même, il n'y aura que $\frac{20}{100}$ de la lumière incidente qui soit réfléchie par la première surface, a étant égal à $\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$, & environ $\frac{21}{100}$ qui soit réfléchie par la seconde surface, & je crois que cela n'arrive, que lorsque l'angle d'incidence est d'environ 70 ou 80 degrés.

Par cet article, les parties lumineuses auprès du centre dans les fig. 223, 225 ont une plus grande proportion avec les parties obscures contigues, que les parties lumineuses auprès de la circonférence avec les parties obscures qui leur sont contigues.

Observation sur les accès de réfraction & de réflexion aisées. 226. Il est bon, non-seulement pour mieux entendre ce que nous dirons dans la suite, mais encore pour mieux pénétrer cette théorie curieuse des *accès de réfraction* & de *réflexion aisées*, de faire ici deux ou trois observations, que *Newton* n'a pas faites expressément, mais qui se tirent aisément de ses principes, sur-tout lorsqu'on les compare avec les deux articles précédents.

1°. Lorsqu'on dit qu'un rayon de lumière est dans *l'accès de réfraction aisée*, on ne prétend pas dire que ce rayon doive nécessairement être transmis dans tous les milieux transparents quelconques, & par toute sorte d'obliquité d'incidence, sur la surface de ces milieux; mais seulement qu'il est transmis plus aisément & réfléchi plus difficilement, lorsqu'il est dans cet accès, que lorsqu'il est dans celui *de réflexion aisée*. Et lorsqu'on dit qu'un rayon est dans *l'accès de réflexion aisée*, on ne prétend pas dire qu'il soit nécessairement réfléchi par un milieu transparent quelconque, & dans toute sorte d'obliquité d'incidence sur ce milieu; mais seulement que ce rayon est réfléchi plus aisément, & transmis plus difficilement, lorsqu'il est dans cet accès, que lorsqu'il est dans celui de *réfraction aisée*. C'est pour cela que


UNIV. OF MICH.


Fig. 226.
227.
228.
230.
231.
A
a
E
Δ
ΓB
A
BC
D
d
e a i
DCBABΓΔ
F G
a
d
b
c
E

ces accès ne se nomment pas absolument accès de réfraction & de réflexion, mais de réfraction *aisée* & de réflexion *aisée*.

2°. Pendant le tems du mouvement d'un rayon de lumière, lorsque ce rayon est dans *l'accès de réfraction aisée* ou de *réflexion aisée*, il n'est pas constamment & précisément dans la même disposition à être rompu ou réfléchi. Mais il y a un instant de ce tems, ou un point dans ce mouvement du rayon, auquel il est dans le milieu de *l'accès de réfraction aisée*, & il est alors plus disposé à être rompu, & moins disposé à être réfléchi. Depuis cet instant ou ce point, il devient par degrés moins disposé à être rompu, & plus disposé à être réfléchi, jusqu'à l'autre instant ou point, dans lequel le rayon est au milieu de *l'accès de réflexion aisée*, & il est alors moins disposé à être rompu & plus disposé à être réfléchi. Depuis ce second instant ou point, il devient par degrés plus disposé à être rompu & moins disposé à être réfléchi; jusqu'à ce qu'il arrive au 3ᵉ. instant ou point semblable au premier, dans lequel le rayon est encore au milieu de *l'accès de réfraction aisée* ou dans lequel il est plus disposé à être rompu & moins disposé à être réfléchi.

Pour expliquer ceci, soit la ligne droite AAAA, qui représente une partie du mouvement d'un rayon de lumière, dans laquelle soient pris divers points comme A, A, A, A à égales distances les uns des autres, & d'autres points E, E, E à égales distances les uns des autres, & aussi des points A, A, A, A; & supposons que dans chacun des points A, A, A, A, le rayon soit disposé plus fortement à être rompu, & dans chacun des points E, E, E, qu'il soit plus fortement disposé à être réfléchi, c'est-à-dire, que dans chaque point A, le rayon soit au milieu de *l'accès de réfraction aisée* & dans chaque point E, au milieu de *l'accès de réflexion aisée*. *Fig. 126.*

La distance AA représentera l'intervalle entre les points milieux de deux *accès* subséquents de *réfraction aisée*; EE l'intervalle entre les points milieux de deux *accès* consécutifs de *réflexion aisée* & AE l'intervalle entre le point du milieu d'un *accès de réfraction aisée*, & le point du milieu de *l'accès* suivant *de réflexion aisée*.

La disposition du rayon à être rompu, étant plus forte dans le milieu de *l'accès de réfraction aisée*, ou au point A, & plus foible au point E, diminuera par degrés de A en E, & ensuite augmentera par les mêmes degrés de E en A. Et la disposition du rayon à être réfléchi, étant plus forte dans le milieu de *l'accès de réflexion aisée*, ou au point E, & plus foible au point A, diminuera par degrés de E en A, & augmentera aussi par degrés de A en E.

3°. La partie du chemin, où un rayon est dans *l'accès de réfraction aisée*, est plus longue ou plus courte, selon que le milieu où il tombe a moins ou plus de puissance réfractive, & selon que sa surface est moins ou plus obliquement située par rapport à la route de ce rayon; & la partie du chemin où le rayon est dans *l'accès de réflexion aisée*, est plus longue ou plus courte, selon que le milieu où il tombe a plus ou moins de puissance réfractive, & que sa surface est plus ou moins obliquement située par rapport à la route du rayon.

Dans chaque intervalle AE, soit pris un point comme *a*, de manière que le rayon tombant sur un milieu d'une puissance réfractive donnée, & avec une obliquité donnée dans le point *a*, soit transmis par ce milieu, mais tellement qu'il eut été réfléchi, s'il fût tombé sur ce milieu dans quelque

point entre *a* & E. Alors le rayon sera dans *l'accès de réfraction aisée* par rapport à ce milieu & à cette obliquité d'incidence, dans tout l'espace *a* A *a*, & il sera dans *l'accès de réflexion aisée* dans tout l'espace *a* E *a*. De sorte que le commencement de *l'accès de réfraction aisée* se trouvera en *a*, le milieu en A, & la fin dans l'*a* suivant; & le commencement de *l'accès de réflexion aisée* sera en *a*, le milieu en E, & la fin dans le point suivant *a*; ou l'intervalle AE sera tellement divisé au point *a* que dans l'espace A *a*, le rayon sera dans *l'accès de réfraction aisée* & dans l'espace *a* E, il sera dans *l'accès de réflexion aisée*.

Mais si l'on diminue la puissance réfractive du milieu, ou son obliquité, par rapport à la route du rayon, le rayon sera rompu quoiqu'il rencontre la surface du milieu au-dessous du point *a* plus proche de E, ou que le point *a* où se termine *l'accès de réfraction aisée* & où commence *l'accès de réflexion aisée* soit rapproché de E, c'est-à-dire, que A *a* soit plus long & *a* E plus court, ou que *a* A *a* partie de la route où le rayon est dans *l'accès de réfraction aisée* soit plus long, & *a* E *a* partie de la route où le rayon est dans *l'accès de réflexion aisée* soit plus court.

Et le contraire arrivera si l'on augmente la puissance réfractive du milieu, ou son obliquité par rapport à la route des rayons, le point A s'approchant alors de *a*, & A *a* ou *a* A *a* sera plus court, & *a* E ou *a* E *a* plus long.

Comment se divisent les intervalles des accès.

227. Si les rayons paralleles qui se meuvent avec une vîtesse uniforme, tombent sur une surface plane d'un milieu transparent avec une telle obliquité, que la moitié des rayons soit transmise au travers de cette surface & l'autre moitié réfléchie; chaque rayon sera dans *l'accès de réfraction aisée* pendant la moitié de sa route & dans *l'accès de réflexion aisée* pendant l'autre moitié.

Car, puisque par la supposition, les rayons se meuvent avec une vîtesse uniforme, il doit y avoir autant de rayons dans chaque point de leurs intervalles respectifs AE, entre les *accès de réfraction* & de *réflexion aisée*, que dans tout autre point des mêmes intervalles. Par conséquent le nombre des rayons dans l'espace A *a* doit être au nombre des rayons dans l'espace *a* E, comme A *a* est à *a* E. Mais puisque la moitié des rayons sont rompus & l'autre moitié réfléchis, le nombre des rayons dans l'espace A *a* est égal au nombre des rayons dans l'espace *a* E : donc A *a* est égal à *a* E, c'est-à-dire, que les rayons sont dans *l'accès de réfraction aisée* pendant une moitié de leur route, & dans *l'accès de réflexion aisée* pendant l'autre moitié de leur route.

228. Mais si l'on diminue tellement l'obliquité de la surface plane, que les trois quarts des rayons y soient transmis, & l'autre quart réfléchi, alors chaque rayon sera dans *l'accès de réfraction aisée*, eu égard à cette obliquité, pendant les trois quarts de sa route, & dans *l'accès de réflexion aisée* pendant l'autre quart. C'est-à-dire, que l'intervalle AE entre les deux points de *réfraction* & de *réflexion aisée* sera divisé de telle manière en *a*, que A *a* sera les trois quarts de cet intervalle & *a* E le quart.

229. Et en général, si l'intervalle AE représente toute la quantité de la lumière incidente, A *a* celle de la lumière rompue, & *a* E celle de la lumière réfléchie; A *a* sera la partie de cet intervalle où chaque rayon est dans *l'accès de réfraction aisée* & *a* E la partie du même intervalle où chaque rayon est dans *l'accès de réflexion aisée*.

Dans ces trois articles, nous avons supposé la vîtesse uniforme des rayons de lumière; mais s'ils avoient plus de vîtesse dans *l'accès de réfraction aisée*, & moins dans celui de *réflexion aisée*, comme *Nevvton* semble l'avoir pensé, il faudroit alors imaginer que la ligne AAAA représente, au lieu de la route d'un rayon de lumière, le tems de cette route, A l'instant où le rayon est plus fortement disposé à être rompu, E celui où il est plus fortement disposé à être réfléchi, AE l'intervalle du tems entre ces deux instants, & *a* l'instant où le rayon sort de *l'accès de réfraction aisée*, & entre dans *l'accès de réflexion aisée*, & les conséquences en seroient précisément les mêmes.

230. Il suit de l'art. précédent joint à l'art. 224, que dans le cas de l'incidence perpendiculaire, ou presque perpendiculaire, de la lumière qui tombe de l'air sur le verre, ou du verre dans l'air, un rayon de lumière est dans *l'accès de réfraction aisée* pendant $\frac{89}{100}$ de l'intervalle AE, & qu'il n'est dans *l'accès de réflexion aisée* que pendant $\frac{11}{100}$ du même intervalle.

231. Si deux milieux ne différent pas autant que l'air & le verre dans leur puissance réfractive, un rayon de lumière qui passe de l'un de ces milieux dans l'autre presque perpendiculairement, sera dans *l'accès de réfraction aisée* plus que $\frac{89}{100}$ de l'intervalle AE & dans *l'accès de réflexion aisée* moins que $\frac{11}{100}$ du même intervalle.

232. *Nevvton* a observé (*Opt. l. 2. part. 3. prop. 1.*) que les surfaces des corps transparents qui ont la plus grande puissance réfractive, réfléchissent aussi la plus grande quantité de lumière; & jusqu'à ce que la chose ait été déterminée plus exactement par les expériences, on peut supposer avec beaucoup de vraisemblance, que la quantité de lumière réfléchie par la surface d'un corps transparent, est proportionnelle à la puissance réfractive de ce corps ou au quarré de BR (*ibid. prop.* X.).

233. Delà nous pouvons conclure que le quarré de BR, ou la puissance réfractive du verre étant à celle de l'eau (*ibid.*) comme 1, 4450 à 0, 7845 & la quantité de lumière réfléchie dans l'incidence perpendiculaire sur le verre, étant (art. 224) 0, 1091; la quantité de lumière réfléchie dans l'incidence perpendiculaire sur l'eau sera 0, 0592 ou à fort peu près $\frac{6}{100}$ de la lumière incidente. Par conséquent un rayon de lumière tombant perpendiculairement de l'air sur l'eau, ou de l'eau sur l'air, sera dans *l'accès de réflexion aisée*, pendant seulement $\frac{6}{100}$ de l'intervalle AE & dans *l'accès de réfraction aisée* pendant $\frac{94}{100}$ du même intervalle. Fig. 226.

234. De même, la réfraction de l'humeur aqueuse de l'œil, ou de la *cornée*, étant celle de 27 à 20 par l'art. 110, & par conséquent sa puissance réfractive ou le quarré de BR étant 0, 8225, la quantité de lumière réfléchie dans l'incidence perpendiculaire sur la *cornée*, sera 0, 064 de la lumière incidente.

235. De plus, la réfraction de l'humeur aqueuse dans le crystallin étant celle de 13 à 12 (par l'art. 111), & par conséquent la puissance réfractive de l'humeur crystalline étant en ce cas 0, 1736, la quantité de lumière réfléchie dans l'incidence perpendiculaire de l'humeur aqueuse au crystallin sera 0, 0135 de la lumière incidente. Et la même proportion de lumière incidente sera réfléchie à la surface postérieure du crystallin, la réfraction de cette humeur dans l'humeur vitrée étant la même que celle de l'humeur aqueuse dans le crystallin.

236. Delà il suit, que si la surface de la *cornée* & les deux surfaces du crystallin n'étoient pas sphériques, mais planes, comme le morceau de glace dont on s'est servi dans l'expérience précédente (art. 224), alors en regardant directement un objet, $\frac{64}{1000}$ de la lumière incidente seroient réfléchies par la *cornée*, & le reste seroit transmis à la surface antérieure du crystallin ; & de ce reste, $\frac{135}{10000}$ seroient encore réfléchies à la première surface, & la lumière restante seroit transmise à la seconde surface, dans laquelle encore, $\frac{135}{10000}$ de cette lumière restante seroient réfléchies, & le reste seroit transmis à la rétine. De sorte que si l'on nomme 1 toute la lumière incidente sur la *cornée*, la quantité réfléchie par les trois surfaces sera 0, 0891 ou $\frac{1}{11}$ à fort peu près, & la quantité transmise à la rétine seroit 0, 9109 ou environ $\frac{10}{11}$.

Or, comme ces trois surfaces ne sont pas planes, mais sphériques, & que par conséquent la plus grande partie des rayons incidents tombe sur elles avec un peu plus d'obliquité, nous ne nous écarterons pas beaucoup de la vérité, si nous supposons que $\frac{1}{10}$ soit réfléchi par les trois surfaces ensemble & $\frac{9}{10}$ transmises à la rétine.

Combien il se perd de lumière par ces accès.

237. On peut conclure avec probabilité de l'art. précédent joint à l'art. 210, qu'en regardant un objet dans les limites de la *vision parfaite*, il doit paroître moins lumineux d'environ $\frac{1}{10}$ qu'il ne le seroit, si toute la lumière qui tombe sur la cornée étoit transmise à la rétine.

238. La même chose arrive lorsqu'on regarde un objet étendu, quoique trop proche ou trop éloigné pour la *vision parfaite* Car alors chaque pinceau perd également $\frac{1}{10}$ de sa lumière par les trois réflexions dont on a parlé, & les autres $\frac{9}{10}$ sont dispersés dans le *cercle de dissipation.* Mais chaque pinceau en dedans de la *fausse image* (art. 18, 72) reçoit autant de lumière des pinceaux adjacents, qu'il leur en donne par cette dissipation. Donc le centre de chaque pinceau, ou chaque point de la *fausse image* de l'objet sur la rétine, reçoit précisément autant de lumière, que si l'objet avoit été vu par la *vision parfaite*, c'est-à-dire, $\frac{9}{10}$ de toute la lumière.

Apparence d'une ligne physique lumineuse par la vision indistincte.

239. Une ligne physique lumineuse sur un fond noir, étant trop proche, ou trop éloigné pour la *vision distincte*, paroît quelquefois comme trois, ou comme cinq, sept ou plusieurs lignes paralleles lumineuses, avec deux, quatre, six ou plusieurs lignes noires paralleles entremêlées.

Car un point lumineux, étant vu confusément, doit par les art. 211, 212, 213, donner l'apparence d'un cercle environné d'anneaux obscurs & lumineux alternativement, & cela doit arriver à chaque point physique de la ligne lumineuse.

Fig. 227. Soit donc A*a*A une ligne physique lumineuse, *a* un point de cette ligne d'où un pinceau de rayons vient à la cornée. Et soit une portion de rayons dans le milieu de ce pinceau avec *l'accès de réfraction aisée* dans leur incidence sur la *cornée*, & qui seront par conséquent transmis à la surface du crystallin,
Fig. 212. sur laquelle, supposons qu'ils soient encore dans *l'accès de réfraction aisée*, & par ce moyen transmis à la surface postérieure du crystallin. Si dans cette
Fig. 226. dernière surface la même portion du milieu des rayons est encore dans *l'accès*
Fig. 227. *de réfraction aisée*, & que le rayon moyen de cette portion A*a* soit précisément dans le milieu de l'accès, que le rayon le plus extérieur A*b* ou A*β* soit à l'extrémité de l'accès, ou dans l'un des points *a*; si cette portion de rayons est par ce moyen transmise à la rétine, & qu'ainsi elle y forme le cercle

lumineux *abβ* (fig. 227); que ce cercle soit environné suivant les art. 211, 212, de l'anneau obscur *bcγβ*, & celui-ci encore de l'anneau lumineux *cdδγ* comme on voit dans la figure ; & si par les points *b*, *c*, *d*, *β*, *γ*, *δ*, on mene les lignes B *b* B, C *c* C, &c. paralleles à la ligne A *a* A:

Je dis qu'alors au lieu d'une seule ligne lumineuse A *a* A, on en verra trois BBBB, CDDC & ΓΔΔΓ, séparées les unes des autres par les lignes obscures BCCB & BΓΓB.

Car si l'on suppose qu'une semblable portion moyenne de chaque pinceau, provenant de la ligne lumineuse A *a* A, se trouve dans *l'accès de réfraction aisée* dans son incidence sur la *cornée* & sur les deux surfaces du crystallin, & que dans la surface postérieure le rayon du milieu soit précisément dans le milieu de l'accès, & les rayons extérieurs à l'extrêmité de l'accès, de sorte que chaque point de la ligne A *a* A puisse former une image sur la rétine, exactement semblable à celle du point *a*; alors les lignes B *b* B, B *β* B seront tangentes de tous les cercles lumineux formés par ces points : & les lignes B *b* B, C *c* C d'un côté & B *β* B, Γ *γ* Γ de l'autre, seront tangentes du premier anneau obscur formé par chacun de ces points. Les lignes C *c* C, D *d* D d'un côté & Γ *γ* Γ, Δ *δ* Δ de l'autre, seront tangentes du premier anneau lumineux formé par chacun de ces points.

Delà il suit que comme l'espace I *b* I I *β* I, qui est retranché de l'image du point *a*, par les tangentes B *b* B, B *β* B, a plus de lumière à proportion de sa grandeur, que l'espace I *b* I 2 *c* 2, qui est retranché de la même image par les tangentes B *b* B, C *c* C ; tout l'espace compris entre les tangentes B *b* B, B *β* B sera plus lumineux que tout l'espace compris entre les tangentes B *b* B, C *c* C, c'est-à dire, que tout l'espace B *b* B B *β* B paroîtra une ligne lumineuse & que tout l'espace B *b* B C *c* C paroîtra une ligne obscure.

On trouvera de même que les espaces C *c* C D *d* D, Γ *γ* Γ Δ *δ* Δ doivent paroître des lignes lumineuses ; & l'espace B *β* B Γ *γ* Γ doit paroître une ligne obscure.

Ainsi dans ce cas, au lieu d'une ligne physique lumineuse A *a* A, on aura l'apparence de trois lignes lumineuses séparées les unes des autres par des lignes obscures qui leur sont paralleles ; & si la lumière du point *a* est assez forte pour former plus d'anneaux lumineux qu'on n'en a représenté ici, & que la largeur de ces anneaux ne soit pas trop petite pour être apperçue (art. 174) nous aurons l'apparence de 5, 7, ou d'un plus grand nombre de lignes lumineuses séparées par des lignes noires paralleles.

240. Mais lorsque la ligne lumineuse A *a* A est d'une longueur considérable, il n'est pas possible que dans chaque pinceau provenant de cette ligne, il arrive exactement ce que nous avons supposé. Quoique la portion du milieu des rayons de chaque pinceau soit transmise à la rétine par chacune des trois surfaces dont nous avons parlé, & qu'elles y forment un cercle lumineux, tel que *abβ*; cependant le rayon moyen ne peut pas dans chaque pinceau être précisément au milieu de *l'accès de réfraction aisée* dans son incidence sur la surface postérieure du crystallin. Dans quelques-uns, le rayon du milieu ne sera pas au milieu de l'accès, & dans d'autres il passera par le milieu, dans son incidence sur cette surface.

De plus, cette portion moyenne des rayons, que nous avons supposée totalement transmise par chacune des trois surfaces réfringentes, & former par ce moyen sur la rétine le cercle lumineux *abβ*, ne peut pas dans chaque

pinceau être ainsi transmise. Dans quelques pinceaux, une partie de cette portion moyenne des rayons sera nécessairement dans *l'accès de réflexion aisée*, à son incidence sur l'une ou sur l'autre de ces surfaces, & par conséquent ne pourra pas être transmise à la rétine.

Il nous faut donc examiner les altérations que ces changemens de nos suppositions doivent produire dans le phénomène.

241. Dans les pinceaux où la portion moyenne des rayons est totalement transmise à la rétine, mais où le rayon du milieu n'est pas arrivé au milieu de *l'accès de réfraction aisée* dans son incidence sur la surface postérieure du crystallin, il est évident que le cercle lumineux *a b β* sera élargi & s'enflera en dehors, & que les anneaux obscurs & lumineux, aussi bien que les lignes obscures & lumineuses qui en résultent, seront par ce moyen plus en dehors.

Et dans les pinceaux où au tems de leur incidence, le rayon du milieu passe par le milieu de *l'accès de réfraction aisée*, le cercle lumineux *a b β* sera moindre, & par ce moyen les anneaux obscurs & lumineux qui l'environnent, & les lignes obscures & lumineuses qui en résultent seront plus en dedans.

Mais comme le nombre des pinceaux dans un cas, doit être égal au nombre des pinceaux de l'autre, ces deux effets contraires se balanceront mutuellement à fort peu près, & par conséquent le phénomène en souffrira fort peu d'altération, excepté seulement que les bords des lignes lumineuses & obscures dans les endroits où elles rentrent les unes dans les autres, en seront un peu moins distincts qu'ils n'auroient été sans cela.

242. Examinons à présent les pinceaux, où la portion moyenne des rayons, que nous avons supposée former le cercle lumineux *a b β*, n'est pas transmise totalement à la rétine, mais une partie qui est dans *l'accès de réfraction aisée* lors de son incidence sur l'une ou l'autre des trois surfaces précédentes, est réfléchie & n'arrive jamais à la rétine.

Ici nous devons nous ressouvenir, que par l'art. 236, il n'y a guères plus que $\frac{1}{10}$ de cette portion moyenne des rayons, en prenant tous les pinceaux l'un dans l'autre, qui puisse être réfléchie par les trois surfaces prises ensemble.

Or dans les pinceaux, où cette dixième partie des rayons de la portion moyenne, seroit tombée sur le milieu du cercle lumineux, si elle n'avoit pas été réfléchie, il doit y avoir une petite tache noire au milieu de l'image en *a*, & le cercle lumineux doit devenir par ce moyen un anneau, dont la largeur doit être presque égale au rayon du cercle lumineux. Par conséquent, cet anneau lumineux & la ligne lumineuse BBBB doivent s'étendre plus en dehors que dans cette figure, & les anneaux obscurs & lumineux *b c*, *c d* avec les lignes obscures & lumineuses qui en résultent, doivent être plus en dehors, & avoir un peu moins de largeur.

Et dans les pinceaux, où cette dixième partie des rayons de la portion du milieu, seroit tombée sur la partie extérieure du cercle lumineux, si elle n'avoit pas été réfléchie, ce cercle & la ligne lumineuse BBBB en deviendront moindres par ce moyen, & les anneaux obscurs & lumineux qui les environnent, aussi bien que les lignes obscures & lumineuses qui en résultent, rentreront plus en dedans, & auront un peu plus de largeur.

Mais comme le nombre des pinceaux dans l'un de ces cas doit être à fort

fort peu près égal au nombre des pinceaux dans l'autre, & que l'effet dans l'un est contraire à celui dans l'autre, le changement dans le phénomène n'aboutira qu'à produire un peu plus de confusion dans les bords des lignes lumineuses & obscures.

243. Dans les pinceaux où cette dixième partie de la portion du milieu des rayons n'est pas toute contigue, mais divisée en trois ou en plusieurs parties séparées, qui seroient tombées sur des espaces séparés du cercle lumineux, si elles n'avoient pas été réfléchies dans les trois surfaces, il est évident que le changement dans le phénomène sera encore moindre que dans les deux articles précédents, excepté seulement que le cercle lumineux & la ligne lumineuse qui en résulte, auront un peu moins de lumière. Et l'anneau obscur & les lignes obscures qui en proviennent, auront un peu moins d'obscurité, au cas que les rayons qui y sont portés, ne soient pas tous réfléchis, & que quelques-unes de leurs parties soient transmises.

244. Ce seroit-là le cas d'une ligne physique lumineuse, telle qu'on pourroit l'imaginer par la composition d'un grand nombre d'étoiles rangées en ligne droite & contigues entr'elles. La ligne du milieu seroit toujours lumineuse, de manière que le nombre des lignes lumineuses seroit toujours impair, & le nombre des lignes obscures, toujours pair.

245. Une ligne lumineuse sur un fond noir, d'une largeur peu sensible, mais dont la *vraie image* sur la rétine, n'est pas aussi large que le *cercle de dissipation*; lorsqu'elle est trop proche ou trop loin pour la *vision distincte*, paroîtra quelquefois comme deux, d'autres fois, comme trois, quatre, cinq ou plusieurs lignes lumineuses paralléles, avec des lignes obscures paralléles entre deux.

Apparence d'une ligne lumineuse étroite par la vision indistincte.

Soit *a* un point au milieu de la largeur de la ligne lumineuse; *e* & *i* les deux points extrêmes de la largeur de la même ligne & que l'axe de l'œil soit dirigé au point *a*.

Fig. 228.

L'axe du pinceau des rayons qui viennent du point *a*, sera perpendiculaire à la *cornée* & aux deux surfaces de l'humeur crystalline, & l'image de ce point sur la rétine, sera telle qu'elle est représentée dans les fig. 223, 225. & la ligne physique qui passe par le milieu de la ligne lumineuse & par le point *a*, formera sur la rétine une image telle qu'elle est représentée dans la fig. 227.

Mais l'axe du pinceau des rayons qui viennent du point *e*, tombera obliquement sur la *cornée* & sur les deux surfaces de l'humeur crystalline. Par conséquent, non-seulement le centre de l'image du point *e* tombera sur une partie de la rétine différente de celle où tombe le centre de l'image du point *a* & en dedans du *cercle de dissipation* du point *a*; mais l'image du point *e* ne sera pas semblable à celle du point *a*, de manière que quelques parties lumineuses de l'une tomberont sur quelques parties lumineuses de l'autre, & réciproquement. Et si l'on imagine une ligne physique qui passe par *e*, parallélement à celle qui passe par *a*; quelques parties lumineuses de l'image de l'une de ces lignes physiques, tomberont sur quelques parties lumineuses de l'image de l'autre; & ce que nous avons dit de l'image de la ligne physique qui passe par *e* sera également vrai de celle qui passe par *i*.

Et ſelon que la largeur de la ligne lumineuſe eſt plus ou moins grande, ou que les points *e* & *i* ſont plus ou moins éloignés du point *a*, les lignes obſcures des images des lignes phyſiques qui paſſent par ces points, ou ſe confondront dans le milieu de la rétine, auquel cas elles paroîtront comme une ligne noire au milieu de l'image : ou elles ſeront ſeulement contigues, ou même elles laiſſeront un petit eſpace ſenſible entr'elles, & dans l'un ou l'autre de ces deux derniers cas, on verra au milieu une ligne lumineuſe ; Et comme le même raiſonnement s'étend aux autres points qui ſont en dedans de *e* & *i*, il eſt évident que l'apparence de toute la ligne lumineuſe pourra être compoſée de plus ou moins de lignes lumineuſes & obſcures, plus étroites ou plus larges, comme dans les art. 203, 204, avec une variété infinie.

Autres apparences par la viſion indiſtincte. 246. Par la même raiſon & en raiſonnant de même des ſurfaces, il s'enſuit que lorſque une large ſurface lumineuſe eſt contigue à une large ſurface obſcure & qu'on les voit par la viſion indiſtincte, la ſurface lumineuſe paroît bordée d'une ligne obſcure comme BBrr & celle-ci d'une ligne lumineuſe qui eſt en-delà ; & quelquefois il y a deux, ou un plus grand nombre de ces lignes obſcures & lumineuſes alternativement, comme on l'a dit dans l'art. 205.

Fig. 229.

247. La ſurface large & obſcure BB*dd* contigue à la ſurface large & lumineuſe BB*bb*, étant vue par la viſion indiſtincte, paroîtra plus étroite que lorſqu'elle ſera vue par la *viſion diſtincte*, c'eſt-à-dire, qu'au lieu de BB*dd*, elle ſe réduira à ΔΔ *dd* & la ligne ΔΔ ſera le côté apparent de la ſurface obſcure, laquelle ſera bordée de la ligne lumineuſe ΔΔrr & celle-ci encore de la ligne obſcure rrBB, & quelquefois il paroîtra deux ou un plus grand nombre de ces lignes lumineuſes & obſcures alternativement, comme dans l'art. 206.

248. Par où l'on comprend aiſément, que lorſque la ſurface obſcure eſt fort étroite, elle peut paroitre diviſée en deux lignes obſcures avec une ligne lumineuſe entre deux ; ou en trois lignes obſcures avec deux lignes lumineuſes ; ou qu'il peut ſe trouver quatre, cinq ou un plus grand nombre de lignes obſcures ſéparées par des lignes lumineuſes, comme on l'a dit dans les art. 199, 200, 201, 202.

Mais dans tous ces cas on doit remarquer que la viſion ne doit pas être ſeulement un peu, mais beaucoup indiſtincte, & que la lumière ne doit être ni exceſſivement forte, ni très foible. Lorſque la lumière eſt trop forte, l'œil eſt trop ébloui pour voir clairement cette apparence ; & lorſqu'elle eſt trop foible, les lignes lumineuſes entre les lignes obſcures ſont trop languiſſantes, pour qu'on les diſtingue.

Expériences pour confirmer cette théorie. 249. Si l'explication que nous avons donnée de ces apparences par une cauſe dont on connoiſſoit auparavant l'exiſtence dans la nature, & qui ſuffit pour produire tous ces phénomènes, paroît encore avoir beſoin de quelque éclairciſſement ; les expériences ſuivantes la mettront dans tout ſon jour.

Fig. 230. Soit AA une ligne lumineuſe formée par une ouverture étroite d'une régle à tracer des paralléles que l'on tient trop proche de l'œil pour la *viſion diſtincte* & que l'on voit contre la lumière du jour, ou ſur du papier blanc fortement éclairé ; & ſoit ΔΔ DD l'apparence de cette ligne lumi-

neuse composée de trois lignes lumineuses & de deux lignes obscures ; soient ΔΔEE, & DDEE les apparences des deux côtés de la régle à tracer les paralléles. Soit aussi FFGG une régle plate que l'on tient proche de l'œil à main droite parallélement au côté de la régle à tracer des paralléles.

Si l'on fait mouvoir peu-à-peu & en travers la régle plate FFGG, en gardant toujours sa position paralléle, & que son bord FF vienne à croiser le bord de la prunelle ; le bord apparent de la régle des paralléles DD s'avancera à sa rencontre, & effacera d'abord la ligne lumineuse DDCC, & à mesure que le bord de la régle plate s'avance par degrés & croise de plus en plus la prunelle, le même bord DD de la régle des paralléles s'avancera toujours plus pour la rencontrer, en effaçant la ligne obscure CCBB, ensuite la ligne lumineuse BBBB, puis l'autre ligne obscure BBΓΓ & enfin une partie de l'autre ligne lumineuse ΓΓΔΔ, dont elle ne laissera à la fin qu'une partie égale en largeur à la ligne lumineuse AA.

250. Et si l'on fait mouvoir réciproquement de cette manière la régle plate en avant & en arrière au travers de la prunelle, le bord apparent de la régle des parallèles DD paroîtra aussi se mouvoir réciproquement en avant & en arrière, soit en avançant pour rencontrer le bord FF, ou en s'éloignant de ce bord, effaçant quelquefois les lignes lumineuses & obscures & d'autres fois les faisant reparoître ; & la moitié de la régle des paralléles DDEE paroissant quelquefois plus large, & d'autres fois plus étroite. Le contraire arrivera précisément, si l'on place la régle plate à gauche de la régle des paralléles & si on la fait mouvoir du côté opposé pour croiser l'œil.

251. Or c'est là précisément ce qui doit arriver par la théorie ci-devant établie. Car, par l'art. 211, fig. 222, 223, il est clair, que lorsqu'un objet est vu de trop près pour que les rayons de chaque pinceau se réunissent sur la rétine, ceux qui tombent sur le côté droit de la *cornée*, tomberont sur le côté droit de la rétine, & par conséquent, selon les loix connues de la vision, ils formeront la partie gauche de l'apparence, & au contraire.

De sorte que lorsque le bord de la régle FF vient croiser la *cornée*, il intercepte d'abord les rayons de chaque pinceau qui tombent le plus à main droite sur la rétine, & qui forment l'apparence qui est le plus à main gauche, c'est-à-dire, la ligne lumineuse DDCC, laquelle étant effacée, le bord apparent de la régle des paralléles doit être alors CC au lieu de DD.

Et le bord FF se mouvant encore le long de la *cornée*, il intercepte dans chaque pinceau la parcelle de rayons qui tombe immédiatement après sur le côté droit de la *cornée* & de la rétine, & qui forme la ligne obscure CCBB ; laquelle est obscure en comparaison des lignes lumineuses adjacentes ; mais plus lumineuse par le moyen de ces rayons que les côtés de la régle des paralléles ; & cette ligne obscure étant effacée, le côté apparent de la régle des paralléles se trouve avancé de CC en BB.

On conçoit aisément de la même manière que par le mouvement continu de la régle plate qui croise la *cornée*, la ligne lumineuse BBBB, la ligne obscure BBrr, & la plus grande partie de la ligne lumineuse rrΔΔ doivent de même s'effacer.

Et enfin, lorsque l'ouverture restante, ou la partie non couverte de la *cornée*, est devenue fort étroite, les bords de la régle des paralléles & l'ouverture qui est entr'eux, doit paroître distincte, précisément comme si on les voyoit au travers d'une fente fort étroite, ou d'un trou d'épingle sur une carte, & par conséquent la ligne lumineuse doit paroître dans sa vraie & propre grandeur.

252. Si la régle des paralléles est placée à une distance trop grande pour la *vision distincte*, en menant alors le bord FF de la régle plate en travers de la *cornée*, le côté droit de la régle des paralléles deviendra peu-à-peu plus large, le côté ΔΔ paroîtra s'avancer du même côté que FF & effacer par ce moyen, d'abord la ligne lumineuse ΔΔrr, ensuite la ligne obscure rrBB, la ligne lumineuse BBBB, la ligne obscure BBCC & enfin la ligne lumineuse CCDD se réduira à la grandeur de la ligne lumineuse AA & les bords des deux côtés de la régle des paralléles paroîtront distincts. On conçoit cela aisément par l'art. 212 & par les fig. 224, 225. Il arrivera précisément tout le contraire, si l'on place d'abord la régle plate à gauche, & si on la conduit du côté opposé en travers de l'œil.

253. Comme dans ces deux cas, lorsque l'on fait mouvoir réciproquement & fort vîte le bord FF en avant & en arrière, le tremblement (art. 250.) du bord DD ou ΔΔ est fort sensible, cela nous fournit le moyen de découvrir si la vision est considérablement indistincte, & de fixer par-là les limites de la *vision parfaite* à peu-près.

Fig. 229. 254. C'est de la même manière, & par les mêmes raisons que lorsque le bord ΔΔ d'une surface obscure paroît bordé d'une ligne lumineuse, comme ΔΔrr, & d'une ligne obscure en dehors, comme ΔΔBB, l'œil étant trop proche, si l'on place le bord d'une régle plate à main droite, & qu'on la conduise en travers de la *cornée*, le bord apparent ΔΔ s'avancera pour rencontrer la régle plate, & par ce moyen effacera la première ligne lumineuse, & ensuite la ligne obscure; après quoi ce bord paroîtra distinct dans la ligne BB, contigue à la surface lumineuse BB*bb*.

Et si l'œil est trop éloigné, il faudra placer la régle plate à main gauche, & alors en la menant du côté opposé en travers de la *cornée*, le bord ΔΔ avancera avec elle tout le long, en effaçant d'abord la ligne lumineuse, & ensuite la ligne obscure comme auparavant, jusqu'à ce qu'il arrive à la situation BB, où le bord de la surface lumineuse & obscure paroîtra distinct.

255. De même lorsqu'un objet obscur & étroit paroît double ou triple, si l'on fait mouvoir le bord de la régle plate en travers de la *cornée* parallélement à l'image, & que l'œil soit trop proche, la ligne obscure opposée paroîtra s'avancer vers la régle, effaçant dans sa route les lignes lumineuses ou obscures, jusqu'à ce qu'elle arrive à la situation de la ligne obscure la plus proche de la régle, & alors elle ne paroîtra que comme une seule ligne distincte.

Mais si l'œil est trop éloigné, la ligne obscure la plus proche de la régle

s'avancera avec elle, effaçant les lignes lumineuses ou obscures dans sa route, jusqu'à ce qu'elle arrive à la situation de la ligne obscure la plus proche de la regle, & alors elle paroîtra seule.

256. Par le même moyen de couvrir une partie de la prunelle avec le bord d'une regle plate, ou seulement avec le doigt, le tenant parallele au côté d'un livre, un homme qui se sert de lunettes, ou celui qui a la vue courte, peut lire dans une distance, où il ne pourroit pas sans cela distinguer les lettres, à cause des pénombres qui s'étendent entre les lettres. Car l'ouverture de la prunelle étant par là diminuée, le *cercle de dissipation*, & les pénombres qui en résultent entre les lettres, diminueront à proportion, & si la lumière est assez forte pour couvrir la plus grande partie de la prunelle, les pénombres en dessus & en dessous des lettres, diminueront considérablement, ce qui rendra le livre encore plus lisible.

257. On peut tirer de l'expérience suivante une autre preuve de la vérité de notre théorie. En regardant une ligne lumineuse ou obscure, qui est trop proche, ou trop loin de l'œil pour être vue distinctement, & qui donne les phénomènes de la fig. 230, si l'on fait mouvoir la tête peu à peu à côté, vers la main droite, ou la main gauche, afin que les rayons de l'objet qui tombent sur la *cornée*, puissent varier tant la longueur de leur passage que l'obliquité de leur incidence, & par conséquent leurs *accès de réfraction & de réflexion aisée*; on verra que les lignes lumineuses & obscures de l'image, changeront continuellement de place, de grandeur & de force, & qu'elles paroîtront rouler l'une sur l'autre, comme elles doivent le faire selon cette théorie.

258. Ce sujet m'a porté si loin contre mon attente, que je prendrois le parti de conclure, si je ne croyois pas qu'il fût à propos de prévenir le Lecteur d'une apparence qui pourroit l'embarrasser en faisant ces expériences, comme elle m'a embarrassé au commencement. **Apparence extraordinaire.**

En regardant les confins d'une surface obscure, & d'une surface lumineuse par la vision indistincte, on voit quelquefois sur la bordure de la surface lumineuse en dehors de la dernière ligne obscure de l'image, ou à main droite de BB (fig. 229) une ligne qui a quelque largeur, & qui est beaucoup plus éclairée que le reste de la surface lumineuse. Et sur la bordure de la surface obscure en dedans de la ligne lumineuse de l'image la plus éloignée, ou à main gauche de ΔΔ, on verra une ligne qui a quelque largeur, & qui est beaucoup plus obscure que le reste de cette surface.

Je crus d'abord que cette apparence venoit de la même cause, que les phénomènes exposés dans les articles précédents, c'est-à-dire, de la vicissitude des *accès de réfraction & de réflexion aisée*; mais ne trouvant pas le moyen de les attribuer à cette cause d'une manière qui fût satisfaisante, je soupçonnai quelque méprise, & je me mis à considérer cette apparence plus attentivement.

259. Je traçai un rectangle ABCD sur du papier blanc, & je le rendis très-noir avec de l'encre. Ensuite en le regardant à une distance trop petite pour la *vision distincte*, je le vis bordé de tous les côtés par deux lignes lumineuses & deux lignes obscures alternativement. Mais après l'avoir regardé attentivement quelque peu de tems, j'apperçus une autre bordure lumi- **Qui ne vient pas des accès de réfraction & de réflexion aisée.** **Fig. 231.**

neuse en dehors de la dernière périphérie obscure *abcd*, laquelle nouvelle bordure étoit beaucoup plus brillante que le reste du papier blanc.

Ensuite en détournant un peu l'œil vers la partie de la nouvelle bordure lumineuse, qui étoit en dehors de la ligne noire *cd*, je vis que cette bordure croissoit en largeur, & devenoit plus brillante qu'auparavant. De même, lorsque je détournois l'œil vers la nouvelle bordure lumineuse, qui étoit en dehors de la ligne noire *ab*, ou *ad*, ou *cb*, la plus extérieure, je voyois que les bordures lumineuses respectives croissoient en largeur & en force dans leur éclat.

Cela me détermina à détourner l'œil du rectangle noir vers une partie éloignée du papier blanc, où je vis d'abord un rectangle lumineux beaucoup plus brillant que le reste du papier, & qui avoit à peu près les mêmes dimensions que le rectangle noir, & cette apparence continua pendant quelque tems; après quoi elle disparut peu à peu.

Mais d'une cause différente.

260. Cela me donna occasion de faire réflexion sur quelques apparences semblables que j'avois trouvées auparavant, soit par mes propres observations, soit par les rélations de quelques personnes de ma connoissance, & je jugeai que les unes & les autres devoient venir d'une cause différente de celle que j'ai supposée jusqu'ici. Mais pour en être plus assuré, je pris des lunettes qui me firent paroître le rectangle noir très-distinct, & exemt des bords lumineux, & obscurs alternatifs que j'avois vus auparavant.

Après avoir regardé ce rectangle attentivement pendant quelque tems, la bordure lumineuse dont je viens de parler, commença à paroître tout autour plus brillante que le reste du papier, & de quelque côté que mon œil fût détourné dans ce rectangle, la bordure lumineuse de ce côté me paroissoit plus brillante & plus large qu'auparavant. Ensuite détournant les yeux totalement du rectangle noir, vers une partie éloignée du papier blanc, je vis d'abord un rectangle brillant de la même grandeur que le noir, & cette apparence continua pendant quelque tems, après quoi elle disparut peu à peu.

261. Alors je traçai deux autres rectangles noirs sur du papier blanc, de la même hauteur & de la même largeur, paralleles entr'eux, avec un espace blanc & étroit entre deux, & les regardant attentivement pendant quelque tems jusqu'à ce que la bordure lumineuse plus brillante commençât à paroître, je détournai subitement les yeux vers une partie éloignée du papier blanc, où je vis d'abord l'apparence d'un espace obscur entre deux rectangles brillants, de la même grandeur que l'espace blanc & les deux rectangles obscurs respectivement.

Et comme cela arrivoit également, soit que l'objet fût vu par la vision indistincte des deux yeux, ou par la *vision distincte* avec les lunettes, il est évident par cette expérience & par celle de l'article précédent, que cette nouvelle apparence ne venoit en aucune manière de l'indistinction de la vue, ou des *accès de réfraction* & *de réflexion aisée*, mais d'une autre cause que le Lecteur intelligent peut conjecturer dès à présent, & qui se manifestera plus clairement, lorsque j'aurai rapporté les autres observations que j'ai faites, & celles de mes amis que j'ai indiquées dans l'art. 260.

262. Un homme étant assis pour se faire la barbe contre la lumière qui venoit des chassis d'une fenêtre, fixa la vue attentivement sur cette fenêtre pendant quelque tems, & ensuite ayant fermé les yeux, il eut l'apparence d'une fenêtre semblable à celle qu'il venoit de voir, excepté que les verres en étoient obscurs, & les bois tout autour lumineux.

Autres apparences de la même espèce.

263. Un autre fixa ses yeux pendant quelque tems à l'extrêmité de sa plume noircie par l'encre, & qu'il tenoit contre du papier blanc; & retirant subitement sa plume sans détourner les yeux, il vit l'apparence de l'extrêmité lumineuse & brillante d'une plume sur le même endroit du papier. Et depuis qu'on m'a instruit de cette apparence, j'ai fait souvent la même observation.

264. En regardant le Soleil couchant dans un carosse sur le grand chemin, lorsque sa lumière n'est pas assez forte pour blesser la vue, si les yeux se détournent subitement vers un endroit éloigné du Ciel, on a l'apparence d'un, de deux, de trois, ou d'un plus grand nombre de cercles obscurs, de la même grandeur à peu près que le Soleil, sur différents endroits du Ciel.

265. Un homme cherchant la raison de la grande longueur de l'image du Soleil couchant, vu par la réflexion de la *Tamise*, la regarda si long-tems, que lorsqu'il en eut retiré sa vue, tout ce qu'il voyoit, lui paroissoit porter une longue poutre obscure, pendant plus d'un quart d'heure.

266. Un autre ayant observé trop long-tems le Soleil éclipsé, vit une tache noire sur tous les objets pendant plusieurs mois après.

267. Ces phénomènes & plusieurs autres de la même espèce, paroissent dépendre de ce principe, que lorsque nous avons été pendant quelque tems affectés d'une sensation, aussitôt que nous cessons d'en être affectés, il s'en éleve une autre contraire, quelquefois par la cessation même, & d'autres fois par des causes, qui dans un autre tems ne produiroient point du tout cette sensation, ou du moins ne la produiroient pas au même degré.

Raison générale de ces apparences.

Tout le monde sçait que la cessation subite d'une grande douleur, qui a continué quelque tems, est suivie immédiatement d'un plaisir sensible.

En sortant d'une forte lumière, & entrant dans une chambre où les volets des fenêtres sont presque fermés, on a immédiatement après la sensation de l'obscurité, & elle continue beaucoup plus long-tems qu'il n'en faut à la prunelle pour se dilater & s'accommoder à ce foible degré de lumière, ce qu'elle fait dans un instant.

Mais après qu'on a resté quelque tems dans un lieu beaucoup plus obscur, la même chambre qui paroissoit obscure auparavant, paroît assez éclairée.

Lorsqu'on sort d'un bain froid, ce froid intense est succédé immédiatement après d'une grande chaleur. Mais cette chaleur, aussi bien que les effets dont on a parlé dans les art. 265, 266, viennent en partie d'une autre cause que de la pure cessation d'une sensation contraire.

Si l'on prend une tasse de caffé ou de thé sans sucre, & qu'ensuite on goute une autre tasse avec fort peu de sucre, ce caffé paroîtra fort doux. Mais si l'on mange quelque chose de fort doux, le caffé ou le thé que l'on prendra immédiatement après, quoique sucré modérément, paroîtra fort amer; & il seroit très-facile de produire un grand nombre d'exemples semblables.

268. Mais ce changement de ſenſation n'eſt pas toujours général, de manière que tout l'organe de l'un de nos ſens en ſoit affecté ; il eſt ſouvent partial, de manière que par une ſeule & même cauſe, une partie de l'organe ſouffre un changement de ſenſation, pendant que l'autre partie n'en eſſuye aucun.

Par exemple, la peau de nos corps, peut en quelque façon être regardée comme l'organe total du ſentiment par rapport à la chaleur, & au froid de l'air qui nous environne, ou de l'eau dans laquelle nous ſommes plongés ; & l'on peut regarder de même la rétine, comme l'organe total de la vue.

Mais lorſque nous ſommes dans un degré modéré de chaleur, un petit vent frais n'affecte pas nos viſages, quoiqu'il produiſe dans nous un ſentiment de friſſon, lorſque nos corps nuds y ſont expoſés.

Un bain tiéde, comme celui de *Buxton*, ne paroît à nos mains, ni chaud, ni froid, & il paroît froid à nos corps lorſqu'ils y ſont plongés.

269. Cette ſenſation peut non-ſeulement être partiale, en affectant une partie de l'organe ſans affecter l'autre ; mais il peut ſe faire qu'une partie de l'organe ſoit affectée d'une ſenſation, pendant que l'autre ſera affectée d'une ſenſation contraire par la même cauſe.

C'eſt ainſi que la main peut avoir une telle diſpoſition, qu'en la plongeant dans le bain de *Buxton*, l'eau lui paroiſſe chaude, & qu'en y plongeant tout le corps, elle paroiſſe froide.

L'air paroît quelquefois chaud à nos viſages, pendant qu'il paroîtroit froid à nos corps nuds.

270. Il n'eſt donc pas ſurprenant, que toute la rétine ou l'une de ſes parties, après avoir été fortement affectée d'une ſenſation pendant quelque tems, ſoit immédiatement après la ceſſation de la cauſe, affectée d'une ſenſation contraire. On doit s'attendre naturellement, que les parties de la rétine, qui ont reçu pendant quelque tems l'impreſſion d'une image brillante, comme celles dont on a parlé, du Soleil couchant, des chaſſis de verre, ou de l'eſpace blanc entre deux rectangles noirs, après la ceſſation de ce qui les affectoit, ſoient frappées d'un ſentiment d'obſcurité, c'eſt-à-dire, qu'une image obſcure de la même grandeur, doit paroître dans le même endroit où l'image brillante avoit paru auparavant. Et ſi une image très-brillante, par le mouvement d'un caroſſe, a été portée en différents endroits de la rétine, dans un court eſpace de tems, elle doit être ſuccédée par pluſieurs images obſcures l'une après l'autre, dans ces parties de la rétine.

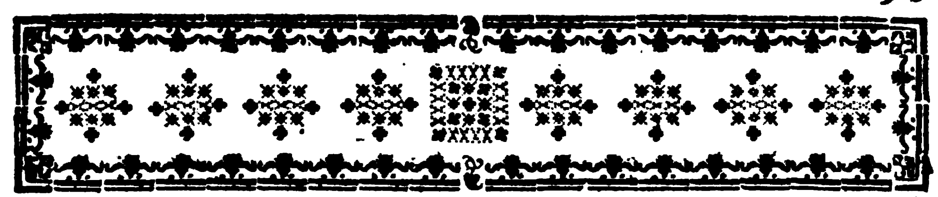
271. Les parties de la rétine qui ont gardé pendant quelque tems une image obſcure, comme dans le cas des rectangles noirs, du bois des fenêtres, ou de l'extrémité noire d'une plume, pendant que les parties voiſines ont été occupées par des images brillantes, c'eſt-à-dire, celles qui pour ainſi dire, ont été dans l'obſcurité, pendant que leurs voiſines ont été dans la lumière, ſeront maintenant (auſſitôt que cette inégalité ceſſera) affectées d'une ſenſation contraire, & c'eſt ce qui produira l'apparence des images brillantes, ſemblables & égales aux images obſcures qui occupoient auparavant les mêmes parties de la rétine.

272. Delà il ſuit néceſſairement, qu'après avoir regardé attentivement, le

le rectangle noir (art. 259, 260) pendant quelque tems, la moindre nutation inévitable de la tête, sera cause que la partie de la rétine qui avoit été occupée par les lignes obscures, & peu lumineuses hors de l'image de ce rectangle noir, recevra l'impression de la lumière du papier blanc, & ce passage subit de l'obscurité à la lumière, sera cause que la lumière paroîtra plus forte sur cette partie de la rétine que sur toutes les autres, qui ont reçu pendant ce tems là toute la lumière du papier blanc, c'est-à-dire, qu'il y paroîtra une bordure lumineuse plus brillante que le reste du papier.

273. Et lorsque l'œil se détourne un peu d'un côté, pour considérer plus attentivement cette bordure lumineuse, par ce moyen, une partie de la rétine qui étoit auparavant occupée par une partie de l'image du rectangle noir, reçoit maintenant l'impression de la lumière du papier blanc, & ayant essuyé un plus grand degré d'obscurité que la première partie, elle est affectée d'une sensation de lumière encore plus forte, c'est-à-dire, que la bordure lumineuse ne paroîtra pas seulement plus large, mais plus forte qu'auparavant.

274. Il est si aisé d'appliquer ce que nous venons de dire de la bordure lumineuse, à la bordure obscure dont on a parlé dans l'art. 258, que je ne perdrai pas mon tems à faire cette application, & même je ne serois pas entré dans un si grand détail sur cette bordure lumineuse, si je n'avois eu lieu de soupçonner que même le grand *Newton* s'étoit une fois laissé tromper par une apparence semblable. Au moins je ne vois pas qu'il ait expliqué dans aucun endroit la force extraordinaire de l'anneau de lumière, auprès de la tache noire centrale, dont il parle dans l'observat. 23 part. 1 de son second livre d'Optique, & je ne crois pas qu'on puisse l'expliquer autrement que par des réflexions semblables aux précédentes.



COURS COMPLET D'OPTIQUE.



LIVRE SECOND, *TRAITÉ MATHÉMATIQUE.*

CHAPITRE PREMIER,

Trouver le foyer des rayons réfléchis par une surface donnée?

PROPOSITION I.

202. *Soit* ACB *un plan réfléchissant, Q le foyer des rayons incidents, QC une perpendiculaire à ce plan; si l'on prolonge cette perpendiculaire en* q, *en sorte que* qC = QC, *le point* q *sera le foyer des rayons réfléchis.* Fig. 23.

Car soit QA un rayon incident quelconque; menez *q* A & prolongez cette ligne vers O & CA vers D. Puisqu'on a fait C*q* = CQ, les triangles rectangles CA*q*, CAQ seront égaux, & par conséquent l'angle DAO, qui est égal à l'angle opposé par la pointe CA*q*, sera aussi égal à l'angle CAQ. Donc AO est le rayon réfléchi (art. 9.), ce qu'il falloit démontrer.

203. *Corol.* Donc tous les rayons qui viennent de *q*, iroient en Q après la réflexion (art. 11.)

Lemme.

204. *Les quantités & les proportions qui s'approchent tellement de l'état d'égalité, qu'à la fin elles deviennent égales, peuvent être regardées comme égales dans l'état qui précéde immédiatement le dernier, & même sans erreur sensible en matière de physique, lorsqu'elles sont dans un état un peu éloigné du dernier. On doit dire la même chose des figures qui approchent continuellement de l'état de similitude; sur-tout si l'on trouve par le calcul que ces erreurs soient insensibles.*

On verra clairement le sens de ce Lemme, lorsqu'on l'appliquera aux propositions suivantes.

Proposition II.

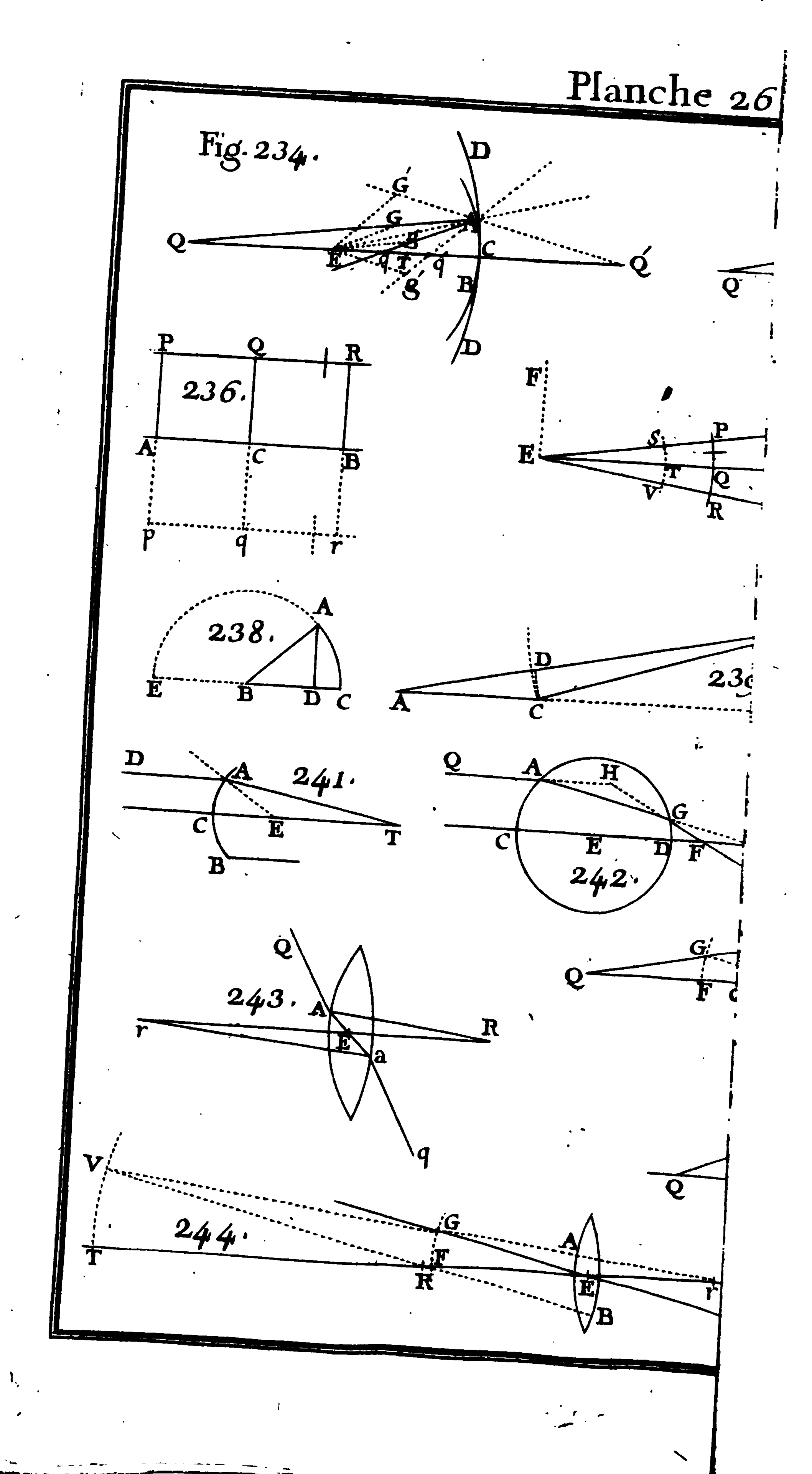
Fig. 233. 205. *Lorsque des rayons paralleles comme* DA, EC, *tombent presque perpendiculairement sur une surface sphérique* ACB, *le foyer* T *des rayons réfléchis divisera également le demi-diamétre* EC *parallele aux rayons incidents.*

Car si l'on mene EA, elle sera perpendiculaire à la surface sphérique en A, & puisque EC est dans le même plan que l'angle d'incidence DAE, le rayon réfléchi Aq, prolongé en avant ou en arrière rencontrera EC en quelque point q (art. 7), de manière que l'angle de réflexion EAq sera égal (art. 8) à l'angle d'incidence EAD ou à son alterne AEq. Les deux côtés Aq, Eq du triangle AqE seront donc égaux entr'eux (*Eucl.* 1. 6.), & par conséquent chacun d'eux sera plus grand que la moitié du troisieme côté EA ou que ET par la construction. Mais à mesure que le point d'incidence en A s'approche de C, les lignes Eq, ET approchent toujours de l'égalité, & deviennent égales lorsque le triangle AEq disparoît. Donc le foyer des rayons qui tombent presque perpendiculairement sur la surface, ou de ceux qui sont les plus proches du point C est sensiblement en T (art. 204) C. Q. F. D.

206. *Corol.* Donc si T est le foyer des rayons incidents, les rayons réfléchis seront paralleles à la ligne TE (art. 11).


UNIV.
OF
MICH.

Planche 26



PROPOSITION III.

207. *Soit* ACB *une surface réfléchissante d'une sphére dont le centre est* E. *Divisez également l'un de ses rayons comme* EC *en* T; *& si dans ce rayon du même côté du point* T, *on prend les points* Q *&* q, *de manière que* TQ, TE *&* Tq *soient en proportion continue, le point* Q *étant le foyer des rayons incidents,* q *sera le foyer des rayons réfléchis.* Fig. 234.

Soit QA & A*q* un rayon incident & un rayon réfléchi (prolongés) qui forment des angles égaux avec la perpendiculaire AE; le rayon réfléchi A*q* (prolongé) coupera QE (prolongé) quelque part en *q*, étant dans le plan d'incidence EAQ (art. 7). Menez EG parallele à A*q*, & qu'elle rencontre A*q* en G. Soit aussi E*g* parallele à AQ, qui rencontre A*q* en *g*. Puisque les angles EAG, EA*g* sont égaux (art. 8), il s'ensuit que les triangles EAG, EA*g* sont équiangles sur leur base commune AE, & par conséquent isosceles (*Eucl.* 1. 6) & égaux l'un à l'autre. Donc chaque côté de la figure équilatère AGE*g*, dans l'état où elle disparoît, lorsque A arrive en C, sera égal à la moitié de sa diagonale AE (art. 204) ou par la construction à ET. Or comme les triangles GQE, *g*E*q* sont équiangles (*Eucl.* 1. 29), il suit que GQ : GE :: *g*E : *gq* (*Eucl.* 6. 4), c'est-à-dire, lorsque le point A se confond avec C, & par conséquent les points G, *g* avec T, TQ : TE :: TE : T*q* (art. 204) C. Q. F. D.

208. *Corol.* 1. Si *q* est le foyer des rayons incidents, Q sera le foyer des rayons réfléchis (art. 11.)

209. *Corol.* 2. Les rayons qui appartiennent à Q peuvent être regardés comme paralleles, lorsque la distance TQ est infinie, & alors par cette proposition, sa réciproque T*q* s'anéantit, ce qui revient à la seconde proposition.

210. *Corol.* 3. De là on peut aussi tirer la premiere proposition; car en supposant que le point Q′ soit le foyer des rayons incidents sur la surface convexe AB, puisque TQ, TC, T*q* sont en proportion continue, on sçait que leurs différences CQ′, C*q*′ deviennent égales, lorsque ces lignes sont infiniment grandes,

c'eſt-à-dire, lorſque la ſurface devient un plan, en éloignant ſon centre à une diſtance infinie.

Ces figures ſervent pour les cas de la ſurface convexe, en ſuppoſant que les rayons incidents vont en arrière dans les mêmes lignes prolongées au travers de la ſurface.

211. On voit par les démonſtrations des deux dernières propoſitions, que le foyer des rayons réfléchis qui y eſt déterminé, n'eſt autre choſe dans la rigueur géométrique, que l'interſection de l'axe de la ſurface, ou du rayon qui paſſe par ſon centre, avec les rayons les plus proches. On voit auſſi que les autres rayons coupent l'axe en différents points toujours plus éloignés du foyer, à meſure qu'ils tombent plus loin du ſommet de la ſurface. De ſorte qu'il n'eſt pas poſſible qu'une ſurface ſphérique réfléchiſſe à un ſeul point tous les rayons incidents. Neanmoins, lorſque nous examinerons ces aberrations des rayons les plus éloignés par rapport au foyer géométrique, on verra que la denſité de leurs interſections, auprès de ce foyer, eſt prodigieuſement plus grande que n'eſt leur denſité à une diſtance conſidérable. De ſorte qu'en matière de phyſique, le foyer de tous les rayons qui tombent preſque perpendiculairement ſur une ſurface ſphérique, peut paſſer pour un point phyſique; & l'on doit dire la même choſe du foyer des rayons rompus, comme on le verra par des démonſtrations ſemblables.

212. De là il ſuit que le foyer des rayons réfléchis par une ſurface courbe quelconque, doit être regardé comme le même qu'il ſeroit, ſi ces rayons étoient réfléchis par une ſurface ſphérique de même courbure que l'eſt cette ſurface vers les points d'incidence. Car ſi CD eſt une courbe quelconque, C le point d'incidence, CEQ la perpendiculaire à la courbe ou à ſa tangente en C, CE le rayon du cercle ACB du même degré de courbure en C; les rayons qui viennent paralleles à CE, ſeront réfléchis au même foyer T par chacune de ces deux ſurfaces; & les rayons qui viennent d'un point quelconque Q, ſeront réfléchis au même foyer *q* par chacune de ces deux ſurfaces, parce qu'on ne conſidére que le foyer des rayons qui tombent ſur les points communs des deux courbes autour de C, tous les autres étant diſperſés & moins denſes dans les autres points.

213. Dans toutes ces propositions, lorsque les foyers Q, q sont du même côté de la surface réfléchissante, si les rayons incidents viennent de Q, les rayons réfléchis iront vers q; & si les rayons incidents vont vers Q, les rayons réfléchis viendront de q; & le contraire arrive lorsque Q & q sont de différents côtés de la surface, parce que les rayons incidents & réfléchis prennent des routes contraires.

REMARQUES.

Les quatre premiers chapitres de ce livre contiennent les propositions élémentaires pour trouver les foyers & les images, & elles sont extraites de l'Optique de *Newton* (Ax. 4. p. 8) & en partie de la Dioptrique de Mr. *Hughens* (*pr. 1 jusques à la pr.* 23.) Mais comme *Newton* ne nous a point donné de démonstrations, & que celles de Mr. *Hughens* sont communément fort embrouillées & ennuyeuses, à cause du grand nombre de compositions & de résolutions de raisons, j'ai été obligé d'en imaginer d'autres plus courtes & plus aisées. Mais quoique les proportions exprimées par ces propositions & par leurs Corollaires, soient la meilleure régle pour déterminer le lieu d'un foyer avec la plus grande exactitude, il sera bon cependant de le faire encore par des constructions géométriques, c'est-à-dire, en tirant seulement des lignes, & enfin par un ou deux théorèmes généraux algébriques qui comprennent tous ces éléments. Quant à la méthode de quelques auteurs qui calculent le lieu du foyer par la Trigonométrie, cette méthode est non-seulement la moins scientifique, mais encore la moins utile; excepté lorsqu'on veut déterminer la route d'un rayon, lorsque les angles d'incidence sont fort grands. Mais on en trouvera quelques régles dans les Lemmes 3 & 4 de ce Livre II.

Sur l'art. 207. Constructions géométriques pour trouver le foyer des rayons réfléchis.

Le foyer Q des rayons incidents étant donné, leur foyer après leur réflexion par une surface sphérique C, dont le centre est E, se trouvera par cette construction. Par les points Q & E menez une ligne QE qui coupe la surface concave ou convexe en C; divisez également son rayon CE en T, & aux points T, C élevez les perpendiculaires TG, CH qui coupent une ligne menée par Q dans les points G, H; joignez les points G, E & menez la ligne Hq parallele à GE; elle coupera l'axe QE au foyer q des rayons réfléchis.

Fig. 235.

Car les triangles TQG, GQH étant équiangles, aussi bien que GQE, HQq; nous aurons TQ : TE ou TC (:: GQ : GH) :: EQ : Eq (*Eucl. VI.* 2), & en divisant TQ : TE :: TE : Tq, qui est la proportion trouvée dans cet article.

Mais la construction suivante est encore plus simple. Dans une perpendiculaire IEK à l'axe QEC, prenez deux points I, K à égales distances de E, & menez QI qui coupe la perpendiculaire CH en H; menez ensuite la ligne KH, & elle coupera l'axe au foyer q.

Car soit la perpendiculaire TG qui coupe QI en G, joignez GE; puisque

TC = TE, nous aurons GH = GI (*Eucl. VI.* 2), & par conséquent puisqu'on a pris EK = EI, nous aurons KH parallele à EG, comme dans l'autre construction.

Donc, si le foyer Q est infiniment éloigné, la ligne IH est parallele à EC, & par conséquent le foyer *q* se confond avec T.

CHAPITRE II.

Déterminer le lieu, la grandeur & la situation des images formées par des rayons réfléchis?

PROPOSITION I.

214. *LEs images formées par la réflexion d'une surface plane sont semblables & égales aux objets, & leurs parties ont la même situation par rapport à la partie postérieure du plan, que les parties de l'objet par rapport au plan antérieur.*

Fig. 236. D'un nombre de points quelconque P, Q, R, d'un objet dans une situation quelconque, menez les perpendiculaires PA, QC, RB au plan ACB, & prolongez-les jusqu'aux points *p*, *q*, *r*, chacune aussi loin derrière le plan que P, Q, R, sont au-devant. Les points *p*, *q*, *r*, étant les foyers respectifs des rayons qui appartiennent à P, Q, R, (art. 202); & étant évidemment dans le même ordre, formeront, avec une infinité d'autres, l'image de l'objet, qui lui sera égale dans sa totalité & dans chaque partie correspondante, & qui sera semblablement située, comme on le verra, en concevant la surface de l'objet & celle de son image, divisées en lignes correspondantes, telles que PQR, *pqr*, par des plans tels que P*pr*R, perpendiculaires au plan réfléchissant, & en repliant ou doublant chaque plan dans la ligne d'intersection AB, sur le plan réfléchissant. Car les parties de chaque plan de part & d'autre de AB se couvriront exactement, comme on le voit par la construction C. Q. F. D.

PROPOSITION

PROPOSITION II.

215. *Si un arc de cercle* PQR, *concentrique à une surface concave ou convexe* AB, *est regardé comme un objet, son image* pqr *sera aussi un arc semblable concentrique, dont la longueur sera à celle de l'objet, en raison de leurs distances au centre commun* E, *& sa situation sera droite ou renversée, selon qu'elle sera du même côté du centre, ou du côté opposé par rapport à l'objet.* Fig. 237.

Car comme on trouve le foyer q, en prenant TQ, TE, Tq en proportion continue dans la ligne QE, menée par le centre (art. 207), ainsi on aura le foyer p des rayons qui appartiennent à un autre point P, en menant PEA & divisant également EA en S, & prenant SP, SE, Sp en proportion continue. Mais les deux premiers termes de chaque proportion sont égaux respectivement aux deux premiers termes de l'autre; donc les troisièmes termes Tq, Sp sont égaux entr'eux & par conséquent Ep = Eq. Ce qui étant vrai de chaque point de l'objet circulaire PQR, fait voir que son image pqr est un arc concentrique qui lui est semblable; ces deux arcs étant terminés par les mêmes lignes EPp, ERr, & par conséquent leurs longueurs sont en même raison que leurs demi-diamètres EQ, Eq. Enfin selon que les extrêmités correspondantes P & p, de l'objet & de l'image, sont du même côté du centre E ou des deux côtés opposés, elles sont aussi du même côté de leurs points moyens Q, q, ou des côtés opposés, c'est-à-dire que l'image est en conséquence droite ou renversée. C. Q. F. D.

216. *Corol.* Plus l'objet circulaire est petit par rapport à son rayon ou à sa distance au centre, plus il approche de la ligne droite, aussi bien que l'image qui lui est semblable. Par conséquent un petit objet rectiligne placé à une bonne distance du centre du verre, doit être regardé comme ayant une image rectiligne à fort peu près, quoiqu'en rigueur géométrique ce soit un arc d'une section conique, dont on verra la détermination dans les Remarques sur l'art. 246.

217. On peut déterminer les images de toutes sortes d'objets,

en cherchant les images de leurs lignes extérieures par les propofitions précédentes. Par exemple, fi le plan des figures PER, pEr, tourne circulairement autour de leur diamètre commun EQq, la furface circulaire engendrée par pqr fera l'image de la furface circulaire engendrée par PQR; & fi les mêmes figures PER, pEr fe meuvent un peu autour d'un axe EF placé dans leur propre plan & perpendiculaire au diamètre EQq, la figure curviligne, produite par ce mouvement de pqr, fera l'image de la figure femblable produite par PQR, parce que l'arc réfléchiffant ACB produit la furface fphérique réfléchiffante dans le même tems.

218. Mais fi toute la figure PERrp fe meut parallelement à elle-même dans une direction EF, qui foit maintenant perpendiculaire à fon propre plan, de manière que l'arc ACB produife une portion d'une furface cylindrique, la figure décrite par ce mouvement de pqr fera toujours l'image de celle qui eft décrite par PQR. Mais elle ne lui fera pas femblable, excepté lorfqu'elles feront placées à égales diftances de part & d'autre du centre E, & que par conféquent elles feront égales entr'elles; & leur diffimilitude fera d'autant plus grande, que la difproportion entre Eq & EQ, ou entre leurs longueurs pr, PR fera plus grande, leurs largeurs décrites par ce mouvement étant toujours égales entr'elles.

CHAPITRE III.

Trouver le foyer des rayons qui tombent prefque perpendiculairement fur une furface réfringente, fur une fphère ou une lentille?

DEFINITION.

Fig. 238. 219. LE finus d'un angle ABC ou de l'arc AC qui le mefure, eft une ligne AD menée de l'extrêmité de l'un des demi-diamètres AB ou BC, perpendiculaire à l'autre, en prolongeant ce demi-diamètre fi l'angle eft obtus. Par conféquent l'angle ABC & fon fupplément ABE à deux droits, ont

chacun le même ſinus AD, & lorſque l'on compare enſemble les ſinus de divers angles, on ſous-entend toujours qu'ils appartiennent au même cercle ou à des cercles égaux.

220. Les ſinus des angles très-petits & de leurs ſupplements deviennent à la fin très-peu différents des arcs qui les meſurent, & ils ſont par conſéquent proportionnels aux angles mêmes.

LEMME.

221. *Les ſinus des angles d'un triangle ſont proportionnels aux côtés oppoſés; comme dans le triangle* ABC, *le ſinus de l'angle* ABC *eſt au ſinus de l'angle* BCA, *comme* CA *eſt à* AB. Fig. 239.

Car les perpendiculaires CD, BE ſur les côtés AB, AC prolongés, ſont les ſinus des angles ABC, BCA ou BCE par rapport aux cercles dont le rayon eſt BC (art. 219), & puiſque les triangles CAD, BAE ſont équiangles (*Eucl.* 1. 32), nous avons CD : BE : : CA : AB. C. Q. F. D.

222. *Corol.* Les petits angles comme BAC, BCE, compris ſous la même perpendiculaire BE, ſont en raiſon réciproque de leurs côtés BA, BC ou EA, EC. Car ces angles étant très-petits, ſont comme leurs ſinus (art. 220), ou comme leurs côtés oppoſés BC, BA (art. 221), ou comme EC, EA (art. 204).

PROPOSITION I.

223. *Soit* ACB *un plan réfringent*, Q *le foyer des rayons incidents*, & QC *perpendiculaire à ce plan. Si l'on prend* qC *dans cette perpendiculaire du même côté du plan que* QC & *qui ſoit à* QC *comme le ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, le point* q *ſera le foyer des rayons rompus.* Fig. 240.

Car ſoient les lignes QA & A*q* prolongées, qui repréſentent un rayon incident & un rayon rompu, qui coupe QC dans un point quelconque *q*; puiſque la perpendiculaire au plan en A eſt parallele à QC, l'angle AQC ſera égal

à l'angle d'incidence, & AqC à l'angle de réfraction. Donc puisque les angles égaux ont leurs sinus égaux, le sinus d'incidence sera au sinus de réfraction (comme le sinus de l'angle AQC au sinus de AqC, ou comme Aq est à AQ par l'art. 221, c'est-à-dire, lorsque le rayon QA est presque perpendiculaire au plan AB) comme Cq est à CQ (art. 204). C. Q. F. D.

PROPOSITION II.

Fig. 241. 224. *Soit* ACB *une surface sphérique réfringente dont le centre est* E, *& que les rayons incidents, comme* DA, *tombent paralleles à un demi-diamètre* CE; *prenez dans ce demi-diamètre prolongé en avant ou en arrière, selon que le milieu plus dense est convexe ou concave,* CT *à* CE *comme le sinus d'incidence à la différence des sinus, &* T *sera le foyer des rayons rompus.*

Car soit le rayon rompu AT (prolongé) qui coupe le demi-diamètre CE prolongé dans un point quelconque T; puisque le demi-diamètre EA est perpendiculaire à la surface réfringente en A, l'angle d'incidence sera égal à l'angle AEC & l'angle de réfraction ou son supplément à deux droits, sera EAT; par conséquent le sinus d'incidence est au sinus de réfraction (comme le sinus de l'angle AEC au sinus de EAT, ou comme AT à TE par l'art. 221, c'est-à-dire, lorsque A est fort proche de C, & qu'ainsi les rayons incidents sont presque perpendiculaires à la surface) comme CT à TE (art. 204), & en divisant, le sinus d'incidence est à la différence des sinus comme CT à CE. C. Q. F. D.

225. *Coroll.* 1. CT est à TE, comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction.

226. *Coroll.* 2. Si le point T est le foyer des rayons incidents, les rayons rompus seront paralleles à TE (art. 11).

PROPOSITION III.

Fig. 242. 227. *Lorsque des rayons paralleles tombent sur une sphère, soit plus dense ou plus rare que le milieu environnant, soit dans le diamètre* CD *prolongé, parallele aux rayons incidents* QA,

le point T *qui soit leur foyer après leur première réfraction en* A C; *le point* F *qui divise également* T D, *sera leur foyer après leur seconde réfraction en* D G.

Car soient les rayons incident & émergent, Q A, F G prolongés qui se rencontrent en H; puisque les réfractions en A & G sont égales, comme on le voit en supposant qu'un rayon va des deux côtés le long de la corde A G, le triangle A H G sera équiangle sur sa base A G, & par conséquent isoscele (*Eucl.* 1. 6), & il en sera de même du triangle semblable G F T, les lignes A H, F T étant paralleles. Lorsque donc A s'approche de C, jusqu'à ce que G se confonde avec D, & que le triangle G F T disparoît, le côté G F devient égal à la moitié de la base G T, c'est-à-dire, que D F devient égal à la moitié de D T (art. 204). C. Q. F. D.

LEMME.

228. *Il y a un certain point* E *en dedans de chaque lentille double convexe ou double concave, par où chaque rayon passant, a ses parties incidente & émergente* Q A, a q *paralleles l'une à l'autre; mais dans une lentille plano-convexe ou plano-concave, ce point* E *est éloigné du sommet de la surface concave ou convexe; & dans un menisque ou dans la lentille concavo-convexe, il est un peu plus éloigné des deux, & il se trouve auprès de la surface qui a la plus grande courbure.* Fig. 243.

Car soit R E *r* l'axe de la lentille, qui joint les centres R, *r* de ses surfaces A, *a*. Menez deux de ses demi-diamètres R A, *r a* paralleles entr'eux, & joignez les points A, *a*; la ligne A*a* coupera l'axe au point E dont on vient de parler. Car les triangles R E A, *r* E *a* étant équiangles, R E sera à E *r* en raison donnée des demi-diamètres R A, *r a*, & par conséquent le point E est invariable dans la même lentille. Si l'on suppose maintenant qu'un rayon passe des deux côtés le long de la ligne A *a*, étant également incliné aux lignes qui sont perpendiculaires aux surfaces, il sera également rompu & dans un sens contraire en sortant de la lentille; de sorte que les parties émergentes A Q, *a q* seront paralleles. Mais

chacune de ces lentilles deviendra plano-convexe ou plano-concave, si l'on conçoit que l'un des demi-diamètres RA, *ra* devient infini, & par conséquent parallele à l'axe de la lentille, & alors l'autre demi-diamètre se confondra avec l'axe; & ainsi les points A, E ou *a*, E se confondront. C. Q. F. D.

229. *Coroll.* Donc si un pinceau de rayons tombe presque perpendiculairement sur une lentille dont l'épaisseur n'est pas considérable, la route du rayon qui passe par le point E dont on vient de parler, pourra être prise pour une ligne droite qui passe par le centre de la lentille, sans erreur sensible en matière de physique. Car il est évident par la longueur de A*a* & par la quantité des réfractions à ses extrêmités, que la distance perpendiculaire de AQ, *aq* prolongées, diminuera à mesure que l'épaisseur de la lentille & l'obliquité du rayon sera moindre.

PROPOSITION IV.

230. *Trouver le foyer des rayons paralleles qui tombent presque perpendiculairement sur une lentille donnée.*

Fig. 244. Soit E le centre de la lentille, R & *r* les centres de ses surfaces, R*r* son axe, *g*EG une ligne parallele aux rayons qui sont incidents à la surface B, dont le centre est R. Menez le demi-diamètre BR parallele à *g*E; dans lequel prolongé, soit V le foyer des rayons après leur première réfraction sur la surface B, & joignant V*r* qui coupe *g*E prolongée en G, le point G sera le foyer des rayons émergents de la lentille.

Car puisque V est aussi le foyer des rayons incidents sur la seconde surface A, les rayons émergents auront leur foyer dans quelque point de ce rayon qui traverse en ligne droite cette surface, c'est-à-dire, dans la ligne V*r*, menée par son centre *r*; & puisque toute la route d'un autre rayon est regardée comme une ligne droite *g*EG (art. 229) son intersection G avec V*r* déterminera le foyer commun à tous. C. Q. F. D.

231. *Coroll.* 1. Lorsque les rayons incidents sont paralleles à l'axe *r*R, la distance EF du foyer est égale à EG. Car si les rayons incidents qui étoient paralleles à *g*E, sont par degrés

plus inclinés à l'axe jusqu'à lui devenir paralleles ; leurs premier & second foyers V & G décriront des arcs circulaires VT & GF autour des centres R & E. Car la ligne RV est invariable, étant en proportion à RB en raison donnée du moindre des sinus d'incidence & de réfraction à leur différence (art. 224); par conséquent la ligne EG est aussi invariable, étant en proportion à la ligne donnée RV en raison donnée de *r*E à *r*R, parce que les triangles EG*r*, RV*r* sont équiangles.

232. *Coroll.* 2. La dernière proportion donne la regle suivante pour trouver la distance du foyer d'une lentille mince quelconque. Comme R*r*, intervalle entre les centres des surfaces, est à *r*E, demi-diamètre de la seconde surface, ainsi RV ou RT continuation du premier demi-diamètre au premier foyer, est à EG ou EF, distance du foyer de la lentille. Laquelle selon que la lentille est plus épaisse ou plus mince au milieu qu'aux extrêmités, doit se trouver du même côté que les rayons émergents ou du côté opposé.

233. *Coroll.* 3. Donc, si les rayons tombent paralleles des deux côtés d'une lentille, les distances des foyers EF, E*f* seront égales. Car soit *rt* la continuation du demi-diamètre E*r* au premier foyer *t* des rayons qui tombent paralleles sur la surface A ; la même regle qui donne *r*R à *r*E comme RT à EF, donne aussi *r*R à RE comme *rt* à E*f*. Donc EF & E*f* sont égales, puisque les rectangles sous *r*E, RT & sous RE, *rt* sont égaux. Car *r*E est à *rt* & RE à RT dans la même raison donnée (art. 224).

234. *Coroll.* 4. Donc en particulier dans une lentille de verre double-convexe ou double-concave, comme la somme de leurs demi-diamètres (ou dans un menisque comme leur différence) est à l'un des deux, ainsi le double de l'autre, est à la distance du foyer du verre. Car les continuations RT, *rt* sont respectivement doubles de leurs demi-diamètres : parce que dans le verre ET est à TR & E*t* est à *tr* comme 3 est à 2 (art. 225, 13).

235. *Coroll.* 5. Donc, si les demi-diamètres des surfaces du verre sont égaux, la distance du foyer est égale à l'un d'eux ; & elle est égale à la distance du foyer d'un verre plan convexe ou plan concave, dont le demi-diamètre est une fois aussi court.

Car en considérant la surface plane comme ayant un demi-diamètre infini, la première raison de la dernière proposition doit être regardée comme une raison d'égalité.

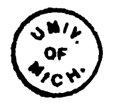
PROPOSITION V.

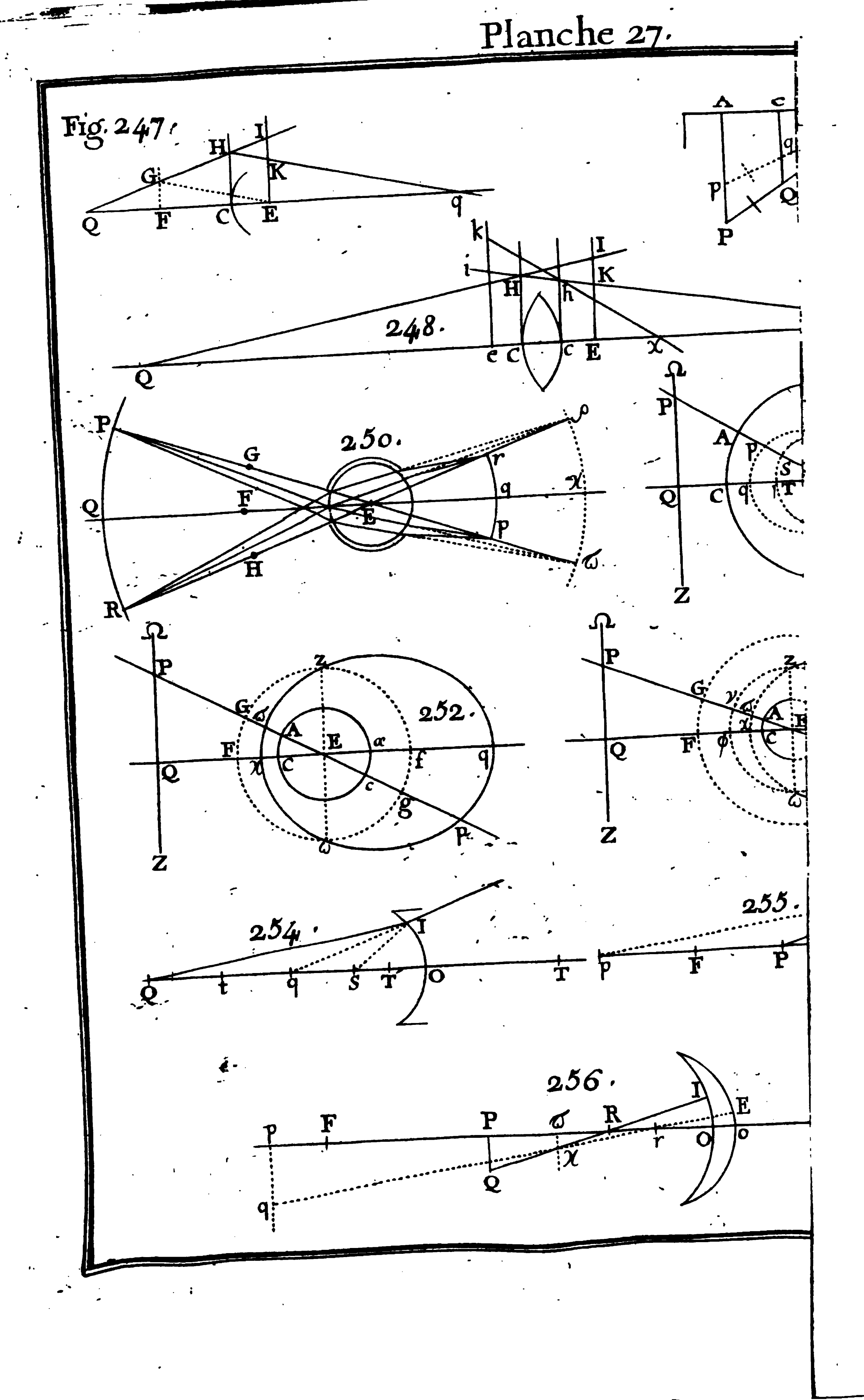
236. *Etant donné le foyer des rayons incidents sur une surface simple, une sphère ou une lentille, trouver le foyer des rayons émergents ?*

Fig. 245. Soit un point quelconque Q le foyer des rayons incidents sur une surface sphérique, une sphère ou une lentille, dont le centre est E; & soient d'autres rayons qui viennent paralleles à la ligne QE*q* du côté opposé aux rayons donnés & qu'après la réfraction leur foyer soit F; si l'on prend E*f* égale à EF dans la lentille ou dans la sphère, & égale à CF dans la surface simple; on dira, comme QF est à FE ainsi E*f* est à *fq*, & en plaçant *fq* de l'autre côté de *f* que n'est FQ par rapport à F, le point *q* sera le foyer des rayons rompus, sans erreur sensible, pourvû que le point Q ne soit pas assez éloigné de l'axe, ni les surfaces assez larges pour être cause que les rayons y tombent trop obliquement.

Car du centre E & avec les demi-diamètres EF, E*f* décrivez deux arcs FG, *fg* qui coupent un rayon quelconque QA*aq* en G & *g* & menez EG & E*g*. Supposant ensuite que G est le foyer des rayons incidents (tels que GA) les rayons émergents (comme *agq*) seront paralleles à GE (art. 226, 231, 233) & d'un autre côté, supposé que *g* soit un autre foyer des rayons incidents (tels que *ga*) les rayons émergents (comme AGQ) seront paralleles à *g*E. Donc les triangles QGE, E*gq* seront équiangles, & par conséquent QG est à GE comme E*g* est à *gq*, c'est-à-dire, lorsque le rayon QA*aq* est très-proche de QE*q*, QF est à FE comme E*f* est à *fq* (art. 204). Mais lorsque Q s'approche de F & se confond avec F, les rayons émergents deviennent paralleles, c'est-à-dire, que *q* s'éloigne à une distance infinie; donc lorsque Q passe de l'autre côté de F, le foyer *q* passe aussi par un espace infini d'un côté de *f* à l'autre côté de *f*. C. Q. F. D.

237. *Corol.*


UNIV.
OF
MICH.


Planche 27.
Fig. 247.
248.
250.
252.
254.
255.
256.

237. *Coroll.* 1. Dans les réfractions par une surface sphérique A C, on peut aussi trouver le foyer *q* par cette regle, comme QF est à F C ainsi C*f* est à *fq*; parce que F C & E*f* sont égales, aussi bien que F E & C*f* (art. 225).

238. *Coroll.* 2. On peut aussi le trouver par cette regle, comme QF est à QE, ainsi QC est à Q*q*, en plaçant Q*q* de manière que toutes les quatre distances de Q soient d'un même côté, ou qu'il y en ait deux de chaque côté. Car les triangles Q G E, Q A *q* étant équiangles, nous avons QG : QE : : Q A : Q*q*.

239. *Coroll.* 3. Dans une sphére ou une lentille on peut trouver le foyer *q* par cette regle, comme QF est à QE ainsi QE est à Q*q*, qu'il faut placer du même côté de Q que QF l'est de Q. Car soit le rayon incident QA & émergent *q a* prolongés de manière qu'ils se rencontrent en *e*; les triangles Q G E, Q*e q* étant équiangles, nous avons QG : QE : : Q*e* : Q*q*; & lorsque les angles de ces triangles disparoissent, le point *e* se confond avec E; parce que dans la sphére le triangle A*ea* est équiangle sur la base A*a*, & par conséquent A*e* & *ae* deviennent à la fin demi-diamètres de la sphére. Dans une lentille l'épaisseur A *a* n'est d'aucune considération.

240. *Coroll.* 4. Dans tous les cas la distance *fq* varie réciproquement comme F Q, & ces deux lignes sont de deux côtés opposés par rapport à *f* & F; parce que le rectangle sous E F & E*f*, termes moyens des proportions précédentes, est invariable.

241. *Coroll.* 5. Les lentilles convexes de différents diamètres, qui ont les distances au foyer égales, étant substituées l'une à la place de l'autre, ont la même force sur un pinceau de rayons pour les rompre au même foyer. Parce que les regles précédentes ne dépendent que de la distance du foyer de la lentille & nullement de la proportion des demi-diamètres de ses surfaces.

242. *Coroll.* 6. La regle qu'on a donnée pour une sphére d'une densité uniforme, servira aussi pour trouver le foyer d'un pinceau de rayons rompus par un nombre quelconque de surfaces concentriques qui renferment des milieux de différentes densités quelconques. Car lorsque les rayons viennent paralleles

à une ligne menée par le centre commun de ces milieux, & qu'ils sont rompus par tous ces milieux, la distance de leur foyer à ce centre est invariable, comme dans une sphére uniforme.

243. *Coroll.* 7. Lorsque les foyers Q, *q* sont du même côté des surfaces réfringentes, si les rayons incidents viennent de Q, les rayons rompus viendront aussi de *q*, & si les rayons incidents coulent vers Q, les rayons rompus couleront aussi vers *q*; & le contraire arrivera lorsque Q & *q* sont de différents côtés des surfaces réfringentes. Parce que les rayons vont toujours en avant.

Les articles 211 & 212 peuvent s'appliquer aux réfractions, tout comme aux réflexions.

REMARQUES.

Sur l'art. 239. Constructions géométriques pour trouver le foyer des rayons rompus par une sphere ou une lentille. Fig. 246.

1. Le foyer Q des rayons incidents étant donné, on trouvera en cette manière le foyer des rayons rompus par une sphère, ou par une lentille mince, dont le centre est E. Elevez au principal foyer F des rayons qui viennent paralleles à l'axe QE, du côté opposé aux incidents qui appartiennent à Q, & au centre E, les perpendiculaires FG, EI à l'axe, qui coupent en G & I respectivement une ligne quelconque menée de Q. Joignez E & G & la ligne I*q* parallele à EG coupera l'axe au foyer *q* des rayons rompus. Car les triangles QFG, QEI étant équiangles, aussi bien que QGE & QI*q*, on aura QF : QE : : (QG : QI : :) QE : Q*q* (*Eucl. VI.* 4), qui est la même proportion qu'on a trouvée dans cet article.

Et par une surface simple. Fig. 247.

2. Le foyer *q* des rayons rompus par une surface sphérique simple C se trouvera en élevant l'une des perpendiculaires FG dans le principal foyer des rayons qui viennent parallelement à QE, du côté opposé à ceux qui appartiennent à Q & l'autre perpendiculaire CH au sommet C de la surface, laquelle coupera une ligne quelconque QG en H, joignant ensuite GE & menant H*q* parallele à GE. Car on aura QF : QC (: : QG : QH) : : QE : Q*q* (*Eucl. VI.* 4) qui est la proportion trouvée dans l'art. 238.

3. Ou bien on trouvera le foyer *q* par cette construction. Que les perpendiculaires CH, EI coupent une ligne quelconque tirée de Q en H & I. Prenez sur EI, EK à EI, comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction d'un rayon quelconque qui appartient à Q, foyer des rayons incidents. La ligne HK prolongée coupera l'axe au foyer *q* des rayons rompus; car puisque EK : EI : : (le sinus de réfraction au sinus d'incidence, c'est-à-dire, : : FC : FE par l'art. 224, : :) GH : GI; il s'ensuit que la ligne HK est parallele à la base GE du triangle IGE (*Eucl. VI.* 2), comme elle doit l'être par la construction précédente.

Et par deux surfaces quelconques.

4. Donc le foyer Q des rayons incidents étant donné, on trouvera le foyer *x* après la réfraction par deux surfaces quelconques dont les sommets sont

C, & *c* & les centres E & *e*. Car ayant fait la construction précédente pour la première surface C, si *q* KH coupe la perpendiculaire *ch* en *h*, & la perpendiculaire *ei* en *i*, en prenant dans celle-ci *ek* : *ei* : : EI : EK, & menant *kh*, elle coupera l'axe C*c* prolongé au foyer *x*. Car cette seconde opération n'est qu'une répétition de la première, parce que *q* est le foyer des rayons incidents sur la seconde surface *c*. Mais dans la pratique il est plus aisé de déterminer le point *x* par des lignes menées des points *q*. Le Dr. *Barrovv* nous dit (*Lect. Opt. p.* 103, *& préface*) que cette construction lui a été communiquée par son ami Mr. *Nevvton* à qui il remit bientôt après sa chaire de Mathématique en 1669. Fig. 248.

CHAPITRE IV.

Déterminer la place, la grandeur & la situation des images formées par des rayons rompus.

PROPOSITION I.

244. *Les images formées par réfraction dans les surfaces planes sont semblables aux objets & toujours droites ou dans une situation semblable à l'objet & du même côté des plans.*

Soit PQR un objet dont les rayons tombent sur un plan réfringent ACB; menez à ce plan les perpendiculaires PA, QC, RB &c. & prenez dans ces perpendiculaires A*p* à AP, C*q* à CQ, B*r* à BR en raison donnée du sinus d'incidence au sinus de réfraction (art. 223); les foyers *p*, *q*, *r* &c. formeront une image semblable dans une situation semblable à l'objet; ses parties *pq*, *qr* étant en même raison que PQ, QR. Cela est évident par lui-même, lorsque l'objet est parallele au plan réfringent; & lorsqu'il lui est incliné, prolongez-le jusqu'à ce qu'il coupe le plan en D; l'image prolongée le coupera aussi au même point D. Car en supposant que la perpendiculaire B*r*R se meut vers D, les lignes BR, B*r* étant en raison donnée, disparoîtront toutes deux ensemble: & parce que le triangle *p*DP est coupé par les lignes paralleles *q*Q, *r*R, on aura *pq* à PQ (comme *q*D à QD) comme *qr* à QR (*Eucl. VI.* 2) & par raison alterne, *pq* : *qr* : : PQ : QR. De même si les rayons qui appartiennent aux foyers Fig. 249.

p, *q*, *r*, ſont de nouveau rompus par un autre plan, ſoit parallele ou incliné à AB, leurs ſeconds foyers formeront une ſeconde image ſemblable à la première, & par conſéquent ſemblable à l'objet; & ainſi de ſuite. C. Q. F. D.

PROPOSITION II.

Fig. 250. 245. *Si un arc de cercle* PQR *décrit du cercle* E, *d'une ſurface ſphérique, d'une ſphére ou d'une lentille, eſt regardé comme un objet, ſon image* pqr *ſera un arc ſemblable concentrique, dont la longueur ſera à celle de l'objet en raiſon de leurs diſtances au centre commun* E; *& l'image ſera droite ou renverſée par rapport à l'objet, ſelon qu'ils ſeront du même côté du centre ou des deux côtés oppoſés.*

La propoſition eſt évidente par l'inſpection de la figure dans tous les cas des réfractions faites par des ſurfaces concentriques; parce que les parties de ces ſurfaces ſont également expoſées aux parties de l'objet concentrique, & dans une lentille les foyers de tous les pinceaux des rayons paralleles ſe trouvent auſſi dans un arc concentrique GFH, & ainſi P*p* & Q*q* étant troiſièmes proportionnelles à deux paires de diſtances égales PG, PE & QF, QE (art. 239) ſont auſſi égales. Donc l'image *pqr* eſt auſſi un arc concentrique. Mais puiſque les axes des pinceaux ſont regardés comme des lignes droites qui paſſent par E (art. 229) les angles *p*E*r*, PER ſeront égaux, & par conſéquent la raiſon de l'image à l'objet, ſera la même que celle de leurs diſtances au centre E. Et ſelon que leurs extrêmités correſpondantes P, *p* ſont du même côté ou de différents côtés de E, elles ſeront du même côté ou de différents côtés de leurs points moyens Q, *q*; c'eſt-à-dire, que l'image ſera en conſéquence droite ou renverſée. C. Q. F. D.

246. *Coroll.* Plus l'objet circulaire eſt petit par rapport à ſon rayon ou à ſa diſtance du centre E, plus il approche de la ligne droite, auſſi bien que ſon image qui lui eſt ſemblable. Par conſéquent un petit objet rectiligne placé à une bonne diſtance du centre du verre, pourra être regardé

comme ayant une image rectiligne à fort peu près (art. 204), quoique dans la rigueur géométrique ce soit un arc d'une section conique que l'on déterminera dans les Remarques. On peut par ces propositions déterminer les images de tous les objets, en cherchant les images de leurs lignes extérieures. Je finis ici les propositions élémentaires, que je démontrerai aussi algébriquement dans les Remarques.

REMARQUES.

Détermination exacte des images formées par la réflexion d'une surface sphérique.

Fig. 251.

1. Tout subsistant comme dans l'art. 215, soit l'objet PQ une ligne droite perpendiculaire à QE, & que QE prolongée coupe le cercle réfléchissant CA continué en γ opposé à C, & le cercle TS continué en τ opposé à T. Si les rayons incidents qui sont divergents de Q, ou convergents vers Q, appartiennent au foyer χ après la réflexion des points les plus proches de γ, & selon que la perpendiculaire EQ est plus longue ou plus courte que ET, décrivez avec le foyer E, & le grand axe $q\chi$ une ellipse ou une hyperbole $qp\chi\omega$, & qu'elle coupe une ligne quelconque EP prolongée, en p & ϖ, & le cercle réfléchissant en A & α; l'arc conique pq sera l'image de l'objet PQ formée par les rayons que l'arc AC réfléchi; & l'arc conique $\varpi\chi$ sera l'image du même objet PQ formée par les rayons que l'arc opposé $\alpha\gamma$ réfléchit: & toute la section conique sera l'image de la ligne infinie ΩPQZ formée par les réflexions de tout le cercle.

2. Lorsque la perpendiculaire EQ est égale à ET, l'ellipse ou l'hyperbole devient une parabole dont le foyer est E, & le sommet χ; & lorsque EQ s'étend à l'infini, l'ellipse se confond avec le cercle dont le diamètre est Tτ ou Zω, qui est le paramètre de toutes ces courbes.

3. Ceux qui connoissent l'analyse des lieux géométriques seront bientôt convaincus de la vérité de ces constructions & de tout ce qui suit, en supposant que l'un des foyers P des rayons incidents se meut le long de la ligne PQ, & en cherchant le lieu géométrique décrit par son foyer conjugué p, pendant que la ligne PE roule autour du centre E; ou ils pourront trouver la démonstration de la construction de la plûpart de ces cas dans les leçons d'Optique 17 & 18 du Dr. *Barrovv* qui a le premier découvert cette figure remarquable de l'image d'une ligne droite.

Et par la réfraction.

Fig. 252.

4. Le reste subsistant comme dans l'art. 245, soit maintenant l'objet PQ une ligne droite perpendiculaire à la ligne QEq menée par le centre d'une sphére réfringente, & soit q le foyer d'un pinceau délié de rayons, qui avant leur réfraction au travers de la sphére sont divergents du point Q, & χ le foyer d'un autre pinceau de rayons, qui avant leur réfraction au travers de la sphére sont convergents vers Q; & selon que la perpendiculaire EQ est plus longue ou plus courte que EF, distance du foyer de la sphére, décrivez avec le foyer E, & le grand axe $q\chi$ une ellipse, ou une hyperbole $qp\chi\varpi$, & qu'elle coupe la ligne EP prolongée en p & ϖ, l'arc conique pq sera l'image de l'objet PQ, formée par les rayons qui sont divergents de PQ

& l'arc conique opposé $\pi\chi$ sera l'image de la même ligne PQ formée par les rayons convergents vers PQ; & toute la section conique sera l'image de la ligne infinie ΩPQZ.

5. Lorsque la perpendiculaire EQ est égale à EF, l'ellipse deviendra une parabole dont le foyer est E & le sommet χ; & lorsque EQ s'étend à l'infini, l'ellipse se confond avec le cercle dont le diamètre est Ff ou Z ω, qui est le paramètre de toutes ces courbes.

6. Ainsi lorsque l'angle PEQ, qui est compris par un objet rectiligne au centre d'une lentille peu épaisse, est fort petit, l'image de cet objet se confond à fort peu près avec l'arc d'une section conique que l'on peut déterminer de la même manière que pour la sphére; parce que la rélation des foyers conjugués Q, q est donnée par la même proportion dans les deux cas.

Fig. 253. 7. Si les rayons divergents de Q ne sont rompus qu'une fois au travers d'une surface sphérique AC, & qu'alors ils appartiennent au foyer q; si l'on suppose que cette surface soit continuée jusqu'à ce qu'elle coupe une seconde fois l'axe en c, & que les autres rayons qui sont convergents vers Q ne soient rompus qu'en c, & qu'alors ils appartiennent au foyer χ; selon que EQ est plus long ou plus court que EF, décrivez avec le foyer E, & le grand axe $q\chi$ une ellipse ou une hyperbole $qp\chi$, & qu'elle coupe une ligne quelconque PE prolongée en p; l'arc conique pq sera l'image de la perpendiculaire PQ formée par les rayons qui en sont divergents, & qui sont une fois rompus par l'arc AC.

8. Lorsque EQ est égal à EF, l'ellipse devient une parabole dont le foyer est E & le sommet χ; & lorsque EQ est infini, l'ellipse se confond avec le cercle dont le diamètre est 2Ef ou $f\phi$ ou Z ω; qui est aussi le paramètre de toutes ces courbes.

Proposition I.

Ayant le foyer des rayons qui tombent presque perpendiculairement sur une surface sphérique donnée, trouver leur foyer après les réfractions?

Théorêmes algébriques pour trouver les foyers.

Fig. 254.

9. Soit OI la surface donnée dont le centre est S, & dans l'un de ses rayons OS prolongé, soit Q le foyer donné des rayons incidents comme QI; on demande le foyer q des rayons rompus. Nommez OS, OQ, Oq, respectivement S, Q, q, & soit la raison donnée des sinus de réfraction, celle de m à n, ensorte que m soit plus grand que n. Joignez SI, & puisque les angles très-petits sont à fort peu près proportionnels à leurs sinus, nous aurons l'angle OSI : ang. SIQ : : Q : Q — S (art. 221) & l'angle SIQ : ang. SIq : : m : n, & en joignant ces proportions, nous aurons l'angle OSI : ang. SIq : : mQ : nQ — nS, & en divisant, nous aurons l'angle OSI : ang. SqI (*Eucl.* 1. 32), c'est-à-dire, q : S (art. 221, 204) : : mQ : m—n. Q + nS. Donc (en écrivant δ pour m—n) nous aurons ce premier théorême $q = \frac{mQS}{\delta Q + nS} = \frac{\frac{m}{\delta}SQ}{Q + \frac{n}{\delta}S}$.

10. Telle est la valeur de q dans le cas proposé, où les lignes OQ, OS, Oq sont du même côté de la surface OI: & l'on peut aisément appliquer

à tout autre cas le théoreme pour q, en regardant toujours OQ comme positif, & changeant le signe de S, lorsque OS & OQ sont de différents côtés de leur origine O & le signe de t, lorsque le sinus d'incidence est moindre que le sinus de réfraction; & enfin en plaçant Oq du côté opposé à OQ, lorsque la valeur de q devient négative par ce changement dans le théoreme.

11. *Corol.* 1. Lorsque la ligne S devient infiniment grande, la surface OI devient un plan, & nous avons alors, $q = \frac{m}{n}$Q,(parce que dans le théorême la limite de la raison variable de $\frac{m}{t}$ S à Q + $\frac{n}{t}$ S est celle de m à n).Donc qO: QO : m : n, c'est-à-dire, comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction, ce qui est la regle de l'art. 223.

12. *Corol.* 2. Lorsque la ligne Q est infinie, supposons que le point q vienne en t, alors la ligne q ou $t = \frac{m}{t}$S(parce que dans le théorême, la raison variable de Q à Q + $\frac{n}{t}$ S devient alors une raison d'égalité). De même lorsque q est infini, & par conséquent Q + $\frac{n}{t}$S = O; supposons que le point Q vienne en T; alors la ligne − Q ou T = $\frac{n}{t}$ S. Mais t − S = ($\frac{m}{t}$S − S =) $\frac{n}{t}$ S. Et ainsi les continuations St, OT de SO vers les foyers principaux t, T sont égales entr'elles, & elles sont chacune à SO comme n à t ou m-n; ce qui donne la regle de l'art. 224.

13. *Corol.* 3. Si dans le théorême on substitue t & T à la place de leurs valeurs qu'on vient de trouver, on aura $q = \frac{tQ}{Q+T}$. Donc Q-q= (Q − $\frac{tQ}{Q+T}$ = $\frac{Q+T-t}{Q+T}$Q =) $\frac{Q-S}{Q+T}$Q. Donc la ligne QT : QO :: QS : Qq, ce qui est la regle de l'art. 239.

14. *Corol.* 4. Si dans le théorême on substitue − m à n, & par conséquent 2 m à t, on aura $q = \dfrac{\frac{1}{2}SQ}{Q - \frac{1}{2}S}$; ce qui donne le foyer des rayons réfléchis par une surface sphérique OI; car le calcul est toujours le même, soit que le rayon aille en avant ou en arrière dans la ligne Iq; & pour changer l'angle de réfraction SIq en un angle de réflexion, on doit l'anéantir avec son sinus n, & alors il deviendra négatif & égal à − m, sinus de l'angle d'incidence SIQ, q étant entre S & O. Théorême pour les rayons réfléchis.

15. *Corol.* 5. Ainsi lorsque S devient infinie, la surface OI devient un plan, & alors nous avons $q = -$Q; ce qui est la regle de l'art. 202.

16. *Corol.* 6. Lorsque Q est infini, soit q arrivé en T', alors la ligne q ou T' = $\frac{1}{2}$S, ce qui est la regle de l'art. 205.

17. *Corol.* 7. Dans le théorême du Corol 4, en substituant T' à sa valeur qu'on vient de trouver dans le dernier Corollaire, on aura $q = \frac{T'Q}{Q-T'}$, donc

$q - T' = \frac{T'Q}{Q-T'}, - T' = \frac{T'T'}{Q-T'}$; c'eſt-à-dire, T' Q, T' S, T' q ſont en proportion continue. Ce qui eſt la regle de l'art. 207.

Proposition. II.

Ayant le foyer des rayons qui tombent preſque perpendiculairement ſur une lentille donnée, trouver leur foyer après les réfractions ?

Fig. 255.

18. Soit OIEo la lentille donnée, dont les ſommets ſont O & o; R le centre de la première ſurface OI, r celui de la ſeconde oE; P le foyer donné des rayons incidents ſur l'axe oOrR (prolongé) & p le foyer requis des rayons émergents. Soit ϖ leur foyer après la première réfraction ſur la ſurface OI, & m à : la raiſon des ſinus comme ci-devant; nommons Oo, or, OR, OP, op reſpectivement o, r, R, P, p & à la place de Q, S, m, n, θ dans le théoreme 1 (*remarque* 9) écrivons P, R, m, n, θ, nous aurons $O\varpi = \frac{mPR}{\theta P + nR}$, à quoi ajoutant O$o$ ou o, nous aurons Oϖ ou ϖ $= \frac{mPR + \theta Po + nRo}{\theta P + nR}$. De même à la place de Q, S, m, n, θ, écrivez ϖ, r, n, m, $-\theta$, & vous aurez $p = \frac{nr\varpi}{-\theta\varpi + mr}$; & en y ſubſtituant la valeur de ϖ, nous avons $p = \frac{mnPRr + n\theta Pro + nnRro}{m\theta Pr - m\theta PR + mnRr - \theta\theta Po - n\theta Ro}$.

Théorême général pour toutes les lentilles.

19. Ce théorême pour un méniſque dont la ſurface concave eſt expoſée à P, s'applique aiſément à toute lentille d'une figure donnée quelconque, en imaginant que l'un de ſes demi-diamètres ou tous les deux OR, or, décroiſſent ou croiſſent ou deviennent infinis, & enſuite négatifs, juſqu'à ce que le méniſque ait acquis la forme de la lentille donnée; & en changeant le ſigne de R ou r lorſque les demi-diamètres ſont de différents côtés de leurs ſurfaces O, o par rapport au foyer P; & enfin en plaçant p du côté oppoſé de o par rapport à P, lorſque ſa valeur ainſi cherchée dans le théorême devient négative.

20. Ainſi en écrivant ∞ (qui ſignifie infini) à la place de R, ce théorême s'applique aiſément aux lentilles plano-convexes, dont la première ſurface eſt plane; & en écrivant $-$ R à la place de R, il s'applique à la lentille double convexe; en écrivant $-$ R pour R & ∞ pour r, il s'applique à la lentille plano-convexe dont la première ſurface eſt convexe; en écrivant $-$ R pour R & $-r$ pour r & $o + r$ pour R, il s'applique à une lentille dont les ſurfaces ſont concentriques & dont la première eſt convexe : & en écrivant R$+o$ pour r, il s'applique à une lentille, dont les ſurfaces ſont concentriques, & dont la première eſt concave; & en écrivant ∞ pour r il s'applique à une lentille plano-concave, dont la première ſurface eſt concave; & en écrivant $-r$ pour r, il s'applique au double concave. En écrivant ∞ pour R & $-r$ pour r, il s'applique au plan-concave dont la première ſurface eſt plane; & enfin on l'applique à la ſphére dont le demi-diamètre eſt R, & le diamètre Oo, en écrivant $-$ R pour R & R pour : & 2 R pour o; & en ſubſtituant des nombres donnés pour la raiſon de la réfraction, le plus grand pour m & le plus petit pour n, on l'appliquera à une lentille de toute matière donnée.

21. Si

21. Si toutes les quantités du théorême sont données de grandeur & de position, excepté une, quelle qu'elle soit, on la trouvera par les regles connues des réductions algébriques, & l'on trouvera aussi la raison des sinus d'incidence & de réfraction, en substituant l'unité pour n ou pour m, & en cherchant la valeur de l'autre. Je crois que le Dr. *Halley* est le premier (*transf. phil. n°.* 205) qui ait donné un théorême de cette espèce, qui est regardé comme un exemple remarquable du grand usage & de l'étendue des théorêmes algébriques.

22. *Coroll.* 1. Comme l'épaisseur de la lentille dans la plûpart des usages optiques est communément fort petite en comparaison des demi-diamètres de ses surfaces, & comme l'exactitude de ce théorême dépend de la petitesse des angles d'incidence & de réfraction, c'est-à-dire, tout le reste étant égal, du peu de largeur, & par conséquent du peu d'épaisseur de la lentille, le théorême sera encore assez exact, lorsqu'on en aura rejetté tous les termes multipliés par o, comme étant extrêmement petits en comparaison des autres. Et en les divisant tous par m, & ensuite par $\theta r - \theta R$, on aura

$$p = \frac{nPRr}{\theta Pr - \theta PR + nRr} = \frac{\frac{n}{\theta} \times \frac{Rr}{r-R} \times P}{P + \frac{n}{\theta} \times \frac{Rr}{r-R}}.$$

23. *Corol.* 2. Lorsque p est infini, supposons que le point P arrive en F, alors la ligne P ou $F = -\frac{n}{\theta} \times \frac{Rr}{r-R}$. Cela est évident par les raisons données dans les remarques précédentes. Donc les distances des foyers OF, of sont égales, & $r - R : r :: \frac{n}{\theta} R : F$ ou f. C'est la regle de l'art. 232; parce que $\frac{n}{\theta}$ R est la continuation de R dont il est parlé dans cet article.

24. *Corol.* 3. Si dans le théorême du Corol. 1. on substitue F à sa valeur trouvée dans le Corol. 2, on aura $p = -\frac{FP}{P-F} = \frac{FP}{F-P}$. Donc $p - P = \frac{FP}{F-P} - P = \frac{PP}{F-P}$. Donc les lignes PF, PO, Pp sont en proportion continue, & la premiere avec la troisième vont du même côté par rapport à P; c'est la regle de l'art. 239.

25. *Corol.* 4. Donc $p + f = \frac{FP}{F-P} + F = \frac{FF}{F-P}$, & PF : FO :: $of : fp$; ce qui est la regle de l'art. 236.

26. *Coroll.* 5. Si Q foyer des rayons incidents, est placé à une petite distance d'un côté ou d'autre de l'axe d'une lentille, d'une épaisseur quelconque, on trouvera le foyer q des rayons émergents en cette manière. Par Q & R menez une droite QRI perpendiculaire à la première surface, & le foyer χ de la première réfraction, sera en quelque point de cette ligne. Par χ & r menez χrE perpendiculaire à la seconde surface, & le foyer q après la seconde réfraction sera dans quelque point de cette seconde ligne. Et ainsi on trouvera χ & q par le théorême de la prop. 1.

Examen du foyer d'un pinceau oblique. Fig. 256.

27. *Coroll.* 6. Mais en supposant que les deux foyers P & Q sont à égales distances de la première surface, leurs foyers conjugués p & q seront à d'autres distances égales de la seconde surface à fort peu près, pourvu que l'intervalle entre les foyers P, Q, ou plutôt que l'angle PRQ soit fort petit.

Car puisqu'on suppose $OP = IQ$, on aura $O\varpi = I\chi$, & par conséquent $R\varpi = R\chi$, & en ajoutant Rr de part & d'autre, on aura $r\varpi = (rR + R\chi =) r\chi$ à fort peu près ; l'angle $\varpi R \chi$ étant fort petit. Donc $o\varpi = E\chi$ à fort peu près & $op = Eq$.

Détermination des images.

28. *Coroll.* 7. Donc un petit objet PQ perpendiculaire à l'axe d'une lentille, aura son image pq à fort peu près perpendiculaire au même axe.

29. *Corol.* 8. Donc ce petit objet PQ sera à son image pq en raison donnée de $\overline{\epsilon P + nR} \times r$ à $\overline{\epsilon p + nr} \times R$ à fort peu près ; car joignant $\varpi\chi$, les figures PRQ, $\varpi R\chi$ seront à fort peu près semblables, aussi bien que $\varpi r\chi$, pqr ; & puisque nous avons $OT = \frac{n}{\epsilon} R$ (Corol. 2, prop. 1.), & $PT : PO :: PR : P\varpi$ à fort peu près (Corol. 3, prop. 1.), nous aurons en divisant, $PT : TO :: (PR : \varpi R ::) PQ : \varpi\chi$, & prenant encore $ot = \frac{n}{\epsilon} r$, puisque t est le foyer des rayons paralleles après la réfraction en oE, qui prennent une route contraire aux rayons que l'on suppose convergents vers p ; nous avons aussi $pt : po :: pr : p\varpi$, & en divisant $\underline{ot : pt} :: (\varpi r : \underline{pr ::) \varpi\chi} : pq$, & par égalité $PQ : pq :: (PT \times to : pt \times TO :: P + \frac{n}{\epsilon} R \times \frac{n}{\epsilon} r : p + \frac{n}{\epsilon} r \times \frac{n}{\epsilon} R ::) \overline{\epsilon P + nR} \times r : \overline{\epsilon p + nr} \times R$.

Tels sont les éléments algébriques d'Optique.

CHAPITRE V.

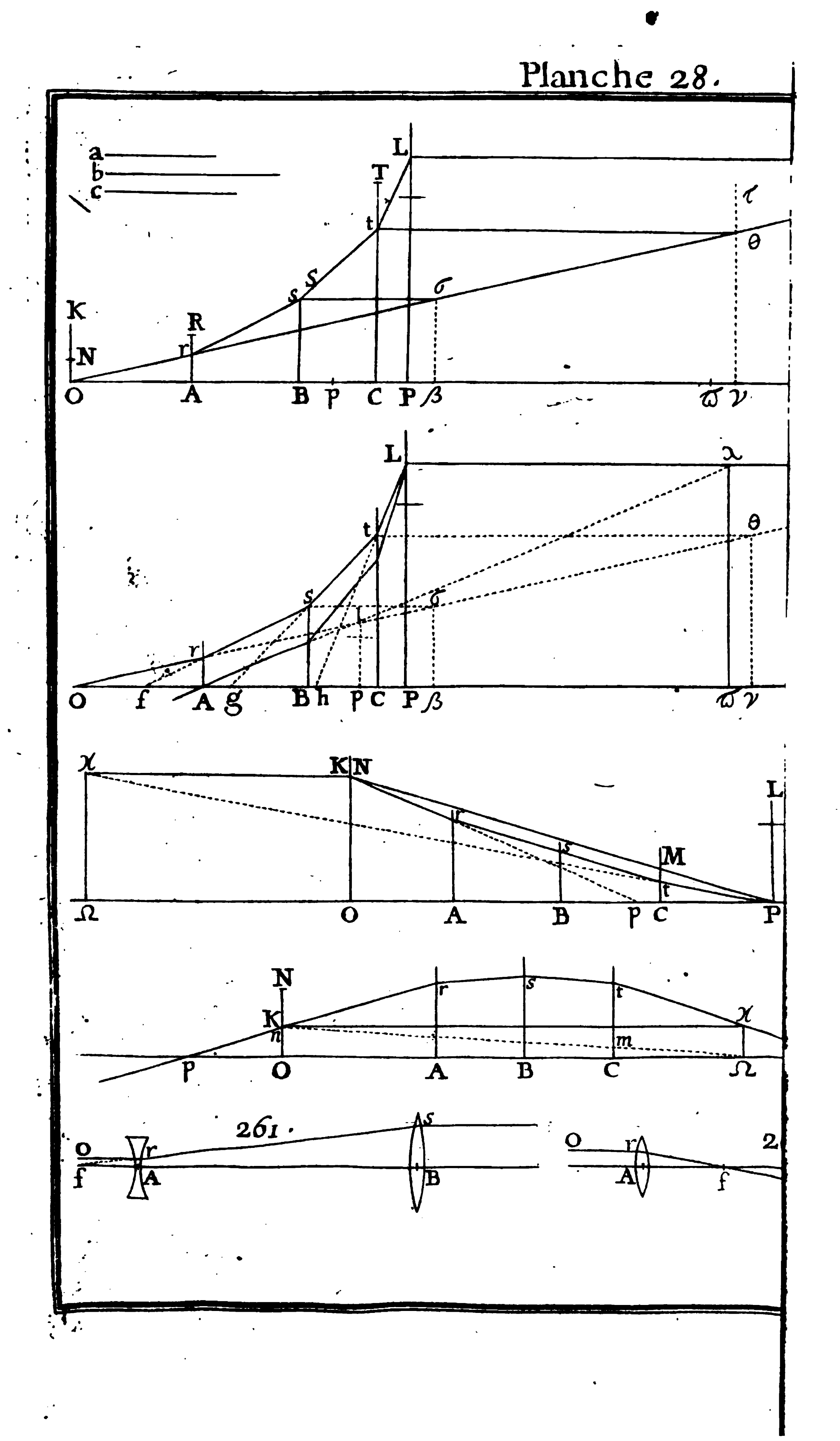
Déterminer la distance apparente, la grandeur, la situation, le degré de distinction & de clarté, le plus grand angle de vision & de l'aire visible d'un objet vû par des rayons qui sont réfléchis successivement par un nombre quelconque de surfaces planes ou sphériques, ou qui sont rompus successivement à travers un nombre quelconque de lentilles de quelque espèce qu'elles soient, ou à travers un nombre quelconque de milieux différents dont les surfaces sont planes ou sphériques, avec une application aux télescopes & aux microscopes.

PROPOSITION I.

247. *AYant les distances des foyers & les ouvertures d'un nombre quelconque de lentilles de quelque espèce qu'elles soient, placées à des distances données quelconques les unes des autres, & par rapport à l'œil & à l'objet, il faut trouver la distance apparente, la grandeur, la situation, le degré de distinction &*


UNIV.
OF
MICH.

Planche 28.



a
b
c
L
T
t
τ
θ
S
s
σ
K
R
N
r
O
A
B
p
C
P
β
ϖ
ν
L
λ
t
θ
s
σ
r
O
f
A
g
B
h
p
C
P
β
ϖ
ν
χ
K
N
L
r
s
M
t
Ω
O
A
B
p
C
P
N
r
s
t
K
χ
n
m
P
O
A
B
C
Ω
261.
s
o
r
f
A
B
O
r
2
A
f

de clarté de l'objet vu par toutes les lentilles, & en même tems le plus grand angle de vision & de l'aire visible de l'objet, & l'ouverture particulière qui les limite tous deux.

248. Soit PL un objet vu par l'œil en O à travers d'un nombre quelconque des lentilles placées en A, B, C, dont les distances aux foyers sont les lignes *a*, *b*, *c*, & dont l'axe commun est la ligne OABCP. On peut considérer la distance OP comme divisée par les verres en A, B, C, en deux parties telles que OA, AP; OB, BP; OC, CP; ou en trois comme OA, AB, BP; OA, AC, CP; ou en quatre comme OA, AB, BC, CP, & ainsi de suite selon le nombre des verres. Tous les différents produits de ces parties correspondantes, appliqués respectivement à la distance du foyer ou au produit des distances des foyers des verres, qui sont placés au point ou aux points de division, donneront autant de différentes lignes, que l'on doit regarder comme négatives, s'il y a un nombre impair de verres convexes aux points de division, & comme affirmatives si le nombre est pair. Soit Oπ la somme de OP & de ces différentes lignes selon leurs signes; ce sera la distance apparente de l'objet. Distance apparente. Fig. 257.

249. Et sa grandeur apparente sera à sa vraie grandeur (art. 100), comme OP est à Oπ. Grandeur apparente.

250. Et si la valeur de Oπ est positive, l'objet paroîtra droit; si elle est négative il paroîtra renversé; ou pour exprimer tout cela en d'autres termes, l'objet paroîtra à travers tous les verres, à la même distance, de la même grandeur, & dans la même situation, qu'il paroîtroit à l'œil nud s'il étoit vu de la distance Oπ en le supposant placé droit en π lorsque Oπ est positif, & en le supposant renversé, lorsque Oπ est négatif. Situation apparente.

251. Lorsque Oπ est positif, il faut le placer devant l'œil, & lorsqu'il est négatif, il faut le placer derrière. Soit alors l'œil porté de O en A pour faire disparoître sa distance au verre le plus proche, & soit alors Aϖ la distance apparente de l'objet PL, qu'il faut trouver & placer par les regles qu'on a employées pour trouver Oπ. Soit ensuite A*p* à Aϖ, comme AO est à la différence entre Oπ & Aϖ, si ces points sont de même Distinction apparente.

côté de O & A, ou à leur somme, s'ils sont de différents côtés; & que l'ordre des points A, p, π soit le même que celui des points O, p, π; on pourra par la situation de ce point p, juger du degré de distinction avec lequel l'objet paroîtra. Parce que les rayons qui viennent de P, en traversant les verres, seront disposés à tomber dans l'œil de la même manière, que si les verres étant ôtés, ils venoient tous du point p, lorsqu'ils tombent devant l'œil, ou vers le point p lorsqu'ils tombent derrière l'œil.

Angle visuel. 252. Soient les lignes AR, BS, CT les diamètres des ouvertures données des verres A, B, C; & soit Oβ la distance apparente de la ligne BS, vue à travers le verre A; & Oγ la distance apparente de la ligne CT, vue par les verres A & B; qu'il faut trouver comme ci-devant. Elevez les perpendiculaires $\beta\sigma$ égale à BS & $\gamma\tau$ égale à CT, & alors le moindre des angles que chacune des perpendiculaires AR, $\beta\sigma$, $\gamma\tau$ soutient en O, sera la moitié du plus grand angle de vision.

Aire visible. 253. Soit cet angle $\beta O\sigma$ & soit Oσ prolongée ensorte qu'elle coupe une perpendiculaire à l'axe en π dans un point λ. Alors PL égale à $\pi\lambda$ sera le demi-diamètre de la plus grande aire de l'objet PL, que l'on puisse voir tout d'un coup du point O, par les ouvertures données de tous les verres: & par conséquent PL ou $\pi\lambda$, demi-diamètre de l'aire visible, sera à $\beta\sigma$ ou BS, demi-diamètre de l'ouverture qui la limite, comme Oπ distance apparente de l'aire, à Oβ distance apparente de cette ouverture.

Par où elle est limitée. 254. Et par la supposition que $\beta O\sigma$ est le plus petit de tous les angles soûtendus en O par chacune des lignes données AR, $\beta\sigma$, $\gamma\tau$, il s'ensuit que l'ouverture qui limite l'angle visuel & l'aire visible, appartient au verre B.

Clarté de l'objet. 255. Puisque la grandeur de la prunelle est sujette à varier par les différents degrés de lumière, soit NO son demi-diamètre, lorsque l'objet PL est vu par l'œil nud à la distance OP; & sur un plan qui touche l'œil en O soit OK le demi-diamètre de la plus grande aire, visible à travers tous les verres par un autre œil en P, qu'il faut trouver comme on a trouvé PL; ou ce qui revient au même, soit OK le demi-diamètre de

la plus grande aire éclairée par un pinceau de rayons qui viennent de P par tous les verres. Lorsque cette aire n'est pas moindre que celle de la prunelle, le point P paroîtra précisément aussi brillant à travers tous les verres, qu'il le paroîtroit si on les ôtoit; mais si l'aire éclairée est moindre que celle de la prunelle, le point P paroîtra moins brillant à travers les verres, que si on les éloignoit, & cela en même proportion que l'aire éclairée est moindre que la prunelle. Ces proportions de la clarté apparente seront exactes, si tous les rayons incidents se transmettent à l'œil à travers tous les verres, ou s'il ne s'en perd qu'une partie insensible.

DEMONSTRATION.

256. Car soit un rayon O rst L d'un pinceau que l'on suppose venir de l'œil à l'objet, & qui appartient successivement aux foyers f, g, h après s'être rompu successivement dans les verres Ar, Bs, Ct, & qu'ensuite il tombe sur l'objet en L. Le point L sera donc vu par le rayon LtsrO qui revient par les mêmes lignes à l'œil en O (art. 11). Soit menée Lλ parallele à OP qui rencontre le rayon visuel Or prolongé en λ; soit achevé le rectangle PL$\lambda\pi$; la distance apparente de l'objet sera Oπ. Supposons d'abord que toutes les lentilles sont concaves; les triangles OAr, O$\pi\lambda$ étant équiangles, nous avons OA à Oπ en même raison que Ar à $\pi\lambda$ ou PL; ou en raison composée de Ar à Bs, de Bs à Ct, de Ct à PL; ou en raison composée de fA à fA + AB, de gB à gB + BC, de hC à hC + CP, & par conséquent $O\pi = OA \times \frac{fA + AB}{fA} \times \frac{gB + BC}{gB} \times \frac{hC + CP}{hC}$, & ce théorême donnera la distance apparente de Oπ, aussitôt qu'on pourra trouver fA, gB, hC. On peut les trouver par l'art. 239 en cette manière; $fA = \frac{OA \times a}{OA + a}$; $gB = \frac{fA + AB \times b}{fA + AB + b}$; $hC = \frac{gB + BC \times c}{gB + BC + c}$.

Distance apparente.

Fig. 258.

De là il est aisé de conclure que si l'œil en O voit un objet en B au travers d'un verre placé en A, sa distance apparente

$O\beta = OB + \frac{OAB}{a}$; que si l'œil en O voit un objet en C par deux verres en A, B, sa distance apparente $O\gamma = OC + \frac{OAC}{a} + \frac{OBC}{b} + \frac{OABC}{ab}$; que si l'œil en O voit un objet en P par trois verres en A, B, C, sa distance apparente $O\pi = OP + \frac{OAP}{a} + \frac{OPB}{b} + \frac{OCP}{c} + \frac{OABP}{ab} + \frac{OACP}{ac} + \frac{OBCP}{bc} + \frac{OABCP}{abc}$, & ainsi de suite selon que la solution du problême l'exige. Maintenant s'il y a des lentilles convexes, on regardera leurs foyers comme négatifs, puisqu'ils sont du côté opposé à celui des concaves, lorsque les rayons incidents viennent du même côté sur les deux; il faut donc regarder comme négatifs tous les termes qui renferment un nombre impair de lentilles convexes aux points de division.

Grandeur apparente. La détermination de la grandeur apparente est évidente par l'article 141.

Situation apparente. Et celle de la situation apparente par la dernière partie de l'art. 139.

Distinction apparente. 257. Achevez le rectangle $LP\varpi\lambda$ & joignez $A\lambda$ qui rencontre $O\lambda$ en l; la ligne lp perpendiculaire à l'axe des verres sera la dernière image de l'objet LP. Parce que le même point L est vu par un rayon qui tombe sur l'œil en O dans la direction λO, & encore par un rayon qui tombe sur l'œil en A dans la direction λA; & par conséquent le point l où ces directions se coupent mutuellement, est le foyer des rayons émergents. Or comme les triangles Apl, $A\varpi\lambda$ aussi bien que Opl, $O\pi\lambda$ sont équiangles, nous avons Ap à $A\varpi$ comme (pl à $\varpi\lambda$ ou $\pi\lambda$, ou comme) Op à $O\pi$ ou comme $Op \mp Ap$ ou OA est à $O\pi \mp A\varpi$ selon que p tombe en dehors ou en dedans de la ligne OA, & par conséquent selon que $O\pi$ & $A\varpi$ se trouvent du même côté ou dans des côtés opposés par rapport à O & A. Et l'ordre des points A, p, ϖ est le même que celui des points A, l, λ ou des points O, l, λ ou des points O, p, π.

258. Que $O\varsigma$ coupe les perpendiculaires AR en r, $\gamma\varsigma$

en θ, $\pi\lambda$ en λ & qu'on acheve les rectangles $B\beta 6 s$, $C\gamma\theta t$, $P\pi\lambda L$; puiſque par la ſuppoſition que l'angle $\beta O \sigma$ eſt le plus petit des angles, que chacune des perpendiculaires AR, $\beta\sigma$, $\gamma\tau$ ſoutient en O, il s'enſuit que $A r$ eſt moindre que AR & $\gamma\theta$ moindre que $\gamma\tau$ ou $C t$ moindre que CT. Mais joignant rs, st, $t L$, ces lignes ſeront parcourues par un rayon qui paſſe de O en L ; parce que les lignes $O r$, $O r \sigma$, $O r \theta$, $O r \lambda$, ſont les différentes diſtances apparentes des points r, s, t, L, vus dans la direction commune $O r$. Mais, par la conſtruction, $\beta\sigma$ a été priſe égale à $B s$, & ſuppoſant que l'angle viſuel $\beta O \sigma$ augmente tant ſoit peu, les perpendiculaires égales $\beta\sigma$, $B s$ augmenteront auſſi & $B s$ deviendra plus grande que BS ; par conſéquent le rayon extérieur $L t s$ ſera intercepté en s, l'ouverture n'étant pas plus grande que BS. Angle viſuel. Fig. 257.

259. La perpendiculaire $\pi\lambda$ ou PL augmentera auſſi par l'accroiſſement de l'angle $\beta O \sigma$; ce qui étant impoſſible ſi BS n'eſt pas augmentée, il eſt clair que PL eſt le demi-diamètre de la plus grande aire que l'on puiſſe découvrir d'un ſeul coup du point O par toutes les ouvertures données. Aire viſible.

260. Et ainſi, il eſt évident que la viſion eſt bornée par cette ouverture en B, qui paroît par les verres intermédiaires, ſous un angle moindre $\beta O \sigma$, qu'aucune autre ouverture ne paroîtroit, ſi les autres ouvertures étoient aſſez élargies pour la voir. Limite de l'aire & de l'angle.

261. Si OK n'eſt pas plus grande que ON, l'aire de la prunelle ſera totalement éclairée par le pinceau qui vient de P. Soit $P t s r N$ un rayon de ce pinceau, qui coupe l'objectif $C t$ en t ; ſi l'on ſuppoſe que les verres ſoient écartés, ſoit un rayon PMN qui ne ſoit pas rompu & qui coupe la ligne $C t$ en M. La quantité des rayons rompus qui tombent ſur la ligne NO eſt à la quantité des rayons non rompus qui tomberoient ſur la même ligne, comme l'angle CPt eſt à l'angle CPM, c'eſt-à-dire, comme la grandeur apparente de la ligne NO vue de P eſt à ſa vraie grandeur. Et par conſéquent en faiſant tourner la figure circulairement autour de l'axe OP, la quantité des rayons rompus qui rempliſſent la prunelle eſt à la quantité des rayons non rompus qui l'auroient remplie (comme la grandeur apparente d'une ſur- Clarté apparente. Fig. 259.

face en O vue de P, à sa vraie grandeur; ou comme la grandeur apparente d'une surface en P vue de O à la vraie grandeur (art. 262); & par conséquent) comme la grandeur apparente de la moindre surface au point physique P, à la vraie grandeur, c'est-à-dire, comme la peinture du point P formée sur la rétine par ces rayons rompus est à sa peinture formée par les rayons non rompus. Ces peintures du point P seront donc également brillantes, & seront cause que
Fig. 260. l'apparence de P brillera également dans les deux cas. Maintenant soit la prunelle plus grande que la plus grande aire éclairée en O par le pinceau qui vient de P, & supposant une prunelle plus petite égale à cette aire, nous avons fait voir que les peintures de P sur la rétine faites par les rayons rompus & non rompus, seront également brillantes, & que par conséquent chacune de ces peintures sera moins brillante que lorsque la plus grande prunelle est remplie de rayons non rompus, en même proportion que la plus petite prunelle, ou aire éclairée par les rayons rompus, est moindre que la plus grande prunelle, éclairée par les rayons non rompus. Jusqu'ici nous avons supposé que la peinture du point P est distincte sur la rétine, ou proportionnelle à l'angle qui mesure la grandeur apparente de P. Supposons maintenant qu'elle est confuse & la conclusion restera la même; car la peinture confuse de P répand une portion égale de sa propre lumière sur chaque point (également éloigné de son centre) tout autour de ses extrêmités distinctes, & reçoit de chaque point autant de portions pareilles de leurs lumières, qui viennent des autres points de l'objet.

262. *Corol.* 1. Pendant que les verres sont fixes, si l'œil & l'objet sont supposés changer de place mutuellement, la distance, la grandeur & la situation apparentes, seront les mêmes qu'auparavant. Car l'intervalle OP étant le même, & étant divisé par les mêmes verres en mêmes parties, donnera le même théorême que ci-devant pour la distance apparente (art. 248); sçavoir,

$$PO + \frac{PCO}{c} + \frac{PBO}{b} + \frac{PAO}{a} + \frac{PCBO}{cb} + \frac{PCAO}{ca} + \frac{PBAO}{ba} + \frac{PCBAO}{cba}.$$

263. *Corol.*

263. *Coroll.* 2. Lorsqu'un objet PL est vu à travers un nombre quelconque de verres, la largeur du principal pinceau, lorsqu'il tombe sur l'œil en O, est à sa largeur lorsqu'il tombe sur l'objectif C, comme la distance apparente de l'objet, est à sa distance réelle de l'objectif; & par conséquent dans les télescopes, comme la vraie grandeur de l'objet est à la grandeur apparente, c'est-à-dire, OK est à C*t* comme Oπ est à PC. Car soit Kx parallele à l'axe OP, qui coupe P*t* prolongée en x, & achevez le rectangle xKOΩ, PΩ sera la distance apparente d'un objet OK vu de P par tous les verres; & les triangles PΩx, PC*t* étant équiangles, nous aurons OK ou Ωx est à C*t*, comme PΩ est à PC ou comme Oπ est à PC par le précédent Corollaire. Fig. 256, 260.

264. *Coroll.* 3. Lorsque les rayons qui viennent de P à travers tous les verres, tombent perpendiculairement sur un plan fixe en O, leur densité est uniforme dans toutes les parties de l'aire éclairée. Car supposant que tous les rayons incidents sont transmis, leur quantité dans les aires en C & O est la même; & cette quantité étant uniformément dense dans l'aire en C, est comme cette aire ou comme l'aire en O (la raison de ces aires étant invariable (art. 263); & par conséquent elle est uniformément dense dans l'aire en O. Et quelle que soit la partie de la lumière qui ne peut pas se transmettre à l'aire en O; cependant des portions égales de chacune des surfaces des verres, en réfléchiront des parties égales à fort peu près; (parce que tous les rayons tombent presque perpendiculairement sur chaque surface); & par conséquent des portions égales des rayons seront interceptées & empêchées de tomber sur des portions égales de l'aire en O.

265. *Coroll.* 4. Cette densité uniforme des rayons rompus dans l'aire en O, est à la densité uniforme des rayons non rompus, qui y seroient tombés, si on avoit ôté les verres, & qui viennent du même point P; comme la grandeur apparente du point P ou d'une surface en P, est à la vraie grandeur; en supposant que tous les rayons soient transmis. Cela suit de la première partie de l'art. 261.

266. *Coroll.* 5. Si la quantité de la lumière incidente, en traversant les verres, n'est pas diminuée en plus grande pro-

portion, que celle de la plus grande ouverture de la prunelle à l'ouverture donnée O N, & si l'aire éclairée n'est pas moindre que la plus grande ouverture; la prunelle se dilatera d'elle-même, jusqu'à ce qu'elle ait reçu la même quantité de lumière qu'elle reçoit dans la vision avec l'œil nud (art. 264). Mais lorsque l'aire éclairée est moindre que l'ouverture donnée de la prunelle, la clarté naturelle de l'objet paroîtra diminuée dans les verres, en raison composée de la raison de l'ouverture de la prunelle à l'aire éclairée (art. 255), & de la quantité de lumière incidente à la quantité de lumière émergente.

267. *Coroll.* 6. Il est évident qu'un objet vu à travers les verres peut paroître aussi brillant qu'à l'œil nud; mais jamais plus brillant, quand même toute la lumière incidente seroit transmise au travers des verres.

Fig. 260. 268. *Coroll.* 7. Les verres & l'objet étant fixes, la clarté apparente du point P, vu par les rayons rompus, est invariable en quelqu'endroit que l'œil soit placé, tant que la prunelle est remplie des rayons qui viennent de ce point; mais lorsqu'elle n'en est pas remplie, la clarté apparente varie directement en raison doublée de O *p*, distance de la prunelle à la dernière image de P. Car la densité des rayons, & la grandeur apparente du point P, & par conséquent la grandeur de sa peinture sur la rétine, tout cela varie en raison doublée réciproque de O *p* (art. 58, 106, 111). Donc tant que la prunelle ne varie pas & qu'elle est pleine de rayons, la quantité qui y entre est comme l'aire de la peinture de P sur la rétine, dont la clarté est par conséquent invariable: mais lorsque la prunelle n'est pas remplie de rayons, la quantité qui entre dans la prunelle est invariable, pendant que l'aire de la peinture varie en raison réciproque doublée de O *p*, & par conséquent pendant que sa clarté varie en raison directe doublée de O *p*; & cela est toujours ainsi, quelle que soit la partie de la lumière incidente qui est arrêtée par les verres.

269. *Corol.* 8. Lorsque l'objet est tellement éloigné qu'on peut regarder les distances O P, A P, B P, C P comme égales entr'elles, alors la distance apparente O π = O P par 1.

$$+\frac{OA}{a}+\frac{OB}{b}+\frac{OC}{c}+\frac{OAB}{ab}+\frac{OAC}{ac}+\frac{OBC}{bc}+\frac{OABC}{abc}.$$

270. *Corol.* 9. D'où il suit que lorsque O & *h* sont les foyers conjugués d'un pinceau de rayons rompus à travers d'un nombre quelconque de lentilles A, B, C, la raison des angles A O *r*, C *h t*, formés par les parties incidentes & émergentes d'un rayon avec l'axe des verres, est la même que celle de 1 à 1 $+\frac{OA}{a}+\frac{OB}{b}+\frac{OC}{c}+\frac{OAB}{ab}+\frac{OAC}{ac}+\frac{OBC}{bc}+\frac{OABC}{abc}$; car cette dernière raison est la même que celle de OP à Oπ par le Corol. 8, c'est-à-dire, de la grandeur apparente d'un objet éloigné vu de O, à sa vraie grandeur vue de O ou *h* par l'œil nud, ou comme l'angle en O à l'angle en *h*. Fig. 258.

271. *Corol.* 10. Donc si O est le foyer des rayons incidents, celui des rayons qui sortent du dernier verre C, se trouvera en prenant C *h* à O γ ou $OC+\frac{OAC}{a}+\frac{OBC}{b}+\frac{OABC}{ab}$, comme 1 à $1+\frac{OA}{a}+\frac{OB}{b}+\frac{OC}{c}+\frac{OAB}{ab}+\frac{OAC}{ac}+\frac{OBC}{bc}+\frac{OABC}{abc}$, & en plaçant C *h* contre le cours des rayons, si le second & le troisieme termes de cette proportion ont des signes semblables; & suivant leur cours, si les signes sont différents; car en achevant le rectangle $\gamma C t \theta$, C*h* est à Oγ, comme l'angle $\gamma O \theta$ est à l'angle C *h t* (art. 60), c'est-à-dire dans la raison précedente par le Corol. 9.

272. *Corol.* 11. Lorsque les distances des foyers des verres & les distances des verres les uns des autres & de l'objet sont telles que $1+\frac{AP}{a}+\frac{BP}{b}+\frac{CP}{c}+\frac{ABP}{ab}+\frac{ACP}{ac}+\frac{BCP}{bc}+\frac{ABCP}{abc}=0$, les rayons de chaque pinceau tomberont sur l'œil par des lignes paralleles, & alors la distance apparente Oπ sera égale à A $\varpi = AP+\frac{ABP}{b}+\frac{ACP}{c}+\frac{ABCP}{bc}$ ou $=-a$ par $1+\frac{BP}{b}+\frac{CP}{c}+\frac{BCP}{bc}$: & cette distance apparente étant invariable, la grandeur apparente, la situation & le degré de distinction seront aussi invariables en quelque endroit que l'œil soit Fig. 258.

placé. Car les rayons qui viennent de L tomberont paralleles sur l'œil, lorsque $O\,l$ ou $A\,l$ ou $O\,\lambda$ & $A\,\lambda$ seront paralleles ; & par conséquent lorsque $O\pi = A\bullet$, ou $O\pi - A\bullet = O$. Maintenant faisant $OA = O$ dans la valeur de $O\pi = OP + \frac{OAP}{a} + \frac{OBP}{b} + \frac{OCP}{c} + \frac{OABP}{ab} + \frac{OACP}{ac} + \frac{OABCP}{abc}$, nous aurons $A\bullet = AP + \frac{ABP}{b} + \frac{ACP}{c} + \frac{ABCP}{bc}$; ce qui étant soustrait de $O\pi$, il reste $O\pi - A\bullet = 1 + \frac{AP}{a} + \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{ABP}{ab} + \frac{ACP}{ac} + \frac{BCP}{bc} + \frac{ABCP}{abc} = O$; ce qui donne $-a$ par $1 + \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{BCP}{bc} = AP + \frac{ABP}{b} + \frac{ACP}{c} + \frac{ABCP}{bc} = A\bullet = O\pi$.

273. *Corol.* 12. Donc lorsque l'objet est si éloigné que les distances OP, AP, BP, CP, peuvent être regardées comme égales entr'elles, les rayons qui tombent paralleles sur le premier verre sortiront paralleles du dernier, si les verres sont tellement placés que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{AB}{ab} + \frac{AC}{ac} + \frac{BC}{bc} + \frac{ABC}{abc} = O$; & au contraire : & la distance apparente $O\pi = (A\bullet =)$ OP par $1 + \frac{AB}{b} + \frac{AC}{c} + \frac{ABC}{bc}$ ou $= -a \times OP$ par $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{BC}{bc}$; & par conséquent dans deux lentilles concaves A, B, la grandeur apparente est à la véritable, comme OP est à $O\pi$, comme $-\frac{1}{a}$ est à $\frac{1}{b}$; dans trois lentilles concaves A, B, C, comme $-\frac{1}{a}$ est à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{BC}{bc}$; & dans quatre lentilles concaves A, B, C, D, comme $-\frac{1}{a}$ est à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{BC}{bc} + \frac{BD}{bd} + \frac{CD}{cd} + \frac{BCD}{bcd}$. On a rejetté l'unité dans ces soustractions du



Fig 263.

264.

265.

266.

267.

268.

26

Corol. 11, comme n'étant d'aucune considération en comparaison de la distance de l'objet.

274. *Corol.* 13. Puisque l'œil, les verres & l'objet sont placés dans un ordre donné, leurs intervalles O A, A B, B C, &c. doivent être regardés comme étant tous positifs; & puisque chaque terme dans cette équation, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{AB}{ab}+\frac{AC}{ac}+\frac{BC}{bc}+\frac{ABC}{abc}=O$, en plaçant trois verres A, B, C, comme ci-dessus est positif, la somme des termes ne peut pas être zero, & par conséquent les rayons ne peuvent pas tomber sur l'œil par des lignes paralleles, à moins que l'un des foyers ne soit négatif, ou que l'un des verres ne soit convexe. Mais dans un télescope que l'on suppose composé de deux lentilles concaves, nous avons $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{AB}{ab}=O$ ou $AB=-a-b$. Ce qui fait voir que A B, intervalle des deux verres, doit être égal à la somme ou à la différence de leurs foyers, selon qu'ils sont tous deux convexes, ou l'un convexe & l'autre concave. Dans le premier cas nous avons O P à O π comme $-\frac{1}{a}$ est à $-\frac{1}{b}$ ou comme b est à $-a$, par le Corol. 12, où la valeur négative de O π fait voir que l'objet doit paroître renversé (art. 250). Dans le second cas nous avons O P à O π comme b est à a; ce qui fait voir que l'objet doit paroître droit. Fig. 261, 262.

276. *Corol.* 14. Si l'on place trois verres concaves, comme ci-devant; nous aurons $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{AB}{ab}+\frac{AC}{ac}+\frac{BC}{bc}+\frac{ABC}{abc}=O$, (art. 273) ou $b+a+\frac{ab}{c}+AB+\overline{AB+BC}\times\frac{b}{c}+\frac{aBC}{c}+\frac{ABC}{c}=O$, ou $\overline{AB+a+b},c+\overline{AB+a},b+\overline{AB+a+b},BC=O$, ou $\overline{AB+a+b},\ \overline{BC+c}+\overline{AB+a},\ b=O$. Supposons tous les verres convexes, alors $AB-a-b$ est à $AB-a$, comme b est à $BC-c$, & par cette proportion on aura l'un des intervalles A B, B C, lorsqu'on aura choisi

l'autre comme plus convenable. Nous avons O P à O n comme $\frac{bc}{a}$ est à B C $- b - c$, (art. 273), par où l'on voit que si BC est positif ou plus grand que $b + c$, l'objet doit paroître droit (art. 250). Faites B C $- b - c = b$, ou B C $= 2b + c$, l'objet paroîtra droit & grossi en raison de O P à O n ou de c à a, quelle que soit la longueur de b. Pour déterminer l'autre intervalle A B, nous avons A B $- a - b$ est à A B $- a$ comme b est à B C $- c$ ou $2b$ par la supposition. Donc $2\,AB - 2a - 2b = AB - a$, & $AB = a + 2b$. Donc si l'on fait $b = a$, on aura $AB = 3a$ & $BC = 2a + c$.

276. *Coroll.* 15. Mais pour les rayons d'un pinceau qui doivent sortir paralleles les uns aux autres d'un nombre quelconque de verres, il faut seulement que leur dernier foyer se confonde avec le foyer principal du dernier verre ; comme il est évident, si l'on conçoit que les rayons émergents doivent retourner en arrière dans les mêmes lignes paralleles. On peut donc prendre tous les intervalles des verres, excepté le dernier, comme on le trouvera le plus convenable pour d'autres vues. Et alors, si le point O est le foyer des rayons incidents, leurs autres foyers successifs f, g, h, i &c. après leurs réfractions en A, B, C, D, &c. se trouveront aisément par les regles suivantes (art. 256)

Fig. 264.

$$fA = \frac{OA,\ a}{OA + a};\ gB = \frac{\overline{fA + AB},\ b}{\overline{fA + AB} + b};\ hC = \frac{\overline{gB + BC},\ c}{\overline{gB + BC} + c};\ iD = \frac{\overline{hC + CD},\ d}{\overline{hC + CD} + d};$$

&c. Faisant bien attention aux signes de f A, g B, h C, &c. & à les placer en avant ou selon le cours des rayons lorsqu'ils sont négatifs, & en arrière lorsqu'ils sont positifs. Par exemple dans un télescope composé de quatre verres convexes, en supposant que les rayons tombent paralleles sur l'oculaire A, on doit faire la ligne A O infinie, & par conséquent $fA = -a$. Donc $gB = \frac{-a + AB}{-a + AB - b} \times -b$, ce qui étant supposé infini, afin que les rayons puissent aller parallelement entre les verres A, B, donne $-a + AB - b = 0$, ou $AB = a + b$. Donc de quelque grandeur que soit l'inter-

valle BC, nous avons $hC = -c$, & par conſéquent $iD = \frac{-c+CD}{-c+CD-d} \times -d$, qui devenant infini, afin que les rayons puiſſent en ſortir paralleles, donne $-c+CD-d = O$, ou $CD = c+d$. Maintenant lorſque les quatre verres ſont concaves, la raiſon de la grandeur apparente à la vraie, ou de OP à $O\pi$ eſt celle de $-\frac{1}{a}$ à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{BC}{bc} + \frac{BD}{bd} + \frac{CD}{cd} + \frac{BCD}{bcd}$, (art. 273) ou de $-\frac{bcd}{a}$ à $\overline{DC+d+c}$, $\overline{CB+b} + \overline{DC+d}$, c; par une réduction ſemblable à celle du Corol. 14. ou dans les quatre verres convexes, comme $-\frac{bcd}{a}$ à $\overline{DC-d-c}$, $\overline{CB-b} + \overline{DC-d}, -c$; ou parce que $CD = c+d$, comme $= \frac{bcd}{a}$ à $-cc$, ou comme db à ca, ou faiſant $b = a$, comme d eſt à c, quelle que ſoit la diſtance des foyers des verres égaux A, B; & la valeur poſitive de $O\pi$ fait voir que l'objet doit paroître droit (art. 250.)

277. *Corol.* 16. Dans un microſcope compoſé de deux verres convexes A & B, ſi l'objet PL eſt placé en g, que l'on trouve comme ci-devant (art. 276), les rayons reviendront à l'œil par des lignes paralleles; & alors, par le Corol. 11 la diſtance apparente $O\pi = a \times 1 - \frac{\overline{BP}}{b} = \frac{a}{b} \times \overline{b - BP} = -\frac{a}{b} \times Pb$, faiſant $Bb = b$; & ainſi la grandeur apparente eſt à la vraie, ou OP eſt à $O\pi$ comme $OP : -\frac{a}{b} Pb$; c'eſt-à-dire en raiſon compoſée de $b : a$ & de $OP : Pb$: & la valeur négative de $O\pi$ fait voir que l'objet doit paroître renverſé. Fig. 265.

278. *Coroll.* 17. Delà il ſuit encore que lorſque l'objet eſt éloigné comme dans un téleſcope, la grandeur apparente eſt à la vraie, comme $b : a$; parce que la raiſon de $OP : Pb$ devient une raiſon d'égalité.

279. *Coroll.* 18. Puiſque l'aire d'un objectif eſt la baſe

commune de tous les pinceaux qui viennent de différents points d'un objet, soit qu'il soit proche ou éloigné ; le rayon du milieu de chaque pinceau passera directement par le milieu de ce verre. On peut donc regarder ce point du milieu comme le foyer d'où ces rayons moyens coulent sur le verre, ou sur les verres suivants ; & par conséquent si ces rayons sortent du dernier verre pour se réunir à un foyer, & si la prunelle de l'œil est placée à ce foyer, elle recevra tous les rayons moyens quand même ils seroient réunis à un point, & si elle est plus ouverte,
Fig. 266. elle recevra autant de rayons collatéraux de chaque pinceau que son ouverture en pourra contenir, & quelquefois les pinceaux entiers L'aire visible de l'objet sera donc la plus grande, lorsque l'œil sera dans ce foyer. Car en remuant la prunelle de part & d'autre de ce foyer, jusqu'à ce qu'elle vienne à l'endroit du pinceau des rayons moyens, où sa section est aussi grande que la prunelle, les plus extérieurs de ces rayons commenceront à être exclus de la prunelle, & alors l'aire visible de l'objet commencera à se resserrer. Et de même, si les rayons moyens sont divergents, en partant d'un foyer au-delà de l'oculaire, les plus écartés seront exclus par degrés de la prunelle, pendant qu'elle s'éloignera de ce foyer ou de l'oculaire, & par conséquent l'aire visible sera la plus grande en ce cas, lorsque la prunelle sera tout auprès de l'oculaire. Maintenant ce foyer O des rayons émergents, lorsque le centre de l'objectif est le foyer des rayons incidents, peut se trouver en différentes manières. Par l'art. 271, si B est le foyer des rayons incidents & que le verre A soit concave, $AO = \frac{AB}{1 + \frac{AB}{a}}$; & si C est le foyer des rayons incidents, & que les verres B, A soient concaves,

$$AO = \frac{AC + \frac{ABC}{b}}{1 + \frac{AC}{a} + \frac{BC}{b} + \frac{ABC}{ab}},$$

& ainsi de suite ; & si l'un des deux verres est convexe, on changera les signes de leurs foyers. Par exemple dans le télescope de *Galilée* où le verre A est concave & $AB = b - a$, nous avons $AO = a - \frac{aa}{b}$,

ou

où a étant plus grand que $\frac{aa}{b}$, AO est positif, & par conséquent dans le sens contraire à la route des rayons par rapport à A (art. 270). Ils sortent donc de A divergents depuis O ; & ainsi l'aire visible sera la plus grande, lorsque l'œil sera joint au verre A. Dans le télescope astronomique, $AO = -a - \frac{aa}{b}$, en faisant la ligne a négative à cause de l'oculaire convexe. Ici le point O est en dehors du télescope, un peu plus loin de l'oculaire que n'est son principal foyer, le petit surplus $\frac{aa}{b}$ étant : a : : a : b. Dans le télescope composé de deux oculaires convexes placés en sorte que $AB = a + 2b$ & $BC = 2b + c$, (art. 275), & par conséquent $AC = a + 4b + c$; si l'on substitue ces valeurs dans la regle précédente, on aura $AO = -a - \frac{aa}{b} - \frac{aa}{c}$ ou lorsque $b = a$, $AO = -2a - \frac{aa}{c}$. Ici la place de l'œil n'est pas de beaucoup plus éloignée de A que deux fois son foyer. Fig. 267.

280. *Corol.* 19. La dernière image pl est à l'objet PL, comme Op, distance de l'image à l'œil, est à $O\pi$ distance apparente de l'objet. Car les triangles plO, $\pi\lambda O$ sont semblables, & $\pi\lambda$ est égale à PL. Fig. 258.

LEMME.

281. Imaginons qu'un pinceau de rayons, après différentes réflexions & réfractions successives sur différentes surfaces, appartienne à différents foyers successifs, comme dans les télescopes ; si ensuite une partie de ce pinceau est arrêtée par un obstacle d'une figure quelconque, & dans un lieu quelconque, l'autre partie qui n'est pas arrêtée, appartiendra aux mêmes foyers successifs que le faisoit le total. Par conséquent lorsque différentes images successives sont formées par les foyers successifs de différents pinceaux, leurs places, leurs figures & leurs grandeurs continueront d'être les mêmes qu'auparavant, après que quelques parties de ces pinceaux auront été arrêtées. Donc pour déter-

miner les foyers & les images formées par ces pinceaux partiels, on peut se servir de quelques lignes d'un pinceau le long desquelles les rayons pourroient passer, comme s'ils y passoient effectivement, ou comme si ces lignes avoient les propriétés des rayons, & toutes les conclusions seront les mêmes dans l'un & dans l'autre cas, excepté en ce qui concerne la clarté apparente.

PROPOSITION II.

282. *Les distances des foyers étant données avec les ouvertures d'un nombre quelconque de surfaces réfléchissantes, soit concaves, soit convexes, placées à des distances quelconques les unes des autres, & par rapport à l'œil & à l'objet; trouver la distance apparente, la grandeur, la situation, le degré de distinction & de clarté de l'objet vu par des rayons réfléchis successivement de toutes les surfaces, & en même tems le plus grand angle de vision & l'aire visible de l'objet, aussi bien que la surface particulière dont l'ouverture limite l'un & l'autre?*

Distance apparente.

Fig. 268.

283. Soit l'objet PL vu par des rayons qui en revenant de l'œil en O à l'objet en P, sont réfléchis successivement par les surfaces sphériques A, B, C, dont les distances à leurs foyers sont les lignes *a*, *b*, *c*, & dont l'axe commun est la ligne OABCP. Prenez une ligne $O\pi = OA + AB + BC + CP$

$$+ \frac{OA.\ \overline{AB + BC + CP}}{a} + \frac{\overline{OA + AB}.\ \overline{BC + CP}}{b}$$

$$+ \frac{\overline{OA + AB + BC}.\ CP}{c} + \frac{OAB.\ \overline{BC + CP}}{ab} + \frac{OA.\ \overline{AB + BC}.\ CP}{ac}$$

$$+ \frac{\overline{OA + AB}.\ BCP}{bc} + \frac{OABCP}{abc}$$

, & que les termes qui seront appliqués aux distances des foyers d'un nombre impair de surfaces concaves, soient regardés comme négatifs, & les autres comme positifs. La ligne $O\pi$ sera la distance apparente de l'objet.

Grandeur & situation apparentes.

284. Sa grandeur apparente sera à la véritable, comme OP est à $O\pi$. Et si la valeur de $O\pi$ est positive, l'objet paroîtra droit, si elle est négative il sera renversé.

Distinction apparente.

285. Lorsque $O\pi$ est positive, elle est placée devant l'œil, & lorsqu'elle est négative, elle est derrière. Soit ensuite l'œil

reculé de O en A, afin que sa distance à la prochaine surface disparoisse, & qu'alors A π soit la distance apparente de l'objet P L, laquelle sera trouvée & placée comme ci-devant; soit encore A p : A π comme A O est à la différence de O Π à A π, si les deux sont du même côté de O & A, & à leur somme si elles sont de différents côtés, & que l'ordre des points A, p, π soit le même que celui des points O, p, Π; on pourra par la situation du point p former un jugement du degré de distinction avec lequel l'objet paroîtra. Car les rayons qui viennent du point P, seront disposés après toutes les réflexions, à tomber sur l'œil en tendant du point p, lorsqu'il est devant l'œil, ou vers le point p, lorsqu'il est derrière l'œil.

286. Que les lignes A R, B S, C T soient les demi-diamètres des ouvertures données des surfaces A, B, C, & que O β soit la distance apparente de la ligne B S vue par la réflexion du miroir A, & O γ la distance apparente de la ligne C T vue par les réflexions des miroirs B & A, qu'il faut trouver comme ci-devant; élevez les perpendiculaires $\beta\sigma$ égale à B S & $\gamma\tau$ égale à C T, & alors le moindre des angles que chacune des perpendiculaires A R, $\beta\sigma$, $\gamma\tau$ soutient en O, sera la moitié du plus grand angle de vision. Angle visuel.

287. Soit cet angle visuel β O σ, & soit O σ prolongée en sorte qu'elle coupe en quelque point Λ la perpendiculaire à l'axe en Π; soit prise P L égale à $\Pi\Lambda$; ce sera le demi-diamètre de la plus grande aire de l'objet que l'œil en O puisse découvrir d'un seul coup, & par conséquent $\Pi\Lambda$ demi-diamètre de cette aire visible, sera à $\beta\sigma$ ou B S, demi-diamètre de l'ouverture qui la limite, comme O Π distance apparente de cette aire, est à O β distance apparente de cette ouverture. Aire visible.

288. Et par la supposition que β O σ est le moindre de tous les angles soutendus en O par les lignes données A R, $\beta\sigma$, $\gamma\tau$, il s'ensuit que B est le verre dont l'ouverture limite cette vision. Par où elle est limitée.

289. La détermination de la clarté apparente du point P est aussi la même que dans la proposition précédente, & l'on peut encore la déterminer d'une autre manière. Si un autre œil en P peut voir toute la prunelle de l'œil placé en O ou même plus, par la réflexion des mêmes miroirs, le point P paroîtra Clarté apparente.

auſſi brillant en O que ſi l'on ôtoit les miroirs; mais ſi l'œil en P ne peut voir qu'une partie de la prunelle en O, le point P paroîtra moins brillant à l'œil placé en O, qu'auparavant, & en même proportion que la partie viſible de la prunelle eſt moindre que le tout; en ſuppoſant qu'aucune partie des rayons incidents n'a été interceptée ou perdue par les réflexions, ou qu'il ne s'en eſt perdu qu'une partie inſenſible. Maintenant l'aire viſible de l'œil en O vue du point P peut ſe déterminer comme ci-devant.

Fig. 269. 290. La démonſtration de cette propoſition eſt préciſément la même que celle de la précédente, en ſubſtituant ſeulement aux mots de lentilles concaves ceux de ſurfaces convexes, & les réflexions à la place des réfractions, & en ſe rapportant au 207ᵉ. article au lieu du 239ᵉ, & ſi les intervalles OA, AB, BC, CP pris ſelon le cours des rayons, ſont joints enſemble en une ligne continue OABCP, on voit par l'inſpection du théorême ſur la diſtance apparente, que ſon expreſſion par les parties de cette ligne continue ſera tout à fait la même que celle du théorême par les lentilles; ſçavoir $O\pi = OP + \frac{OAP}{a} + \frac{OBP}{b} + \frac{OCP}{c} + \frac{OABP}{ab} + \frac{OBCP}{bc} + \frac{OABCP}{abc}$. On peut auſſi appliquer à cette propoſition les Corollaires de la précédente concernant la clarté apparente.

291. *Corol.* 1. Si quelques-unes des ſurfaces réfléchiſſantes ſont planes, on peut les conſidérer comme des portions de ſurfaces ſphériques dont les diamètres & les diſtances aux foyers ſont infinis, & alors les termes de la valeur de la diſtance apparente, qui ſeront diviſés par ces diſtances infinies des foyers, diſparoîtront. Ainſi ſuppoſé que la ſurface B ſoit un plan réfléchiſſant, on aura $O\pi = OA + AB + BC + CP$
$+ \frac{OA.\overline{AB+BC+CP}}{a} + \frac{\overline{OA+AB+BC}.CP}{c} + \frac{OA.\overline{AB+BC}.CP}{ac}$.
Et ſi les ſurfaces A, B & C ſont toutes planes, $O\pi = OA + AB + BC + CP$, qui eſt la ſomme de toutes les


UNIV.
OF
MICH.

Fig. 270.

271.

273.

277.

lignes décrites par le mouvement réciproque du rayon le plus près de l'axe, en paſſant de l'œil à l'objet.

292. *Corol.* 2. Lorſque les rayons, en partant de l'œil, tombent plusieurs fois ſur un objet P L M N après différentes réflexions de deux ſurfaces A, B, l'objet paroîtra à autant de diſtances différentes. Par exemple, ſi les ſurfaces A & B étoient toutes les deux convexes, on auroit après une réflexion en A, $O\pi = OA + AP + \frac{OAP}{a}$, & après deux réflexions en A & B, Fig. 270.

$$O\pi 2 = OA + AB + BP + \frac{OA.\ \overline{AB+BP}}{a} + \frac{\overline{OA+AB}.\ BP}{b} + \frac{OABP}{ab}$$

; & après trois réflexions en A, B & A, $O\pi 3 =$

$$OA + AB + BA + AP + \frac{OA.\ \overline{AB+BA+AP}}{a} + \frac{\overline{OA+AB}.\overline{BA+AP}}{b} + \frac{\overline{OA+AB+BA}.\ AP}{a} + \frac{OAB.\ \overline{BA+AP}}{ab} + \frac{OA.\ \overline{AB+BA}.\ AP}{aa} + \frac{\overline{OA+AB}.\ BAP}{ba} + \frac{OABAP}{aba}$$

; & ainſi de ſuite; & par le Corollaire précédent on voit quelles ſeroient les diſtances apparentes, ſi une ou deux des ſurfaces réfléchiſſantes étoient planes, & l'on conçoit aiſément que l'on verra l'un des côtés de l'objet après chaque nombre impair de réflexions, & l'autre côté oppoſé après chaque nombre pair.

293. *Corol.* 3. Il eſt auſſi évident par cette propoſition & par la précédente, que toutes les apparences d'un objet pourront ſe déterminer par les mêmes regles générales, lorſqu'on les verra par des rayons qui en certains endroits de leur paſſage ſeront réfléchis par des ſurfaces d'une eſpèce quelconque, & qui en d'autres ſeront rompus à travers des lentilles d'une eſpèce quelconque, c'eſt-à-dire, que ſi quelqu'une des lignes *a*, *b*, ou *c* eſt la diſtance du foyer d'une lentille concave ou convexe placée en A, B, ou C à la place d'une ſurface convexe ou concave, le théorême général pour la diſtance apparente,

& pour les autres circonſtances requiſes ſera le même qu'auparavant, excepté pour la route des rayons. Les corollaires ſuivants ſont évidents par les corollaires ſemblables de la première propoſition.

294. *Corol.* 4. Pendant que les ſurfaces ſont fixes, ſi l'on ſuppoſe que l'œil & l'objet changent mutuellement de places, la diſtance apparente, la grandeur & la ſituation de l'objet, ſeront les mêmes qu'auparavant.

295. *Corol.* 5. Lorſque les diſtances de l'objet à l'œil & aux ſurfaces ſont incomparablement plus grandes que leurs diſtances entr'elles, alors $O\pi = OP$ par $1 + \frac{OA}{a} + \frac{OA+AB}{b} + \frac{OA+AB+BC}{c} + \frac{OAB}{ab} + \frac{OA.\overline{AB+BC}}{ac} + \frac{\overline{OA+AB}.BC}{bc} + \frac{OABC}{abc}$.

Fig. 269. 296. *Corol.* 6. Lorſque O & h ſont les foyers conjugués d'un pinceau de rayons réfléchis ſucceſſivement par un nombre quelconque de ſurfaces ſphériques A, B, C, la raiſon des angles AOr, Cht, que chaque rayon fait avec l'axe commun des ſurfaces avant la premiere & après la derniere réflexion, eſt la même que celle de 1 à $1 + \frac{OA}{a} + \frac{OA+AB}{b} + \frac{OA+AB+BC}{c} + \frac{OAB}{ab} + \frac{OA.\overline{AB+BC}}{ac} + \frac{\overline{OA+AB}.BC}{bc} + \frac{OABC}{abc}$.

297. *Corol.* 7. Le point O, foyer des rayons incidents étant donné, pour trouver h leur foyer conjugué après les réflexions faites par un nombre quelconque de ſurfaces ſphériques A, B, C; prenez $Ch : OA+AB+BC + \frac{OA.\overline{AB+BC}}{a} + \frac{\overline{OA+AB}.BC}{b} + \frac{OABC}{ab}$, (diſtance apparente de la dernière ſurface C) comme $1 : 1 + \frac{OA}{a} + \frac{OA+AB}{b} + \frac{OA+AB+BC}{c} + \frac{OAB}{ab} + \frac{OA.\overline{AB+BC}}{ac} + \frac{\overline{OA+AB}.BC}{bc} + \frac{OABC}{abc}$, & en gardant la regle de la propoſition pour le ſigne de chaque ligne, on placera Ch depuis C dans un ſens con-

traire au cours des rayons réfléchis par C, si le second & le troisieme termes de la proportion ont des signes semblables, & selon ce cours des rayons, si les signes sont différents; *h* sera le foyer conjugué du point O.

298. *Corol.* 8. Donc si les surfaces réfléchissantes A, B, C sont toutes planes, on aura $Ch = OA+AB+BC$, & dans la position contraire au cours des rayons réfléchis par C.

299. *Corol.* 9. Lorsque l'objet & les surfaces A, B, C sont placés à telles distances l'un de l'autre, que les rayons dans chaque pinceau tombent sur l'œil en lignes paralleles, alors la distance apparente $O\pi = -a$ par $1 + \frac{BC+CP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{BCP}{bc}$ ou $= AB+BC+CP+\frac{AB.\overline{BC+CP}}{b}+\frac{\overline{AB+BC}.CP}{c}+\frac{ABCP}{bc}$. Et cette distance apparente, & par conséquent la grandeur apparente, la situation, la distinction & la clarté de l'objet seront invariables, en quelque endroit que l'œil soit placé.

300. *Corol.* 10. Lorsque les rayons de chaque pinceau tombent sur l'œil en lignes paralleles, l'objet & les surfaces A, B, C, sont placés à telles distances que $1 + \frac{AB+BC+CP}{a} + \frac{BC+CP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{AB.\overline{BC+CP}}{ab} + \frac{\overline{AB+BC}.CP}{ac} + \frac{BCP}{bc} + \frac{ABCP}{abc} = 0$. Et par conséquent lorsque l'objet est éloigné, les surfaces sont placées à telles distances que $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{AB}{ab}+\frac{AB+BC}{ac}+\frac{BC}{bc}+\frac{ABC}{abc}=0$, & au contraire.

301. *Corol.* 11. Dans un télescope que l'on suppose composé de deux surfaces convexes A & B, la grandeur apparente de l'objet est à la véritable, ou OP à $O\pi :: -\frac{1}{a} : \frac{1}{b}$; & dans un télescope composé de trois surfaces pareilles A, B, C, $OP : O\pi :: -\frac{1}{a} : \frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{BC}{bc}$, & dans celui qui est composé de quatre pareilles A, B, C, D, $OP : O\pi :: -\frac{1}{a} : \frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}+\frac{BC}{bc}+\frac{BC+CD}{bd}+\frac{CD}{cd}+\frac{BCD}{bcd}$, & ainsi de suite.

302. *Corol.* 12. Dans la figure pour les télescopes de réflexion, Fig. 272.

soient les points *a*, *b*, *c*, principaux foyers des surfaces respectives données A, B, C, lorsque les rayons dans chaque pinceau seront paralleles avant la premiere & la derniere réflexion en A & C, les points *a*, *c*, seront les foyers conjugués par rapport à la réflexion intermédiaire des mêmes rayons par la surface B. Donc, si l'on prend l'intervalle A B, & par conséquent celui *ab* comme le plus convenable, on dira comme *ba* : *b*B : : *b*B : *bc*, le point *c* sera déterminé, (art. 207), & par conséquent le point C & l'intervalle B C. Maintenant si toutes les surfaces sont concaves, la grandeur apparente est à la véritable : : $\frac{1}{a} : -\frac{1}{b} - \frac{1}{c} + \frac{BC}{bc}$, (art. 301) ou : : $\frac{bc}{a}$: B C — *b* — *c*, ou *bc*, intervalle des foyers *b* & *c* ; c'est-à-dire, en raison composée de *c* : *a* & de *b* : intervalle *bc*. Ce qui étant positif fait voir que l'objet doit paroître droit (art. 285). Mais si la surface B est convexe, & qu'il n'y ait que A & C qui soient concaves, la grandeur apparente sera à la vraie comme $\frac{1}{a} : \frac{1}{b} - \frac{1}{c} - \frac{BC}{bc}$ ou : : $\frac{bc}{a}$: *c* — *b* — B C ou — *bc*, intervalle des foyers *b* & *c* ; c'est-à-dire, en raison composée de *c* : *a* & de *b* : *bc*, intervalle de *b* & *c* ; ce qui étant négatif fait voir que l'objet paroîtra renversé. Et si l'intervalle *bc* ou la raison de $\frac{bc}{a}$: intervalle *bc* se prend la premiere, on déterminera les places de A & *a* en prenant *bc*, *b*B, *ba* en proportion conrinue.

Telle est la théorie des télescopes ; mais pour la réduire en pratique, il faut faire la distance du foyer, & la largeur de la surface B fort petites, afin qu'elle ne puisse pas intercepter trop de rayons, lorsqu'ils passent de l'objet au grand miroir concave C, & en faisant un trou modéré au milieu de ce concave C, pour y faire passer les rayons après la réflexion par le miroir B ; & en substituant une lentille convexe à la place de la surface concave en A, en sorte que le spectateur puisse viser à l'objet. Car en supposant que cette lentille a la même distance de foyer que la surface concave en A, la distance apparente, la grandeur, la situation, la distinction & la clarté de l'objet continueront d'être les mêmes qu'auparavant (293.)

303. *Corol*

303. *Corol.* 13. Donc si la surface sphérique en B devient un plan, en augmentant à l'infini son demi-diamètre & la distance de son foyer bB, la raison de bB à l'intervalle bc deviendra une raison d'égalité; & alors la grandeur apparente sera à la vraie grandeur comme $c : a$, par le corollaire précédent. Maintenant lorsque cette raison de $Cc : Aa$ est fort grande, le foyer commun a peut n'atteindre que fort peu le dedans du concave Ct, quoique l'oculaire soit placé dans le trou en C. Ainsi Ba & Bc étant maintenant égaux, ou Bc étant la moitié de ca, doit être presque la moitié de Cc, & par conséquent la largeur du plan Bs doit être presque la moitié de celle du concave Ct pour recevoir tout le pinceau réfléchi par Ct, & alors il intercepteroit aussi presque la moitié des rayons incidents qui viennent de l'objet. Mais si l'on tourne obliquement le plan Bs pour réfléchir les rayons par ses côtés vers l'oculaire A, on peut diminuer sa distance au point c, & par conséquent sa largeur à volonté, sans altérer la grandeur apparente, que le plan n'augmente ni ne diminue jamais. Car faisant b infinie dans le cor. 9. CP ou $OP : O\pi :: c : -a$. Fig. 272.

304. *Corol.* 14. Lorsque les rayons qui viennent d'un objet voisin PL, arrivent à l'œil en lignes paralleles après deux réflexions aux surfaces concaves B & A, ou après une réflexion en B & une réfraction par une lentille convexe en A, dont la distance au foyer est $= a$, la distance apparente de l'objet à l'œil en un point O est $a \times \overline{1 - \frac{BP}{b}}$ ou $\frac{a}{b} \times \overline{b - BP}$ (art. 299) ou $-\frac{a}{b} Pb$; laquelle étant négative fait voir que l'objet doit paroître renversé. (art. 284.) Donc la grandeur apparente est à la véritable, ou la vraie distance à la distance apparente, comme $OP : \frac{a}{b} Pb$, ou en raison composée de $b : a$ & de $OP : Pb$. Dans ces microscopes de réflexion l'objet PL étant fort petit, ne peut intercepter que fort peu de rayons dans leur passage de B en A. Fig. 273.

305. *Corol.* 15. Delà il suit aussi que lorsque l'objet est éloigné, comme dans un télescope de réflexion composé d'un

grand miroir concave & d'un oculaire convexe, la grandeur apparente de l'objet est à la véritable comme $b : a$, parce que la raison de OP à Pb devient une raison d'égalité, & parce que le plan réfléchissant n'altère pas la grandeur apparente.

306. *Corol.* 16. La place de l'œil dans les télescopes de réflexion, où les rayons moyens de chaque pinceau se coupent mutuellement, peut se trouver en prenant Ba, BA, BO en proportion continue (art. 239); parce que la surface réfléchissante B répond à ce que nous avons dit de l'objectif d'un télescope de réfraction, dans le 279e. article, comme on le voit par l'inspection de la 64e. figure.

PROPOSITION III.

307. *Ayant les distances des foyers & les ouvertures d'un nombre quelconque de surfaces sphériques, qui séparent des milieux donnés quelconques, & sont placées à des distances quelconques l'une de l'autre & par rapport à l'œil & à l'objet; il est question de trouver la distance apparente, la grandeur, la situation, le degré de distinction & de clarté d'un objet vû à travers tous ces milieux, & en même tems le plus grand angle de vision & l'aire visible avec l'ouverture particulière qui limite l'un & l'autre.*

Distance apparente.

Fig. 274.

308. Soit PL un objet vu par l'œil en O à travers un nombre quelconque de surfaces sphériques placées en A, B, C, dont les centres a, b, c, sont tous dans la ligne OP, & dont les distances aux foyers des rayons qui tombent paralleles sur leurs côtés du côté de l'œil, sont les lignes a, b, c. Supposons d'abord que les demi-diamètres, Aa, Bb, Cc sont tous placés du même côté par rapport à leurs surfaces; & qu'ils sont tous séparés l'un de l'autre, & de l'œil aussi bien que de l'objet; & que le milieu qui joint le côté concave de chaque surface est plus rare ou moins réfractif que celui qui joint le côté convexe. Prenez ensuite une ligne $On = OP + \frac{Oa.AP}{a} + \frac{Ob.BP}{b} + \frac{Oc.CP}{c} + \frac{Oa.Ab.BP}{ab} + \frac{Oa.Ac.CP}{ac} + \frac{Ob.Bc.CP}{bc} + \frac{Oa.Ab.Bc.CP}{abc}$, & ce sera la distance apparente de l'objet.

Dans tous les autres cas, les lignes OP, AP, BP, CP, resteront toujours positives dans cette valeur de OP, mais chacune des lignes Oa, Ob, Oc sera négative si elle est placée en deça de l'œil par derrière; en second lieu chacune des lignes Aa, Bb, Cc sera négative, si elle tend vers l'œil depuis la surface qui la termine; troisièmement chacune des distances aux foyers sera négative, si l'ordre des densités des milieux subsistant comme dans le premier cas, le demi-diamètre de la surface à laquelle il appartient est situé de l'autre côté de cette surface, ou si la position du demi-diamètre restant comme auparavant, les densités des milieux contigus sont transposées au côté opposé de cette surface. Le signe de chaque ligne comprise dans la valeur précédente de Oπ étant ainsi déterminé, on regardera comme négatif celui de chacun de ses termes qui contient un nombre impair de lignes négatives & comme positifs les autres termes. Oπ, ou la somme de tous les termes selon leurs signes, sera la distance apparente de l'objet.

309. Et la grandeur apparente de l'objet sera à sa vraie grandeur comme OP est à Oπ. *Grandeur apparente.*

310. Et si la valeur de Oπ est positive, l'objet paroîtra droit; si elle est négative, il paroîtra renversé. *Situation apparente.*

311. Lorsque Oπ est positive, il faut la placer devant l'œil, & si elle est négative derrière. Imaginez ensuite que l'œil est éloigné de O en a, afin que sa distance au centre de la surface prochaine puisse disparoître, & alors soit aπ la distance apparente de l'objet que l'on trouvera, & que l'on placera de la même manière que Oπ; soit ensuite ap : aπ :: aO : à la différence de Oπ & aπ, si ces deux lignes sont du même côté de O & A, ou à leur somme si elles sont de différents côtés, & que l'ordre des points a, p, π soit le même que celui des points O, p, π; on pourra par la situation de ce point p, juger de la distinction avec laquelle l'objet paroîtra; parce que p est la place de la dernière image de l'objet. *Distinction apparente.*

312. Les déterminations de l'angle visuel & de l'aire visible & de l'ouverture qui les limite, sont les mêmes que celles de la proposition pour les lentilles (art. 252). *Angle visuel & aire visible.*

313. Puisque la grandeur de la prunelle est sujette à varier *Clarté apparente.*

par les différents degrés de lumière, soit N O son demi-diamètre, lorsque l'objet P L est vu par l'œil nud à la distance O P, & sur un plan qui touche l'œil en O, soit O K le demi-diamètre de la plus grande aire visible par rapport à un autre œil en P par toutes les ouvertures, qu'il faudra trouver comme on a trouvé P L; ou ce qui revient au même, soit O K le demi-diamètre de la plus grande aire éclairée par un pinceau de rayons qui coulent de P par toutes les ouvertures. Lorsque cette aire n'est pas moindre que celle de la prunelle, la clarté apparente du point P vû par les rayons rompus, sera à sa clarté apparente étant vû par un milieu uniforme & par des rayons non rompus, en raison composée de la grandeur apparente, à la vraie grandeur d'une surface en O vue de P, & de la vraie grandeur à la grandeur apparente d'une surface en P vue de O. Mais si l'aire éclairée en O est moindre que l'aire de la prunelle, la clarté apparente de P vu par les rayons rompus, sera à sa clarté apparente étant vu par des rayons non rompus, en raison composée des deux premières raisons & de cette aire éclairée, à l'aire de la prunelle. Ce seroit là la proportion de la clarté apparente, si tous les rayons étoient transmis par les milieux, ou s'il n'y en avoit qu'une partie insensible qui fût arrêtée par les réflexions faites aux surfaces & par l'opacité de la matière.

DÉMONSTRATION.

Distance apparente. Fig. 275.

314. La première partie de la démonstration de la première de ces propositions (art. 256) donne $On = OA \times \frac{fA+AB}{fA} \times \frac{gB+BC}{gB} \times \frac{hC+CP}{hC}$, & par ce théorême on aura On dès qu'on aura trouvé fA, gB, hC. On peut trouver ces lignes par le 238e. article; car supposant qu'une ligne aB est la distance du foyer de la surface A, lorsque les rayons tombent paralleles sur son côté tourné vers l'objet, nous avons $OB : aB :: OA : fA$; donc puisqu'on a supposé que la ligne a est l'autre distance du foyer de cette surface, & que par conséquent elle est égale à

α B (art. 224), nous aurons $fA = \frac{OA.\ a}{OA + a}$; $gB = \frac{\overline{fA + AB} \times b}{fA + Ab + b}$; $hC = \frac{\overline{gB + BC} \times c}{gB + Bc + c}$. D'où il est aisé de conclure qne si l'œil en O voit un objet en B au travers d'une surface en A, sa distance apparente $O\beta = OB + \frac{Oa.AB}{a}$; que si l'œil en O voit un objet en C à travers deux surfaces en A & en B, sa distance apparente $O\gamma = OC + \frac{Oa.AC}{a} + \frac{Ob.BC}{b} + \frac{Oa.Ab.BC}{ab}$; & si l'œil en O voit un objet PL à travers trois surfaces en A, B, C, sa distance apparente $O\pi = OP + \frac{Oa.\ AP}{a} + \frac{Ob.BP}{b} + \frac{Oc.CP}{c} + \frac{Oa.\ Ab.BP}{ab} + \frac{Oa.\ Ac.CP}{ac} + \frac{Ob.\ Bc.CP}{bc} + \frac{Oa.\ Ab.Bc.CP}{abc}$. Les regles que nous avons données pour déterminer les signes de chaque ligne dans ce théorême sont évidentes, si l'on fait réflexion que les points O, A, B, C, P sont fixes dans tous les cas; que les figures des surfaces & la position de leurs centres peuvent varier par l'augmentation de leurs demi-diamètres Aa, Bb, Cc jusqu'à devenir infinies & ensuite négatives, aussi bien que les distances des foyers; que la densité des milieux peut varier par degrés jusqu'à changer d'espèce &c.

La détermination de la grandeur apparente est évidente par l'article 141; & celle de la situation apparente par l'art. 139.

315. Achevez le rectangle LP$\varpi\lambda$, & joignez $a\lambda$ qui rencontre OΛ en l, la ligne lp perpendiculaire à l'axe sera la dernière image de l'objet LP; parce que le même point L est vû par un rayon qui tombe sur l'œil en O dans la direction ΛlO, & par un rayon qui tombe sur l'œil en a dans la direction λla, & par conséquent le point l où ces deux lignes OΛ, $a\lambda$ se coupent est le foyer des rayons émergents. Or puisque les triangles apl, $a\varpi\lambda$ & Opl, O$\pi\Lambda$ sont équiangles, nous avons $ap : a\varpi :: (pl : \varpi\lambda$ ou $\pi\Lambda$, ou ::) Op : Oπ ou :: O$p \mp ap$: O$\pi \mp a\varpi$, selon que p tombe en dehors ou en dedans de la ligne Oa, & par conséquent selon que Oπ & $a\varpi$ sont du même côté de O & a ou de différents Distinction apparente. Fig. 276.

côtés. Et l'ordre des points *a*, *p*, *n* est le même que celui des points *a*, *l*, *λ* ou des points O, *l*, *λ* ou des points O, *p*, *n*.

Clarté apparente. 316. Si OK n'est pas moindre que ON, l'aire de la prunelle sera totalement éclairée par le pinceau qui vient de P. Fig. 259, 260. Soit P*tsr*N un rayon de ce pinceau qui coupe la surface C*t* en *t*, & supposant que les surfaces réfringentes soient toutes écartées, soit un rayon non rompu PMN qui coupe C*t* en M. La quantité de la lumière rompue qui tombe sur NO, est à celle de la lumière non rompue qui y tomberoit, comme l'angle CP*t* à CPM, c'est-à-dire, comme la grandeur apparente de la ligne NO vue de P, à sa grandeur réelle. Et par conséquent en faisant tourner la figure autour de l'axe OP, la quantité des rayons rompus qui remplissent la prunelle est à celle des rayons non rompus qui l'auroient remplie, comme la grandeur apparente d'une surface en O, à la grandeur réelle. Donc puisque la clarté réelle d'une portion ou point physique de la rétine est en raison directe de la quantité de lumière qui tombe sur ce point, & en raison inverse de sa grandeur réelle, la clarté apparente du point P vu par les rayons rompus, sera à sa clarté apparente par les rayons non rompus, en raison composée de la grandeur apparente à la vraie grandeur d'une surface en O vue de P, & de la vraie grandeur à la grandeur apparente d'une surface en P vue de O. Mais si OK est moindre que ON, alors en supposant une moindre prunelle dont le demi-diamètre est OK, on a vu que la clarté apparente de P vu par des rayons rompus qui passent par cette petite prunelle (laquelle est la même que s'ils passoient par une prunelle plus grande) est à sa grandeur apparente vu par des rayons non rompus passant par la même prunelle, dans la même raison composée, & cette dernière clarté apparente de P vu par des rayons non rompus qui passent par la petite prunelle, est à sa clarté apparente vu aussi par des rayons non rompus qui passent par la prunelle plus grande, en raison de la petite prunelle à la plus grande; laquelle raison étant composée avec la première donne la raison requise.

Fig. 274. 317. *Corol.* 1. Lorsque l'objet est si éloigné que les distances OP, AP, BP, CP, doivent être censées égales, alors la

distance apparente $O\pi = OP$ par $1 + \frac{Oa}{a} + \frac{Ob}{b} + \frac{Oc}{c} + \frac{Oa.Ab}{ab}$ $+ \frac{Oa.Ac}{ac} + \frac{Ob.Bc}{bc} + \frac{Oa.Ab.Bc}{abc}$.

318. *Corol.* 2. Donc si O & *h* sont les foyers conjugués d'un pinceau de rayons rompus à travers un nombre quelconque de surfaces A, B, C, la raison des angles A O *r*, C *h t*, formés par les parties incidentes & émergentes d'un rayon avec l'axe des surfaces, sera la même que celle de 1 à $1 + \frac{Oa}{a} + \frac{Ob}{b} + \frac{Oc}{c}$ $+ \frac{Oa.Ab}{ab} + \frac{Oa.Ac}{ac} + \frac{Ob.Bc}{bc} + \frac{Oa.Ab.Bc}{abc}$. Car cette dernière raison est la même que celle de OP à $O\pi$ par le premier Corol., c'est-à-dire, de la grandeur apparente d'un objet éloigné vu de O, à sa vraie grandeur vu de O ou *h* par l'œil nud, ou de l'angle en O à l'angle en *h*. Fig. 275.

319. *Corol.* 3. Donc si O est le foyer des rayons incidents, le foyer *h* des émergents par la dernière surface C, se trouvera en prenant $Ch : O\gamma$ ou $OC + \frac{Oa.AC}{a} + \frac{Ob.BC}{b} + \frac{Oa.Ab.BC}{ab} :: 1$ $: 1 + \frac{Oa}{a} + \frac{Ob}{b} + \frac{Oc}{c} + \frac{Oa.Ab}{ab} + \frac{Oa.Ac}{ac} + \frac{Oa.Bc}{bc} + \frac{Oa.Ab.Bc}{abc}$; & plaçant C *h* contre le cours des rayons, si le second & le troisieme termes de cette proportion ont des signes semblables, & selon leur cours si les signes sont différents. Car achevant le rectangle $\gamma C t \theta$, $Ch : O\gamma ::$ angle $\gamma O \theta : C h t$ (art. 222) c'est-à-dire, dans la raison proposée, (Corol. 2).

320. *Corol.* 4. Lorsque les distances mutuelles des surfaces & de l'objet avec leurs distances aux foyers *a*, *b*, *c*, sont telles que $1 + \frac{AP}{a} + \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{Ab.BP}{ab} + \frac{Ac.CP}{ac} + \frac{Bc.CP}{bc} + \frac{Ab.Bc.CP}{abc} = 0$, les rayons de chaque pinceau tomberont sur l'œil en lignes paralleles, & alors la distance apparente $O\pi$ sera $= a\pi =$ $aP + \frac{ab.BP}{b} + \frac{ac.CP}{c} + \frac{ab.Bc.CP}{bc}$; & cette distance apparente étant invariable, la grandeur apparente, la situation & le degré de distinction & de clarté seront aussi invariables, en quelqu'endroit que l'œil soit placé. Car les rayons tomberont paralleles sur l'œil, lorsque les lignes $O\lambda$, $a\lambda$, seront paralleles, & par

conséquent lorsque $O\pi = a\varpi$ ou $O\pi - a\varpi = o$, & l'on trouve la valeur de $a\varpi$ en faisant disparoître Oa dans la valeur générale de $O\pi$ (art. 308).

321. *Corol.* 5. Donc si l'objet est tellement éloigné, que les distances AP, BP, CP, soient censées égales, les rayons qui viennent paralleles sur la premiere surface, sortiront paralleles de la derniere, si les surfaces sont tellement disposées que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{Ab}{ab} + \frac{Ac}{ac} + \frac{Bc}{bc} + \frac{Ab.Bc}{abc} = o$ & au contraire. Alors $O\pi$

Fig. 277. (ou $a\varpi$) $= OP$ par $1 + \frac{ab}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab.Bc}{bc}$. Par exemple, soit AB l'axe d'un milieu solide, comme d'un verre, & F le foyer commun des rayons qui viennent paralleles sur l'une de ses surfaces, & sortent paralleles de l'autre; lorsque la surface A est concave & B convexe, en changeant le signe de b (parce que l'ordre des densités des milieux contigus est changé), la premiere de ces équations donne $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{Ab}{ab} = o$. Donc $b = a + Ab = FA + Ab = Fb$; & l'autre équation donne $OP : O\pi :: b : b - ab :: Fb : Fb - ab$ ou $Fa :: bB : aA$ (art. 224) $:: FB : FA$; & lorsque la surface A est convexe, la même proportion subsiste en changeant le signe de a. Ainsi on peut faire des télescopes d'un solide continu; mais pour grossir beaucoup ils doivent être fort longs, & par conséquent il se perdra beaucoup de rayons dans cette longueur, comme on l'a trouvé par expérience.

Fig. 278. 322. *Corol.* 6. Soit aF la distance du foyer d'une sphere dont le centre est a ou b. L'objet PL paroîtra à travers à la distance $O\pi = OP - \frac{OaP}{aF}$, si la sphere est plus dense que le milieu environnant; ou $O\pi = OP + \frac{OaP}{aF}$, si elle est plus rare, & ces expressions sont les mêmes que dans une lentille sans épaisseur (art. 248). Car dans la valeur générale de $O\pi = OP + \frac{Oa.AP}{a} + \frac{Ob.BP}{b} + \frac{Oa.Ab.BP}{ab}$; si au lieu de a, b, Ob, Ab, on écrit $-a, -b, Oa, Aa$, respectivement (art. 308) on

on aura dans la sphere dense $O\pi = OP - \frac{Oa.AP}{a} - \frac{Oa.BP}{b} + \frac{Oa.Aa.BP}{ab} = OP - Oa \times (\frac{AP}{a} + \frac{BP}{b} - \frac{Aa.BP}{ab}) = OP - Oa (\frac{AP}{a} + \frac{BP}{a} \times \frac{a - Aa}{b})$ = (parce que Cor. 5., $b = a + Ab$) $OP - Oa(\frac{AP + BP}{a}) = OP - Oa \times \frac{2aP}{a} = OP - \frac{OaP}{aF}$, parce que $aF = \frac{1}{2}a$, comme on le voit par le 227 art., ou par le Corol. 3. Et dans la sphére rare il faut changer le signe de aF.

323. *Corol.* 7. Soit un objet PL vu par l'œil en Q à travers un nombre de milieux donnés & distingués les uns des autres par les plans paralleles Ar, Bs, Ct; & lorsqu'un rayon va de l'œil à l'objet, soit le sinus d'incidence au sinus de réfraction par le plan Ar, comme q est à r, par le plan Bs comme r est à s, & par le plan Ct comme s est à t. Prenez ensuite une ligne $O\pi = OA + \frac{r}{q}AB + \frac{s}{q}BC + \frac{t}{q}CP$, l'objet paroîtra à la même distance, de la même grandeur, dans la même situation, & avec le même degré de distinction & de clarté par tous ces milieux, qu'il paroîtroit étant vû dans un milieu uniforme à la distance $O\pi$. Fig. 258.

On peut prouver cela par le théorême général de la valeur de $O\pi$, en la variant un peu par la substitution des demi-diamètres des surfaces à la place des distances de leurs foyers, dont on a la rélation par l'art. 224, & rendant ensuite les demi-diamètres infinis; mais on le fera plus aisément en cette manière.

Par l'art. 223 nous avons $fA : OA :: q : r$; $gB : fA + AB :: r : s$; $hC : gB + BC :: s : t$. Donc $fA = \frac{q}{r}OA$; $gB = \frac{r}{s}(fA + AB) = \frac{q}{s}OA + \frac{r}{s}AB$; $hC = \frac{s}{t}(gB + BC) = \frac{q}{t}OA + \frac{r}{t}AB + \frac{t}{s}BC$. Mais $O\pi = OA \times \frac{fA + AB}{fA} \times \frac{gB + BC}{gB} \times \frac{hC + CP}{hC} = OA(1 + \frac{AB}{fA}) \times (1 + \frac{BC}{gB}) \times (1 + \frac{CP}{hC})$ comme ci-devant (art. 314). D'où l'on conclud aisément que si l'œil en O voit un objet en B par

un plan A r, sa distance apparente $O\beta = OA + \frac{r}{q} AB$; si l'œil en O voit un objet en C par deux plans A r, B s, sa distance apparente $O\gamma = OA + \frac{r}{q} AB + \frac{s}{q} BC$; si l'œil voit l'objet P par trois plans, $O\pi = OA + \frac{r}{q} AB + \frac{s}{q} BC + \frac{t}{q} CP$, & ainsi de suite. Pour avoir le lieu de la derniere image, soit $OA = o$, donc $A\varpi = \frac{r}{q} AB + \frac{s}{q} BC + \frac{t}{q} CP$. Ce qui fait voir que $A\pi$ & $\varpi\lambda$, & par conséquent la derniere image pl se confondent entiérement. Ce Corollaire est très évident, quant à la clarté de l'objet, si l'on suppose que les surfaces ne réfléchissent aucun rayon, & que tous les milieux sont également transparents.

REMARQUES.

Sur l'art. 256.

1. *De là il est aisé de conclure*, &c. Car nous avons,

$$fA = \frac{OA.\ a}{OA + a}$$

$$gB = \frac{\overline{fA + AB} \times b}{fA + AB + b} = \frac{\overline{OA.\ a + \overline{OA + a}.AB} \times b}{OA.\ a + \overline{OA + a}.AB + \overline{OA + a}.b} = \frac{n\ b}{m} \text{ *pour abréger*}$$

$$hC = \frac{\overline{gB + BC}.\ c}{gB + BC + c} = \left(\frac{\frac{n}{m} \overline{b + BC}.\ c}{\frac{n}{m} b + BC + c} = \right) \frac{\overline{nb + mBC}.\ c}{nb + mBC + mc}.$$

Donc,

$$\frac{AB}{fA} = \frac{OA + a}{OA.\ a}.\ AB.$$

$$\frac{BC}{gB} = \frac{m}{nb} BC$$

$$\frac{CP}{hC} = \frac{nb + mBC + mc}{\overline{nb + mBC}.\ c} CP.$$

Mais nous avons,

$$O\pi = OA \times \overline{1 + \frac{AB}{fA}} \times \overline{1 + \frac{BC}{gB}} \times \overline{1 + \frac{CP}{hC}} \times, \text{ \&c. dans l'article présent.}$$

Donc,

$$O\pi' \text{ ou } O\beta = OA \times \overline{1 + \frac{AB}{fA}} = OA \times \overline{1 + \frac{OA + a}{OA.\ a} AB} = OA + \frac{OA + a}{a} \times AB$$

$$= \frac{n}{a}.$$

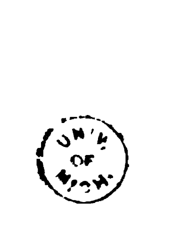

UNIV.
OF
MICH.

Fig. 279.

280.

282.

284.

286.

287.

$O\pi''$ ou $O\gamma = OA \times \overline{1+\frac{AB}{fA}} \times \overline{1+\frac{BC}{gB}} = \frac{n}{a} \times \overline{1+\frac{BC}{gB}} = \frac{n}{a} \times \overline{1+\frac{m}{nb}BC} = \frac{n}{a} + \frac{m}{ab}BC.$

$O\pi'''$ ou $O\delta = OA \times \overline{1+\frac{AB}{fA}} \times \overline{1+\frac{BC}{gB}} \times \overline{1+\frac{CP}{hC}} = \overline{\frac{n}{a}+\frac{m}{ab}BC} \times \overline{1+\frac{CP}{hC}} = \frac{nb+mBC}{ab} \times \overline{1+\frac{nb+mBC+mc}{nb+mBC.\,c}.CP} = \frac{nb \times mBC}{ab} + \frac{nb+mBC+mc}{abc}CP = \frac{n}{a} + \frac{m}{ab}BC + \frac{m}{ab}CP + \frac{n}{ac}CP + \frac{m}{abc}BCP.$

Rétablissez les valeurs de m & n, & vous aurez,

$O\beta = OA + \frac{OAB}{a} + AB = OB + \frac{OAB}{a}.$

$O\gamma = OB + \frac{OAB}{a} + \left(\frac{m}{ab}BC = \right) \frac{OA.BC}{b} + \frac{OA.AB.BC}{ab} + \frac{AB.BC}{b} + \frac{OA.BC}{a} + BC = OC + \frac{OAC}{a} + \frac{OBC}{b} + \frac{OABC}{ab}.$

$O\delta = OC + \frac{OAC}{a} + \frac{OBC}{b} + \frac{OABC}{ab} + \left(\frac{m}{ab}CP + \frac{n}{ac}CP + \frac{m}{abc}BCP = \right)$ &c.

2. On suppose ici la distance Ob finie en comparaison de OP & bP. Car si Cb n'étoit pas finie, la raison des angles AOr, Cbt ne pourroit pas être finie. On peut démontrer cet article, & le suivant en plusieurs autres manières que j'omets pour abréger. Sur l'art. 270.

3. Ce beau théorême d'où j'ai tiré tous ces Corollaires, est la dernière des inventions de Mr. *Cotes*, ce grand Mathématicien, qui le résolut un peu avant sa mort étant âgé de 32 ans. C'est à cette occasion que Mr. *Nevvton* dit, *si Mr.* Cotes *avoit vecu, nous sçaurions quelque chose.* La démonstration qu'il en a donnée, est si élégante & si claire, qu'elle auroit bien mérité d'être à la suite du théorême. Mais comme il n'est pas aisé d'étendre sa méthode aux autres théorêmes semblables que j'ai donnés dans les propositions suivantes, j'ai été obligé de substituer une autre démonstration à la place de celle de Mr. *Cotes*, & de donner ici celle de ce grand homme. On observera seulement que ce qu'il appelle le lieu apparent de l'objet, n'est que le lieu réel de sa dernière image, selon l'opinion reçue, & le langage des Opticiens de ce tems là. Après l'art. 280.

Proposition.

4. *Trouver la grandeur apparente, la situation, le lieu apparent & le degré de distinction avec lequel on voit un objet par un nombre quelconque de verres de toute espèce, à des distances quelconques les uns des autres & de l'œil à l'objet?*

Soit PM l'objet vu par l'œil placé en O, par un nombre quelconque de verres en A, B, C, &c. dont les distances aux foyers sont les lignes a, b, c. Fig. 279.

On peut regarder la diſtance OP comme diviſée par les verres A, B, C, en deux parties telles que PA, AO; PB, BO; PC, CO; ou en trois parties comme PA, AB, BO; PA, AC, CO; PB, BC, CO; ou en quatre comme PA, AB, BC, CO; & ainſi de ſuite autant que le nombre des verres peut le permettre. Tous les différents produits de ces parties correſpondantes diviſés reſpectivement par la diſtance du foyer, ou par le produit des diſtances des foyers des verres qui ſont placés au point, ou aux points de diviſion, donneront autant de lignes différentes, que l'on regardera comme négatives, s'il y a un nombre impair de verres convexes aux points de diviſion, & comme poſitives ſi ce nombre eſt pair. Soit PΩ la ſomme de PO & de toutes ces différentes lignes ſelon leurs ſignes; PΩ & PO ſeront du même côté ſi cette ſomme eſt poſitive, & de différents côtés ſi elle eſt négative. Ω ſera le point, où l'œil nud étant placé, verroit l'objet de la même grandeur qu'il le voit en O au travers de tous les verres; & par conſéquent la grandeur apparente de l'objet eſt en même proportion à ſa vraie grandeur (art. 100) que la diſtance PO eſt à la diſtance PΩ.

5. Le point Ω détermine auſſi la ſituation apparente de l'objet. Car ſi Ω & O ſont placés du même côté de l'objet, il paroîtra droit; s'ils ſont de différents côtés, il paroîtra renverſé.

6. Suppoſons à préſent que l'œil paſſe de O en C, de manière que ſa diſtance au dernier verre diſparoiſſe; le point Ω dans le même tems prendra une autre place ω, que l'on trouvera comme ci-devant. Si Oγ eſt en même proportion à OC que ΩP à Ωω, & que l'ordre des points O, C, γ ſoit le même que celui des points Ω, ω, P, alors γ ſera le lieu apparent de l'objet vu en O au travers de tous les verres.

7. Et par la ſituation de ce point γ on doit juger du degré de diſtinction avec lequel on apperçoit l'objet. Car les rayons qui viennent du point P à travers tous les verres, ſont diſpoſés à frapper l'œil de la même manière, que ſi les verres étant ſupprimés, ils venoient tous du point γ lorſqu'il eſt devant l'œil ou que s'ils tendoient tous vers γ, lorſqu'il eſt derrière.

DÉMONSTRATION.

8. Soit $\alpha\rho$ la première image de l'objet produite par le verre A; $\beta\sigma$ la ſeconde image par le verre B; $\gamma\tau$ la 3e. par C. Il eſt évident que l'objet PM, & ſon image $\alpha\rho$ ſeront terminés par les mêmes lignes, PαA, MρA (art. 245) que l'image $\alpha\rho$ & ſon image $\beta\sigma$ ſeront terminées par les mêmes lignes, $\alpha\beta$B, $\rho\sigma$B; que l'image $\beta\sigma$ & ſon image $\gamma\tau$ ſeront terminées par les mêmes lignes $\beta\gamma$C, $\sigma\tau$C &c. Mais ſi l'œil eſt placé en O, & que $\gamma\tau$ ſoit la dernière image, il eſt clair que l'objet vû à travers tous les verres paroîtra ſous le même angle qui a pour baſe l'image $\gamma\tau$ (art. 105). Menez donc MΩ parallele à τO, & l'œil nud placé en Ω verra l'objet PM de la même grandeur qu'il eſt vû en O à travers tous les verres. Par conſéquent ſa grandeur apparente ſera à ſa vraie grandeur comme l'angle PΩM eſt à l'angle POM (art. 108) ou comme la diſtance PO à la diſtance PΩ (art. 222). Suppoſons d'abord tous les verres concaves. La diſtance PΩ ſera à PA comme l'angle PAM à l'angle PΩM, ou comme αAρ à γOτ, ou en raiſon composée de αAρ à αBρ, βBσ à βCσ, γCτ à γOτ (ces angles intermédiaires étant les mêmes de deux en deux) ou en raiſon composée de

$\alpha A + AB$, à αA (art. 222) de $\beta B + BC$ à βB, de $\gamma C + CO$ à γC. Donc $P\Omega = PA \times \frac{\alpha A + AB}{\alpha A} \times \frac{\beta B + BC}{\beta B} \times \frac{\gamma C + CO}{\gamma C}$, &c. Ce qui donne la distance $P\Omega$ dès qu'on connoit αA, βB, γC. Or on trouve en cette manière ces quantités par l'art. 239, $\alpha A = \frac{PA \times a}{PA + a}$, $\beta B = \frac{\overline{\alpha A + AB} \times b}{\alpha A + AB + b}$, $\gamma C = \frac{\overline{\beta B + BC} \times c}{\beta B + BC + c}$. Donc $\beta B = \frac{(PA.\, a + \overline{PA + a}.\, AB)\, b}{PA.\, a + \overline{PA + a}(AB + b)} =$ (*pour abreger*,) $\frac{nb}{m}$, & $\gamma C = \frac{\overline{\frac{n}{m} b + BC}.\; c}{\frac{n}{m} b + BC + c} = \frac{(nb + mBC)}{nb + mBC + mc}$. Donc $\frac{AB}{\alpha A} = \frac{PA + a}{PA.\; a} AB$; $\frac{BC}{\beta B} = \frac{m}{nb}\, BC$; $\frac{CO}{\gamma C} = \frac{nb + mBC + mc}{(nb + mBC)\, c} CO$. Mais nous avons $P\Omega = PA \times (1 + \frac{AB}{\alpha A}) \times (1 + \frac{BC}{\beta B}) \times (1 + \frac{CO}{\gamma C})$, &c. Donc $P\Omega' =$ (si l'œil est en B) $PA\,(1 + \frac{AB}{\alpha A}) = PA\,(1 + \frac{PA + a}{PA.\; a} AB) = PA + \frac{PA + a}{a} AB = PB + \frac{PA.\, AB}{a} = \frac{n}{a}$. Si l'œil est en C, $P\Omega'' = PA\,(1 + \frac{AB}{\alpha A}) \times (1 + \frac{BC}{\beta B}) = \frac{n}{a} \times (1 + \frac{BC}{\beta B}) = \frac{n}{a}(1 + \frac{m}{nb} BC) = \frac{n}{a} + \frac{m}{ab} BC$. Si l'œil en O voit l'objet PM par trois verres A, B, C, on aura $P\Omega''' = PA\,(1 + \frac{AB}{\alpha A}) \times (1 + \frac{BC}{\beta B}) \times (1 + \frac{CO}{\gamma C}) = \frac{n}{a}(1 + \frac{m}{nb} BC) \times (1 + \frac{CO}{\gamma C}) = \frac{nb + mBC}{ab} \times (1 + \frac{nb + mBC + mc}{(nb + mBC)c} CO) = \frac{nb + mBC}{ab} + \frac{nb + mBC + mc}{abc} CO = \frac{n}{a} + \frac{m}{ab} BC + \frac{m}{ab} CO + \frac{n}{ac} CO + \frac{m}{abc} BCO$; & rétablissant les valeurs de m & n, on trouve $P\Omega' = PB + \frac{PAB}{a}$; $P\Omega'' = PB + \frac{PAB}{a} + (\frac{m}{ab} BC =) \frac{PA.BC}{b} + \frac{PA.AB.BC}{ab} + \frac{AB.BC}{b} + \frac{PA.BC}{a} + BC = PC + \frac{PAC}{a} + \frac{PBC}{b} + \frac{PABC}{ab}$, & $P\Omega''' = PC + \frac{PAC}{a} + \frac{PBC}{b} + \frac{PABC}{ab} + (\frac{m}{ab} CO + \frac{n}{ac} CO + \frac{m}{abc} BCO =)$, &c. $= PO + \frac{PAO}{a} + \frac{PBO}{b} + \frac{PCO}{c} + \frac{PABO}{ab} + \frac{PACO}{ac} + \frac{PBCO}{bc} + \frac{PABCO}{abc}$, & ainsi de suite selon le nombre des verres. Que si l'un d'eux est convexe, sa distance au foyer deviendra négative, & ainsi les termes qui renferment un nombre impair de verres convexes seront négatifs.

9. Le point M se voit immédiatement à travers les verres par le rayon tO, parallele à M Ω. Donc si Ω tombe du même côté de l'objet comme O, le rayon tO s'avancera vers l'œil du même côté de l'axe commun OP que le point M, & par conséquent l'objet paroîtra droit. Mais si Ω tombe de l'autre côté de l'objet, le rayon tO s'avancera vers l'œil parallelement à ΩM, & par conséquent il paroîtra venir au point M de l'autre côté de l'axe, & l'objet paroîtra renversé à travers les verres.

10. Par la construction, les lignes MΩ, Mω, MP, PΩ sont respectivement paralleles aux lignes tO, tC, $t\gamma$, γO, & par conséquent la figure M$\Omega\omega$P,

est semblable à la figure $\varepsilon O C \gamma$. D'où il suit que $O\gamma$ distance de l'œil à la dernière image ou distance de l'œil au lieu apparent de l'objet, est à OC, comme ΩP est à $\Omega \omega$, & que l'ordre des points, O, C, γ, sera le même que celui des points Ω, ω, P.

11. Le point γ étant la dernière image du point P, les rayons qui viennent de P, après avoir traversé tous les verres, viennent aussi de γ ou vont vers γ. C. Q. F. D. Telle est la démonstration de Mr. *Cotes*.

12. Mr. *Hughens* a démontré plusieurs cas de ce théorême général dans sa dioptrique depuis la prop. 36 jusqu'à la 47, plus qu'aucun autre Auteur. Mais malgré son génie inventif & son exactitude en géométrie, il a embarrassé son lecteur de tant de compositions & résolutions de raisons, qu'on ne peut que se former une grande idée de ce théorême de *Cotes*, en le comparant avec ceux de cet autre grand Géométre.

CHAPITRE VI.

Déterminer les abérrations des rayons par rapport à leur foyer géométrique, occasionnées par leur inégale réfrangibilité & par la figure sphérique des surfaces réfléchissantes & réfringentes?

PROPOSITION I.

Fig. 280. 324. *Soit le sinus commun d'incidence au sinus de réfraction des rayons les moins réfrangibles comme* I *à* R, *& au sinus de réfraction des plus réfrangibles comme* I *à* S; *le diamètre du moindre espace circulaire où les rayons paralleles hétérogenes pourrront se ramasser par l'effet d'une surface sphérique ou d'une lentille plan-convexe, sera au diamètre de son ouverture, en raison constante de* $S - R$ *à* $S + R - 2I$.

Car soit un rayon hétérogene P A qui tombe sur une surface sphérique A C B, & qui par la réfraction soit divisé en deux rayons A F, A *f* qui coupent l'axe E C parallele à P A en F & *f*. Prenez l'arc C B = C A & soit un autre rayon hétérogene P B, qui parallele à P A soit rompu de même par les rayons B F, B *f* & coupe les deux premiers rayons en R & S. Joignez R S que vous prolongerez jusqu'à la rencontre des rayons incidents prolongés en I & K & des perpendiculaires E A, E B à la surface en H & L. Si la largeur A B

de l'ouverture du pinceau est modérée, & que par conséquent les réfractions en A & B soient fort petites, les angles d'incidence & de réfraction HAI, HAR, HAS, ou les arcs qui les mesurent, ou leurs soutendantes perpendiculaires HI, HR, HS seront entr'elles à fort peu près en même raison que les sinus de ces angles, I, R, S. (art. 204, & 220) Donc en divisant, les différences de ces soutendantes seront en raison des différences de ces sinus, c'est-à-dire, RS : RI :: S — R : R — I, & en doublant les conséquents, RS : 2 RI ou IK — RS :: S — R : 2 R — 2 I, & en composant RS : IK :: S — R : S + R — 2 I. De cette raison donnée de RS à AB où ces quantités croissent & décroissent ensemble, il s'ensuit que tous les rayons intermédiaires qui tombent sur AB passent par RS, & que les rayons paralleles qui tombent perpendiculairement sur le côté plan d'une lentille plan-convexe, ne sont rompus qu'en sortant de sa surface convexe, & qu'ainsi les aberrations sont les mêmes dans les deux cas. C. Q. F. D.

325. *Corol.* 1. Donc le diamètre RS du cercle d'aberration qui contient tous les rayons incidents, n'est que la cinquante cinquième partie du diamètre AB de l'ouverture d'une lentille de verre plan-convexe, quelle que soit la distance de son foyer. Car en supposant que AR & AS soient le rayon rouge & le rayon indigo les plus extérieurs, leurs sinus d'incidence & de réfraction I, R, S seront entr'eux comme 50, 77, 78 (art. 179). Donc S — R : S + R — 2 I :: 1 : 55.

326. *Corol.* 2. On peut aussi déterminer le diamètre du moindre cercle qui puisse recevoir les rayons d'une seule couleur, ou de plusieurs couleurs contigues, par la proportion de leurs sinus. Par exemple, tous les rayons orangés & jaunes sont contenus dans un cercle dont la largeur est la 260e. partie de l'ouverture du verre plan-convexe; les sinus de l'orangé le plus extérieur AR & du jaune AS étant au sinus commun d'incidence comme $77 \frac{1}{6}$ & $77 \frac{1}{3}$ à 50 (art. 179).

327. *Corol.* 3. En différentes surfaces ou verres plan-convexes, les angles d'aberration RAS sont en raison directe des ouvertures AB & en raison inverse des distances des foyers CF; parce que tout angle RAS est en raison directe de sa soutendante RS & en raison inverse de son rayon AR ou CF.

LEMME.

Fig. 281. 328. Les sinus verses A B, A C des petits arcs B D, C D des cercles inégaux BD G, C D H, qui ont le même sinus droit A D, sont réciproquement proportionnels à leurs diamètres B G, C H à fort peu près, c'est-à-dire, A B : A C : : C H : B G.

Car puisque les rectangles B A G, C A H sont égaux chacun au quarré de A D, & par conséquent entr'eux, leurs côtés sont réciproquement proportionnels, ou A B : A C : : A H : A G ou : : C H : B G à fort peu près, lorsque les sinus verses sont incomparablement plus petits que les diamètres (art. 204). C. Q. F. D.

PROPOSITION II.

Fig. 282. 329. *Lorsque des rayons paralleles homogenes* N A, E C *tombent sur une surface sphérique* A C *dont le centre est* E, *l'aberration en longueur* F T *d'un rayon rompu quelconque* A T, *par rapport au foyer* F *du pinceau, est au sinus verse de l'arc* A C *compris entre l'axe* E C F *& le point d'incidence* A, *en raison constante du quarré du sinus de réfraction au rectangle sous le sinus d'incidence & sous la différence des sinus à fort peu près, & l'aberration est la même lorsque les rayons tombent perpendiculairement sur le côté plan de la lentille plan-convexe.*

Car lorsque la réfraction se fait dans le passage d'un rayon N A qui coule d'un milieu dense à un milieu rare, on voit par la description de la caustique dans l'art. 74. que l'intersection T du rayon rompu A T avec l'axe E C F, se trouve entre la surface réfringente & son foyer F. Du Centre T & avec le demi-diamètre T A, décrivez l'arc A D qui coupe l'axe en D. Abaissez le sinus A P, des arcs A C, A D, & E N, E M d'incidence & de réfraction, que vous nommerez n, m; les triangles E T M, A T P étant semblables, on aura E T : T A ou T D : : (E M : A P ou E N : :) E F : F C (art. 225). Et en divisant, T F : E F : : (F C — T D ou) T F — C D : F C & par raison alterne, T F : T F — C D : : E F : F C & en divisant, T F : C D : : (E F : E C : :) $m : m - n$ (art. 224.)

De

De plus puisque $PD : PC :: CE : DT$ (art. 328) ou FC (art. 204), & en composant, $CD : CP :: (EF : \underline{FC} ::)$ $m : n$; donc par égalité, on aura $TF : CP :: mm : \overline{m-n}.\,n$. C. Q. F. D.

330. *Corol.* 1. On peut regarder le segment ACBPA comme une lentille plan-convexe, & lorsque les rayons tombent paralleles sur son côté plan, l'aberration en longueur du rayon extrême qui tombe sur A est $= \frac{9}{2}$ de son épaisseur PC, comme on le voit en faisant $m = 3$ & $n = 2$.

331. *Corol.* 2. Cette aberration FT est aussi $= \frac{mm}{\overline{m-n}.n} \times \frac{AP^2}{2EC} = \frac{mm}{\overline{m-n}^2} \times \frac{AP^2}{2CF}$. Car $PC = \frac{AP^2}{2EC}$ à fort peu près & $EC = \frac{m-n}{n}.\,CF$ (art. 224).

332. *Corol.* 3. Soit le rayon rompu AT prolongé en G sur la perpendiculaire FG à l'axe, l'aberration latérale $FG = \frac{mm}{nn} \times \frac{AP^3}{2EC^2} = \frac{mm}{\overline{m-n}^2} \times \frac{AP^2}{2CF^2}$. Car $FG : TF :: AP : TP$ ou CF ou $\frac{n}{m-n}\,EC$.

333. *Corol.* 4. Lorsque le demi-diamètre de la convexité, ou la distance du foyer est donnée, les aberrations en longueur sont comme les quarrés & les aberrations latérales comme les cubes des ouvertures linéaires d'une lentille plan-convexe.

Proposition III.

334. *Lorsque des rayons paralleles sont réfléchis par une surface sphérique concave* ACB, *dont le centre est* E *&* *dont l'ouverture* ACB *est fort petite, l'aberration en longueur* TF *du rayon extrême* AT, *par rapport au foyer géométrique* F, *est égale à la moitié du sinus verse* CP *de la demi-ouverture* AC *à fort peu près.* Fig. 283.

Car si le sinus de réfraction EM devient négatif & égal au sinus d'incidence EN, la réfraction se changera en réflexion, & nous aurons par la prop. précédente, $TF : CP :: mm :$

$n(-m-n)::nn:-2nn::1:-2$; ou en particulier, par le dernier lemme, le sinus verse CP est à fort peu près égal à la moitié du sinus verse PD de l'arc AD, dont le centre est T & le demi-diamètre TA ou TE, moitié du demi-diamètre de l'arc AC à fort peu près (art. 205). Mais $2TF = 2TE - 2EF = ED - EC = CD$ exactement, ou CP à fort peu près. Donc $TF = \frac{1}{2}CP$ à fort peu près.

335. *Corol.* 1. Nous avons $2TF = CD$ exactement, & c'est l'excès de la sécante ED de l'arc AC sur son rayon EA; puisque l'angle au demi-cercle DAE est droit.

336. *Corol.* 2. L'abberration en longueur $TF = \frac{AP^2}{4CE}$. Car $CP = \frac{AP^2}{2CE}$ à fort peu près.

337. *Corol.* 3. L'aberration latérale $FG = \frac{AP^3}{2CE^2}$. Car $FG : FT :: AP : PT$ ou $\frac{1}{2}CE$ à fort peu près.

338. *Corol.* 4. Lorsque le diamètre du miroir concave ou son foyer est donné, les aberrations en longueur sont comme les quarrés, & les latérales comme les cubes des diamètres des ouvertures.

PROPOSITION IV.

339. *Lorsque les rayons paralleles de chaque espèce sont rompus par un verre objectif plan-convexe, ou lorsque les rayons de toutes les espèces sont réfléchis par un miroir sphérique concave, le diamètre de chaque cercle d'aberration produit par la sphéricité des figures, est égal à la moitié de l'aberration latérale du rayon extrême dans chacune; & par conséquent il est donné par les propositions précédentes.*

Fig. 284. Soit $aY\tau$ un rayon rompu ou réfléchi, qui coupe l'axe ECT en τ, & soit le rayon extrême ATG qui vient du côté opposé de l'axe en Y. Soit YX perpendiculaire à l'axe, & supposant la ligne ATG fixe, à mesure que le point d'incidence a se meut depuis le sommet C, la perpendiculaire XY croît au commencement, parce que l'angle $C\tau a$ croît conti-

nuellement, & ensuite elle décroît, parce que la ligne $T\tau$ décroît continuellement, & lorsque XY est le plus grand, il est évident que tous les rayons qui tombent sur le même côté de l'axe où est XY, le traverseront. Pour trouver sa plus grande quantité, soit le rayon incident qa, qui coupe la corde APB en β, & supposant l'ouverture variable $P\beta = u$, la quantité variable $TX = x$, & les lignes données $PA = a$, $PT = f$, $TF = b$; par les corol. 4. des prop. 2 & 3, l'aberration $F\tau$ est à l'aberration $FT\,(b)$ :: $\pi\alpha^2$ ou $P\beta^2\,(uu)$: $PA^2\,(aa)$. Donc $F\tau = \frac{uu}{aa}b$ & $TF - F\tau = T\tau = \frac{b}{aa}(aa - uu)$. De plus $PT\,(f) : PA\,(a) :: TX\,(x) : XY = \frac{ax}{f}$ & $\pi\alpha\,(u) : \pi\tau$ ou $PT\,(f) :: XY\,(\frac{ax}{f}) : X\tau = \frac{ax}{u}$. Donc encore $T\tau$ ou $X\tau + XT = \frac{ax}{u} + x = \frac{b}{aa}(aa - uu)$ trouvé ci-devant, ou $\frac{x}{u}(a+u) = \frac{b}{aa}(a+u)(a-u)$. Donc $x = \frac{b}{aa}u\,(a-a)$, & par conséquent x ou TX est le plus grand qu'il puisse être, lorsque le rectangle $u\,(a-u)$ ou $P\beta \times \beta B$ est le plus grand, c'est-à-dire, lorsque ses côtés $P\beta$, βB sont égaux, ou que $a = \frac{1}{2}a$. Substituez cette valeur de u dans la derniere équation, & vous aurez la plus grande valeur de $x = \frac{1}{4}b$, ou le plus grand $TX = \frac{1}{4}TF$, & par conséquent le plus grand $XY = \frac{1}{4}FG$, parce que $TX : XY :: TF : FG$, & cet XY tournant autour de l'axe PX décrit le cercle d'aberration par où passeront tous les rayons qui tombent sur AB. C. Q. F. D

Corol. 1. Donc en supposant que la densité des rayons réfléchis dans le cercle d'aberration est uniforme, elle sera à celle des rayons qui tombent perpendiculairement sur un plan AP, comme toute la surface de la sphére dont le miroir est une portion, est à l'aire d'un cercle dont le diamètre est le sinus

verse PC du petit arc AC, à fort peu près, & d'autant plus exactement, que cet arc sera plus petit; en supposant aussi que tous les rayons incidents sont réfléchis. Car puisque tous les mêmes rayons passent par deux cercles décrits par la révolution des lignes AP & XY autour de EC; leurs densités dans ces cercles sont en raison réciproque des cercles, c'est-à-dire, que la densité des rayons réfléchis est à celle des rayons incidents, comme AP^2 est à XY^2 ou $\frac{1}{16}FG^2$, ou $\frac{AP^6}{16 \times 4CE^4}$ c'est-à-dire, faisant $2CE = D$, comme $4D^4 : AP^4$, ou :: $4D^2 : PC^2$ (parce que D, AP & PC sont à peu près en proportion continue) ou comme l'aire de quatre grands cercles de la sphere ou toute la surface, est à l'aire d'un cercle dont le diamètre est PC à fort peu près.

Corol. 2. Donc la plus grande densité des rayons réfléchis doit être regardée au foyer F comme un point physique, & elle est incomparablement plus grande que la densité des rayons incidents. Car la proposition devient géométriquement exacte lorsque AP est diminué à l'infini, & que XY arrive à sa limite en F. Et la densité en F est toujours la même, soit qu'un pinceau délié ou un grand pinceau tombe sur le miroir : parce que les rayons extérieurs sont réfléchis loin du foyer F.

Corol. 3. De même, lorsque les rayons tombent paralleles sur le côté plan d'une lentille plan-convexe (en prenant m à n pour la raison du sinus d'incidence plus grand au sinus de réfraction) leur plus grande densité au foyer F est à la densité des rayons incidents, comme toute la surface de la sphére dont la lentille est une portion, est à l'aire d'un cercle dont le diamètre est $\frac{mm}{nn}PC$, ou dans les verres $\frac{9}{4}$ du sinus verse de la plus petite ouverture de la lentille. Ce qui est immense & suit de l'art. 332.

Corol. 4. Donc la densité des rayons réfléchis ou rompus dans les divers points de l'image d'un objet fort éloigné, est aussi incomparablement plus grande que la densité des rayons incidents de chaque pinceau. Car elle seroit immense, si tous les rayons de chaque pinceau étoient rejettés, excepté ceux qui s'approchent de leurs axes, & ces rayons extérieurs étant

écartés sur les points collatéraux à chaque point de l'image, empêchent l'accroissement de densité des rayons dans toute l'image.

PROPOSITION V.

340. *Le cercle d'aberration produit par la sphéricité de la figure de l'objectif d'un télescope, comparé au cercle d'aberration produit par l'inégale réfrangibilité des rayons, est très-peu de chose.*

Car si l'objectif est plan-convexe, & que son côté plan soit tourné vers l'objet; si l'on nomme D le diamètre de la sphére dont ce verre est une portion & S le demi-diamètre de l'ouverture du verre, & que le sinus d'incidence, en sortant du verre dans l'air, soit au sinus de réfraction comme n à m, les rayons qui viennent paralleles à l'axe du verre, feroient, dans l'endroit où l'image de l'objet est la plus distincte, tous réunis sur un petit cercle dont le diamètre est $\frac{mm}{nn} \cdot \frac{S^3}{DD}$ à fort peu près, s'ils étoient tous également réfrangibles, par les art. 339 & 332. Par exemple, si le sinus d'incidence n est au sinus de réfraction m comme 20 est à 31, & si D, diamètre de la sphére dont le verre est une portion, est de 100 pieds ou 1200 pouces, & que par conséquent le télescope ait environ 100 pieds de long (art. 224): si S dèmi-diamètre de l'ouverture est de 2 pouces, le diamètre de ce cercle d'aberration, c'est-à-dire $\frac{mm}{nn} \cdot \frac{S^3}{DD}$ sera $\frac{31 \times 31 \times 8.}{20 \times 20 \times 1200 \times 1200.}$ ou $\frac{961}{72000000}$ parties d'un pouce. Mais le diamètre du petit cercle où tous ces rayons seroient dispersés par leur inégale réfrangibilité, seroit environ la cinquante cinquième partie de l'ouverture de l'objectif (art. 325) qui est ici de 4 pouces. Et par conséquent l'aberration qui vient de la figure sphérique du verre, est à celle qui vient de la différente réfrangibilité, comme $\frac{961}{72000000}$ à $\frac{4}{55}$, c'est-à-dire, comme 1 à 5449, & par conséquent étant si peu de

Newt. Opt. p. 83.

chose, elle ne mérite aucune attention dans la théorie des télescopes. Si l'on suppose que le petit cercle d'aberration qui vient de l'inégale réfrangibilité est 250 fois plus étroit que l'ouverture circulaire de l'objectif, il ne contiendra que l'orangé & le jaune, & laissera passer les autres couleurs plus foibles & plus obscures (art. 326), de manière qu'à peine elles affecteront les yeux; cependant même dans ce cas, l'aberration de la figure sphérique ne sera à celle qui est produite par l'inégale réfrangibilité dans un télescope de 100 pieds, que comme $\frac{961}{72000000}$ à $\frac{4}{250}$ ou comme 1 à 1200, ce qui prouve assez la proposition.

341. *Corol.* 1. Si les distances des foyers & les ouvertures d'un miroir concave & d'un verre plan-convexe sont les mêmes, le diamètre du cercle d'aberration, produit par leurs figures, sera environ 30 fois moindre dans le miroir que dans le verre. Car ces diamètres sont $\frac{AP^3}{16.CF^2}$ & $\frac{mm}{(m-n)^2}\times\frac{AP^3}{4CF^2}$ par les art. 339, 337 & 332, & par conséquent comme $\frac{1}{4}$ à $\frac{mm}{(m-n)^2}$ ou $\frac{31.31}{11.11}$. Donc si la longueur de chaque télescope est de 100 pieds, les aberrations latérales dans le miroir seront 30×5449 ou 163470 fois moindres que les aberrations latérales produites dans le verre par l'inégale réfrangibilité.

342. *Corol.* 2. Le nombre des pinceaux dont quelques rayons sont mêlés ensemble dans une peinture confuse, est comme l'aire du cercle d'aberration dans chaque pinceau; & par conséquent le mélange des rayons de différents pinceaux, produit par la sphéricité de la figure d'un objectif, s'ils étoient tous également réfrangibles, seroit à leur mélange produit par leur inégale réfrangibilité, comme 1 à 5449 × 5449 ou 29691601 dans le cas présent. Car si l'on conçoit que chaque point de la peinture confuse est le centre d'un cercle d'aberration, il est évident que tous les autres cercles égaux d'aberration, dont les centres tombent sur le premier cercle, couvriront son centre, c'est-à-dire, que quelques rayons d'autant de pinceaux qu'il

y a de points dans le cercle, seront mêlés dans ce cercle, ou ce qui revient au même, le nombre des pinceaux mêlés dans ce centre, sera comme l'aire du cercle d'aberration.

REMARQUE.

J'ai emprunté la première & la quatrième propositions de ce chapitre des Leçons d'Optique de *Newton*, part. 1, sect. 4, où la seconde proposition est démontrée par sa méthode des suites infinies.

CHAPITRE VII.

Un télescope de réfraction ou de réflexion étant donné, dont l'ouverture & l'oculaire sont connus par expérience, déterminer la longueur, l'ouverture & l'oculaire d'un autre télescope, par où un objet paroîtra aussi brillant & distinct que dans le télescope donné, & autant grossi qu'on peut le souhaiter?

PROPOSITION I.

343. *Dans toutes sortes de télescopes & de doubles microscopes, la confusion apparente d'un objet donné est en raison directe de l'aire d'un cercle d'aberration dans le foyer de l'objectif, & en raison inverse du quarré de la distance du foyer de l'oculaire.*

Car dans la vision à l'œil nud ou à travers les verres, la confusion apparente d'un objet donné, est comme l'aire du cercle d'aberration dans la peinture qui se fait sur la rétine; parce que chaque point sensible de la rétine étant le centre d'un cercle d'aberration, est tout à la fois affecté par le mélange des rayons d'autant de différents pinceaux, qu'il y a de points sensibles dans l'aire de ce cercle (art. 342), & ainsi il porte tout à la fois à l'esprit une sensation mêlée ou confuse du même nombre de points visibles de l'objet, d'où coulent tous ces pinceaux; & ce nombre de points est comme la grandeur de l'aire du cercle d'aberration, quelle que soit

la grandeur d'un point ſenſible de la rétine. Mais dans la viſion par les téleſcopes, le diamètre du cercle d'aberration dans la peinture qui ſe fait ſur la rétine, eſt comme la grandeur apparente du diamètre du cercle correſpondant d'aberration dans le foyer commun des verres (art. 91), c'eſt-à-dire, comme l'angle ſoûtendu par ce diamètre au centre de l'oculaire (art. 120) ou en raiſon directe de ce diamètre & en raiſon inverſe de la diſtance du foyer de l'oculaire (art. 212), & ainſi l'aire de ce cercle d'aberration ſur la rétine, eſt directement comme l'aire du cercle correſpondant d'aberration dans le foyer de l'objectif & réciproquement comme le quarré de la diſtance du foyer de l'oculaire.

344. *Corol.* Dans toutes ſortes de téleſcopes & de doubles microſcopes, un objet donné paroît avec une diſtinction égale, lorſque les diſtances des foyers des oculaires ſont comme les diamètres des cercles d'aberration dans le foyer des objectifs.

345. On ne fait pas ici attention à l'altération dans la confuſion qui vient de l'aberration produite par les oculaires, comme étant peu de choſe. On ne conſidére que la confuſion des points de l'image qui ſont fort proches de l'axe du téleſcope. Car ſi ce point étoit parfaitement diſtinct, les rayons qui en viennent, ſortiroient de l'oculaire en lignes paralleles ſans erreur ſenſible, parce que la largeur de ce cylindre de rayons eſt extraordinairement petite en comparaiſon de celle du verre, étant en proportion à la largeur de l'ouverture de l'objectif comme les diſtances de leurs foyers, & les réfractions à une diſtance auſſi petite de l'axe ſont ſuffiſamment exactes & régulières. C'eſt la largeur de l'ouverture de l'objectif & la diſtance de ſon foyer qui cauſent l'irrégularité de ſes réfractions : ajoutez à cela que les rayons différemment réfrangibles ne peuvent pas ſe ſéparer ſuffiſamment dans une diſtance auſſi courte que celle de l'oculaire à l'œil. Outre cela nous trouvons par expérience que les objets & les images diſtinctes en elles-mêmes, paroiſſent ſuffiſamment diſtinctes à travers de fort petits oculaires, lorſque leurs ouvertures ſont petites. Cette remarque ſera mieux éclaircie dans le chapitre 11ᵉ où nous traiterons plus à fond cette matière.

PROPOSITION

PROPOSITION II.

346. *Dans les téleſcopes de réfraction la confuſion apparente d'un objet donné, eſt en raiſon directe de l'aire de l'ouverture de l'objectif & en raiſon inverſe du quarré de la diſtance du foyer de l'oculaire.*

Cela ſuit de la prop. 1. parce que l'aire du cercle d'aberration au foyer de l'objectif, eſt comme l'aire de ſon ouverture (art. 324), & parce que les aberrations qui viennent de l'oculaire (art. 345), & de la ſphéricité de la figure, ſont toutes deux peu conſidérables (art. 340).

347. *Corol.* Dans les téleſcopes de réfraction un objet donné paroît également diſtinct, lorſque les diamètres des ouvertures de leurs objectifs ſont comme les diſtances des foyers de leurs oculaires.

PROPOSITION III.

348. *Dans toutes ſortes de téleſcopes & de doubles microſcopes, la clarté apparente d'un objet donné eſt en raiſon directe du quarré de leurs ouvertures linéaires, & en raiſon inverſe du quarré de leurs amplifications linéaires.*

Car ſi les quarrés des amplifications linéaires, c'eſt-à-dire, ſi les aires des peintures ſur la rétine étoient les mêmes, leurs clartés ſeroient comme les quantités de lumière qui viennent par les aires des ouvertures, c'eſt-à-dire, comme les quarrés des ouvertures linéaires; & ſi les ouvertures ou les quantités de lumière ſont les mêmes, la clarté des peintures ſera en raiſon inverſe des aires de ces peintures ou des quarrés de leurs amplifications linéaires. Donc ſi les ouvertures & les amplifications ne ſont pas les mêmes, la clarté ſera en raiſon directe du quarré des ouvertures linéaires & en raiſon inverſe du quarré des amplifications linéaires. C. Q. F. D.

349. *Corol.* 1. Donc dans les téleſcopes de réfraction & de réflexion un objet donné paroît également brillant, lorſque leurs ouvertures linéaires ſont comme leurs amplifications

linéaires, c'est-à-dire, en raison directe des distances de foyer des objectifs & en raison inverse des distances de foyer des oculaires.

350. *Corol.* 2. Si la largeur de l'ouverture d'un objectif donné, & la distance du foyer de l'oculaire sont augmentées chacune en raison donnée, la distinction restera la même qu'auparavant (art. 347), & les amplifications linéaires diminueront en même raison (art. 120), mais la clarté apparente augmentera en raison quadruplée de la première raison par cette proposition & au contraire.

351. *Hughens* remarque que les mêmes degrés de distinction que l'on a démontrés ici, ne s'accordent pas exactement avec l'expérience, comme il l'a trouvé en observant le même objet avec différents télescopes, ou par le même télescope avec différentes ouvertures; & qu'avec une plus grande ouverture, l'objet ne paroît pas tout à fait si distinct qu'avec la petite. Il a trouvé aussi qu'en observant des objets de différentes clartés par la même ouverture, la confusion apparente de l'objet plus brillant étoit un peu plus grande que celle de l'objet plus obscur, & que par conséquent l'ouverture préparée pour les planétes plus obscures devoit être un peu plus grande que pour celles qui sont plus claires.

PROPOSITION IV.

352. *Dans les télescopes de réflexion, la confusion apparente d'un objet donné est directement comme la sixième puissance du diamètre de l'ouverture du miroir objectif, & réciproquement comme la quatrième puissance de la distance de son foyer, & encore réciproquement comme le quarré de la distance du foyer de l'oculaire.*

Car l'aire d'un cercle d'aberration dans le foyer du miroir objectif, est en raison directe de la sixième puissance de son ouverture linéaire & en raison inverse de la quatrième puissance de la distance de son foyer (art. 339, 337), & par conséquent la confusion apparente de l'objet est en raison directe de la sixième puissance de l'ouverture linéaire, en

raiſon inverſe de la quatrième puiſſance de la diſtance du foyer du miroir objectif & du quarré de la diſtance du foyer de l'oculaire (art. 343). C. Q. F. D.

353. *Corol.* Dans les téleſcopes de réflexion un objet donné paroît également diſtinct, lorſque les cubes des ouvertures linéaires des miroirs objectifs, ſont comme les ſolides dont les baſes ſont les quarrés des diſtances des foyers des objectifs, & dont les hauteurs ſont les diſtances des foyers des oculaires; ou lorſque les diſtances des foyers des oculaires ſont comme les cubes des ouvertures linéaires des miroirs objectifs appliqués aux quarrés des diſtances de leurs foyers.

PROPOSITION. V.

354. *Dans les téleſcopes de réfraction de différentes longueurs, un objet donné paroît également brillant & diſtinct, lorſque leurs ouvertures linéaires & les diſtances des foyers de leurs oculaires ſont chacune en raiſon ſousdoublée de leurs longueurs ou des diſtances des foyers de leurs objectifs; & alors leurs amplifications linéaires ſont auſſi en raiſon ſous doublée de leurs longueurs.*

Car pour faire paroître un objet également brillant, il faut que le rectangle ſous l'ouverture linéaire & ſous la diſtance du foyer de l'oculaire ſoit comme la longueur du téleſcope (art. 349), & pour le faire paroître également diſtinct, il faut que l'ouverture linéaire ſoit comme la diſtance du foyer de l'oculaire (art. 347), & par conſéquent pour produire ces deux effets en même tems, le quarré de l'ouverture linéaire & le quarré de la diſtance du foyer de l'oculaire, doivent être (comme le rectangle ſous chacun ou) comme la longueur du téleſcope. Donc l'ouverture linéaire & la diſtance du foyer de l'oculaire doivent être comme la racine quarrée de cette longueur. Mais l'amplification linéaire eſt comme l'ouverture linéaire, ou par cette démonſtration, comme la racine quarrée de la longueur du téleſcope. C. Q. F. D.

355. Le téleſcope d'*Hughens* de 30 pieds de long, ou de 360 pouces, ſupporte une ouverture dont la largeur eſt de 3 pouces, & un oculaire dont la diſtance au foyer eſt de 3 pouces &

3 dixièmes. D'où il a conclu la table ſuivante des ouvertures, & des oculaires pour les autres téleſcopes, qu'il a calculée par la regle ſuivante.

Multipliez par 3000 le nombre des pieds de la diſtance du foyer d'un objectif propoſé, & la raiſon quarrée du produit vous donnera la largeur de ſon ouverture en centièmes de pouce. La même largeur de cette ouverture augmentée d'un dixième d'elle même, donnera la diſtance du foyer de l'oculaire en centièmes de pouce; & l'amplification ſera comme la largeur de l'ouverture; & effet comme le téleſcope fondamental a 30 pieds pour le foyer de ſon objectif, ſoit F le nombre des pieds de tout autre foyer; on aura par la propoſition $\sqrt{30} : \sqrt{F}$ :: l'ouverture fondamentale de 3 pouces ou 300 centiemes ou $\sqrt{300 \times 300}$: à l'ouverture requiſe, qui ſera par conſéquent $\sqrt{3000F}$ en centiemes de pouce. La diſtance du foyer de l'oculaire de ce téleſcope fondamental eſt $3\frac{1}{10}$ pouces, c'eſt-à-dire, un dixieme plus que la largeur de l'objectif; donc la diſtance du foyer du nouvel oculaire ſera un dixieme plus que l'ouverture linéaire du nouvel objectif, par la dernière propoſition.

356. Il donne auſſi les regles ſuivantes pour appliquer ces téleſcopes à toutes ſortes d'objets vus le jour ou la nuit. Elles ſont proportionnées dans la table ſuivante aux obſervations aſtronomiques, & par conſéquent elles demandent plus de lumière, lorſqu'on s'en ſert pendant le jour. Car lorſque l'œil eſt frappé par la clarté du jour, les objets qui pendant la nuit étoient aſſez clairs, paroiſſent obſcurs dans ces téleſcopes. C'eſt pourquoi, (dit *Hughens*) lorſque j'employois ces téleſcopes pour obſerver des objets pendant le jour, je trouvois par expérience qu'il falloit changer leurs oculaires, & y en employer d'autres dont les diſtances au foyer ſoient doubles. Par ce moyen la clarté apparente devient quadruple, parce que les images au fond de l'œil ſont diminuées en même proportion (art. 120). Car comme l'ouverture reſte la même, la quantité de lumière ſubſiſte auſſi, & par conſéquent elle éclaire d'autant plus un moindre eſpace. Mais ſi l'on augmentoit l'ouverture ſans changer l'oculaire, la clarté en augmenteroit beaucoup, mais alors le nuage qui vient d'une plus grande

aberration feroit trop grand, & par conféquent ce reméde eft inutile.

357. On peut cependant faire cette queftion : puifqu'en fubftituant un oculaire d'un plus long foyer, la confufion apparente qu'on a examinée jufqu'ici fe trouve diminuée, pourquoi ne pourroit-on pas augmenter tellement l'ouverture de l'objectif qu'on parvint au même degré de confufion qui convient à un télefcope reglé par la table ? Car par là on gagne plus de lumière & la diftinction n'en eft pas altérée (art. 350). La réponfe à cela eft celle que j'ai infinuée ci-devant (art. 351), c'eft que le nuage qui vient de l'aberration de *Nevvton*, quoique le même en quantité, eft plus fenfible à proportion de la clarté de l'image. Car la clarté du nuage croît dans le même tems, & l'on voit par expérience qu'auffitôt qu'on augmente les ouvertures de ces télefcopes de jour, le nuage qui vient des aberrations d'un objet plus brillant, l'obfcurcit & le trouble. Il ne faut donc pas toucher aux ouvertures.

358. On peut encore demander fi un télefcope deftiné à obferver Saturne, eft employé à la Lune, qui eft 100 fois plus brillante (j'entends en chacune de fes parties égales, & non pas dans le total, comme étant dix fois plus proche du Soleil) on peut, dis-je, demander fi l'on ne doit pas diminuer en même proportion la largeur de l'ouverture & la diftance du foyer de l'oculaire pour que les régions de la Lune ne foient pas plus brillantes que celles de Saturne, mais beaucoup plus grandes en apparence qu'auparavant. Par exemple, dans un télefcope de 30 pieds, fi l'on réduit fon ouverture à $\sqrt{\frac{9}{10}}$ d'un pouce, qui eft un peu moins que ($\sqrt{\frac{9}{9}}$ ou) un tiers de la première, & fi l'on diminue auffi la diftance du foyer de l'oculaire en même proportion ; la proportion de la clarté apparente dans ces deux télefcopes, l'objet étant le même, fera quadruplée de 3 à $\sqrt{\frac{9}{10}}$ (art. 350), c'eft-à-dire, comme 100 à 1, & puifque les régions de la Lune font 100 fois plus brillantes en elles-mêmes que celle de Saturne, la Lune paroîtra dans ce télefcope plus obfcur précifément auffi brillante que Saturne dans le télefcope plus clair ; de forte que cette réduction de l'ouverture & de l'oculaire paroît fort avantageufe ; mais dans le fond, c'eft tout le contraire, & cela pour deux raifons.

Premièrement, parce que les petites parties de la Lune peuvent mieux se discerner, lorsque toute la lumière reste dans le télescope, que lorsqu'elle est réduite à un centième, quoique ce ne soit pas en même proportion.

En second lieu lorsque l'ouverture est trop petite, les lignes extérieures qui environnent les peintures dans l'œil deviennent confuses; ce que l'on doit éviter avec soin & prendre garde aux limites de cette confusion. Il est certain qu'à mesure que l'ouverture est resserrée, les pinceaux plus déliés ou cylindres de rayons qui sortent de l'oculaire pour venir dans l'œil, sont aussi resserrés en même proportion. Si donc la largeur de l'un de ces pinceaux est moindre que $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ d'une ligne, c'est-à-dire, moindre que $\frac{1}{60}$ ou $\frac{1}{72}$ d'un pouce, les lignes extérieures des peintures seront effacées, par quelque raison inconnue, dans le fond de l'œil; on ne sçait pas si c'est dans la choroïde, ou dans la rétine, ou dans les humeurs. Car si l'on regarde par un trou dans une platine mince, & que ce trou soit moins large que $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ d'une ligne, les extrêmités commenceront à paroître confuses, & cela d'autant plus que le trou sera plus étroit. Or on peut démontrer aisément que dans le télescope dont on vient de parler, le cylindre des rayons est trop mince. Car en ajoutant $\frac{1}{10}$ de l'ouverture à elle-même (art. 355), la distance du foyer de l'oculaire devient $\sqrt{\frac{9}{10}} + \frac{1}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$, c'est-à-dire, $\frac{11}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$ d'un pouce, & par les triangles semblables (*voyez la fig.* 61) soûtendus au foyer commun q par l'ouverture & par le cylindre requis, on aura, comme la distance Lq du foyer de l'objectif est à la distance qE du foyer de l'oculaire, ainsi la largeur de l'ouverture $2LK$ est à la largeur du cylindre $2qr$, c'est-à-dire, comme 30 pieds ou 360 pouces : $\frac{10}{11}\sqrt{\frac{9}{10}} :: \sqrt{\frac{9}{10}} : \frac{11}{4000}$ pouces ou environ $\frac{1}{30}$ de ligne; ce qui est beaucoup moins que $\frac{1}{6}$. Mais dans le télescope reglé par la table, on a $360 : 3\frac{1}{10} :: 3 : \frac{31}{400}$ ou environ $\frac{1}{3}$ d'une ligne pour la largeur de ce cylindre. Cela fait voir que la largeur de l'ouverture & la distance du foyer de l'oculaire ne peuvent pas être diminuées de plus de $\frac{1}{3}$ de leur quantité. Car même alors la largeur du cylindre qui entre dans l'œil, n'excede pas beaucoup $\frac{1}{5}$ d'une ligne. On doit dire la même chose des télescopes de toutes les longueurs marqués

dans la table, la largeur de ce cylindre étant par-tout la même. Car par la précédente proportion, il est égal à la largeur de l'ouverture multipliée par la distance du foyer de l'oculaire, & divisée par la distance du foyer de l'objectif, & par conséquent il est en raison directe de l'ouverture linéaire & en raison inverse de l'amplification linéaire, & ces deux raisons doivent former une raison d'égalité pour conserver la même clarté apparente, par l'art. 349.

359. Ainsi quoique l'un de ces télescopes destinés à Saturne soit appliqué à Venus qui est 225 fois plus brillante, puisqu'elle est 15 fois plus proche du Soleil, on ne doit pas cependant en retrécir l'ouverture de plus d'un tiers; & s'il reste encore trop de lumière, il faut la diminuer en obscurcissant l'oculaire par la fumée d'une chandelle. Car un trop grand resserrement de l'ouverture est nuisible par une autre raison, c'est que toutes les petites veines & bulles de l'oculaire deviennent plus sensibles, en interceptant une trop grande partie de ces petits cylindres dont on a parlé, & par conséquent elles interceptent les particules de l'objet.

360. Il suit de tout cela, qu'on peut allonger les télescopes à volonté avec succès selon les loix prescrites par la table, puisque non-seulement la clarté & la distinction restent les mêmes, mais aussi la largeur des pinceaux qni entrent dans l'œil. Enfin pour observer les plus petites étoiles, & surtout les satellites de Jupiter & de Saturne, le meilleur moyen est d'augmenter beaucoup, tant l'ouverture que la distance du foyer de l'oculaire. Car puisqu'ils ne paroissent que comme des points, même dans le télescope, on ne gagne rien en s'efforçant d'augmenter leurs diamètres; mais on doit augmenter leur éclat autant qu'il est possible, & c'est ce que l'on fait principalement en augmentant l'ouverture. Si l'on en double la largeur, la lumière que l'on en recevra en deviendra quadruple, & en doublant alors la distance du foyer de l'oculaire, l'objet sera aussi distinct qu'auparavant (art. 347). Cependant la clarté n'en devient pas 16 fois plus grande, comme on pourroit le conclure du corol. 2. prop. 3, mais seulement 4 fois; parce que comme je l'ai dit, la peinture de l'astre sur la rétine n'est qu'un point sensible, dont l'éclat ne peut pas par conséquent augmenter

par la diminution de sa largeur, mais seulement par l'addition d'une nouvelle lumière. Le cas est différent, lorsqu'on observe la Lune & les planetes principales avec le même télescope, car leurs différentes parties reçoivent 16 fois plus de lumière qu'auparavant. Ainsi en vuidant les ouvertures, on augmente beaucoup la force du télescope pour découvrir les petites étoiles & les satellites de Saturne; tellement qu'avec un télescope de 30 pieds dont l'ouverture est de 6 pouces, ou double de l'ordinaire, on peut les découvrir aussi bien qu'avec un autre de 120 pieds, dont l'ouverture, selon la table, est aussi de 6 pouces. Telles sont les remarques de Mr. *Hughens*.

PROPOSITION VI.

361. *Dans les télescopes de réflexion de différentes longueurs, un objet donné paroît également brillant & distinct, lorsque leurs ouvertures linéaires & leurs amplifications linéaires sont comme les racines quarré-quarrées de leurs longueurs, & par conséquent lorsque les distances des foyers de leurs oculaires sont aussi comme les racines quarré-quarrées de leurs longueurs.*

Soit O l'ouverture linéaire d'un miroir concave de réflexion, L la longueur du télescope ou la distance du foyer de ce miroir, F la distance du foyer de l'oculaire. Lorsque la distinction est donnée, O^3 est comme FLL (art. 353), & lorsque la clarté est donnée, l'amplification ou $\frac{L}{F}$ est comme O (art. 249), c'est-à-dire F comme $\frac{L}{O}$. Donc si la distinction & la clarté sont toutes deux données, O^3 est comme $\frac{L^3}{O}$, ou O^4 comme L^3, ou O comme $\sqrt[4]{L^3}$. Mais l'amplification $\frac{L}{F}$ est comme O, c'est-à-dire, comme $\sqrt[4]{L^4}$; donc F est comme $\frac{\sqrt[4]{L^4}}{\sqrt[4]{L^3}}$ ou $\sqrt[4]{L}$ C. Q. F. D.

362. Dans le télescope de réflexion qui a été construit & décrit par Jean *Hadley* Ecuyer de la Soc. Roy. de Londres

dans

dans les transactions philosophiques n°. 376 & 378, $L = 62\frac{1}{2}$ pouces, $F = \frac{1}{3}$ ou $\frac{3}{10}$ ou $\frac{11}{40}$ d'un pouce ; car il y employe trois oculaires & autant d'ouvertures différentes pour le miroir de réflexion, dont les largeurs sont $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$ pouces. Donc les amplifications linéaires ou $\frac{L}{F}$ sont $187\frac{1}{2}$, $208\frac{1}{3}$, $227\frac{3}{11}$ respectivement. En prenant l'oculaire moyen & l'ouverture pour principe, on a calculé la table suivante pour les autres télescopes selon cette regle. Soit L le nombre des pouces qui composent la longueur d'un télescope, la distance du foyer de son oculaire sera $60\sqrt[4]{10L}$ en milliemes d'un pouce. Le quotient de L divisé par $60\sqrt[4]{10L}$ ou F donne l'amplification (art. 125), ce qui étant multiplié par 24 donne toujours l'ouverture linéaire en milliemes de pouce. En effet par la proposition $\sqrt[4]{L}$ est comme F, c'est-à-dire $\sqrt[4]{62\frac{1}{2}}$ ou $\sqrt[4]{\frac{125}{2}}$ ou $\sqrt[4]{\frac{625}{10}}$ ou $5\sqrt[4]{\frac{1}{10}}$ est à $\sqrt[4]{L}$ comme $\frac{3}{10}$ ou 300 milliemes dans l'oculaire donné est aux milliemes de l'oculaire correspondant ou de $F = 60\sqrt[4]{10L}$, & l'ouverture étant comme l'amplification par la proposition, on dira, comme l'amplification donnée ou $208\frac{1}{3}$ est à $\frac{L}{F}$, amplification trouvée, ainsi 5 pouces, ouverture donnée, est à l'ouverture requise $\frac{5}{208\frac{1}{3}} \times \frac{L}{F} = \frac{24}{1000} \times \frac{L}{F}$ pouces.

363. Si ce n'étoit à cause de l'inégale réfrangibilité des rayons, les télescopes de réfraction, quoique plus longs que ceux-ci (art. 341) seroient également proportionnés par cette regle (art. 333 & 338); ce qui ne s'accordant pas avec l'expérience, est une nouvelle preuve que l'aberration occasionnée par la sphéricité de la figure est peu de chose en comparaison des autres aberrations qui viennent de l'inégale réfrangibilité des rayons.

364. *Télescopes de Réfraction.*

Longueur du télescope ou foyer de l'objectif.	Ouverture linéaire de l'objectif.	Distance du foyer de l'oculaire.	Amplification linéaire ou force du télescope pour grossir.
Pieds.	Pouc. & dec.	Pouc. & dec.	
1	0, 55	0, 61	20
2	0, 77	0, 85	28
3	0, 95	1, 05	34
4	1, 09	1, 20	40
5	1, 23	1, 35	44
6	1, 34	1, 47	49
7	1, 45	1, 60	53
8	1, 55	1, 71	56
9	1, 64	1, 80	60
10	1, 73	1, 90	63
13	1, 97	2, 17	72
15	2, 12	2, 32	77
20	2, 45	2, 70	89
25	2, 74	3, 01	100
30	3, 00	3, 30	109
35	3, 24	3, 56	118
40	3, 46	3, 81	126
45	3, 67	4, 04	133
50	3, 87	4, 26	141
55	4, 06	4, 47	148
60	4, 24	4, 66	154
70	4, 58	5, 04	166
80	4, 90	5, 39	178
90	5, 20	5, 72	189
100	5, 48	6, 03	199
120	6, 00	6, 60	218
140	6, 48	7, 13	235
160	6, 93	7, 62	252
180	7, 35	8, 09	267
200	7, 75	8, 53	281
220	8, 12	8, 93	295
240	8, 48	9, 32	308
260	8, 83	9, 71	321
280	9, 16	10, 08	333
300	9, 49	10, 44	345
400	10, 95	12, 05	398
500	12, 25	13, 47	445
600	13, 42	14, 76	488

Télescopes de Réflexion.

Longueur du télescope ou foyer du miroir.	Distance du foyer de l'oculaire.	Amplification linéaire ou force pour grossir.	Ouverture linéaire du miroir concave.
Pieds.	Pouc. Mil.		Pouc. Mil.
½	0, 167	36	0, 864
1	0, 199	60	1, 440
2	0, 236	102	2, 448
3	0, 261	138	3, 312
4	0, 281	171	4, 104
5	0, 297	202	4, 848
6	0, 311	232	5, 568
7	0, 323	260	6, 240
8	0, 334	287	6, 888
9	0, 344	314	7, 536
10	0, 353	340	8, 160
11	0, 362	365	8, 760
12	0, 367	390	9, 360
13	0, 377	414	9, 936
14	0, 384	437	10, 488
15	0, 391	460	11, 040
16	0, 397	483	11, 592
17	0, 403	506	12, 143

365. Les proportions de la table d'*Hughens* ont été faites sur le pied du Rhin qui est au pied d'Angleterre comme 139 est à 135, de sorte qu'on doit diminuer les ouvertures, les oculaires & les amplifications linéaires en raison sous doublée des mêmes nombres par l'art. 354 pour les réduire aux pieds d'Angleterre.

Outre cela cette table a été calculée sur un objectif moins parfait que ceux que l'on fait aujourdhui; car *Hughens* lui-même dans son *Astrocopie* parle d'un objectif de 34 pieds de foyer qui dans les observations astronomiques supporte un oculaire de 2 $\frac{1}{2}$ pouces de foyer, & qui par conséquent grossit 163 fois. Selon ce modèle un télescope de 35 pieds doit grossir 166 fois, & celui d'un pied, 28 fois, au lieu que la table ne donne que 118 fois au premier & 20 au second. Or $\frac{166}{118}$ ou $\frac{28}{20} = 1, 4$, par où multipliant tous les nombres de la colonne des amplifications, on aura une nouvelle colonne pour les objectifs aussi parfaits que celui-ci.

Quant aux nouvelles ouvertures & foyers des oculaires, on leur doit donner la même proportion que dans la table, & l'on aura le foyer de l'oculaire en divisant la longueur de chaque télescope par son amplification. Ce qui donnera une nouvelle table aisée à calculer sur ce télescope ou sur un autre plus parfait s'il se présente.

REMARQUES.

Sur les art. 364, 365. Effet admirable des télescopes de réflexion.

1. Pour démontrer l'excellence des télescopes de réflexion, j'ajoûterai que sur une comparaison exacte faite par Mr. *Bradley*, professeur d'astronomie, & le feu Dr. *Pound*, du télescope de Mr. *Hadley*, dont la distance au foyer n'est pas tout à fait de 5 pieds $\frac{1}{4}$, avec l'objectif d'*Hughens*, dont la distance au foyer est de 123 pieds, on a trouvé que le premier grossissoit les objets autant que le second, & les représentoit aussi distinctement, quoique pas tout à fait aussi clairs & aussi brillants; ce qu'ils attribuerent en partie à la différence des ouvertures (celle du télescope d'*Hughens* étant un peu plus grande), & en partie à diverses petites taches qui se trouvoient dans la surface concave du métal objectif qui ne fut pas susceptible d'un assez bon poli. Mais malgré cette différence de clarté dans les objets, ils virent avec ce télescope de réflexion tout ce qu'ils avoient découvert avec celui d'*Hughens*, & en particulier les passages des Satellites de *Jupiter*, & leurs ombres sur le disque de *Jupiter*, la bande noire dans l'anneau de *Saturne* (qui prouve

que cet anneau est double), & le bord de l'ombre de *Saturne* sur son anneau (*Voyez fig. IV. Transf. phil. n°.* 376), & enfin les cinq Satellites de *Saturne*; & dans ces observations, ce télescope eût cet avantage sur celui d'*Hugens*, lorsqu'on en fit la comparaison, en été, que le télescope d'*Hughens* n'ayant point de tube, le crepuscule les empêcha d'y voir quelques-uns de ces petits objets, qu'ils voyoient distinctement dans le même tems avec le télescope de réflexion. Le Dr. *Pound* envoya ce détail au Dr. *Jurin*, *Transf. phil. n°.* 378.

2. Malgré cet effet admirable du télescope de Mr. *Hadley*, qui grossissoit de 228 à 230 fois, je suis bien assuré que Mr. *Hauksbée* a porté un métal objectif de 3 pieds $\frac{1}{4}$ de foyer à une si grande perfection, qu'il grossissoit 226 fois, & par conséquent il n'est guères inférieur à celui de Mr. *Hadley* de 5 pieds 2 $\frac{1}{2}$ pouces de foyer; puisque avec le même oculaire qui lui donne cette force, on y voyoit non-seulement les petites parties de la nouvelle Lune excessivement distinctes, mais encore les bandes de Jupiter, & la ligne noire ou division de l'anneau de Saturne. Pour ces derniers objets, il a une ouverture de 3 $\frac{1}{2}$ ou 4 pouces; & dans un tems couvert il représente mieux les objets terrestres, lorsque toute la surface du miroir est découverte, sa largeur étant 4 $\frac{1}{2}$ pouces.

J'ai calculé ma table de la force des télescopes de réflexion sur le modèle de celui de Mr. *Hadley* en y employant son oculaire moyen & son ouverture moyenne, long tems avant qu'on m'eut parlé de celui de Mr. *Hauksbée*. Mais si l'on prend celui là pour un nouveau modèle, il suit de l'art. 361, qu'un miroir d'un pied de foyer doit grossir 93 fois, au lieu que notre table ne lui donne que 60. Or $\frac{93}{60} = 1,55$, & la colonne donnée de la force pour grossir étant multipliée par ce nombre, donne une nouvelle colonne, qui fait voir combien les télescopes doivent grossir si on les porte à la perfection de celui de Mr. *Hauksbée*. Et ainsi on peut aisément construire une nouvelle table sur ce modèle, ou sur tout autre plus parfait; en prenant aussi de nouveaux oculaires & ouvertures en même raison que les anciens dans la table actuelle.

Trouver par expérience combien un télescope grossit.

3. Mr. *Hauksbée* détermina la force de son télescope par l'expérience suivante qu'il fit avec Mr. *Folkes* & le Dr. *Jurin*. Ayant attaché à une muraille un cercle de papier d'un pouce de diamètre, à la distance de 2674 pouces depuis l'oculaire du télescope, ils le regarderent d'un œil dans le télescope, pendant qu'avec l'autre œil nud, ils regardoient deux lignes paralleles, tracées sur un papier, & éloignées entr'elles de 12 pouces, en les approchant ou les éloignant par degrés jusqu'à ce qu'elles parurent toucher les deux points opposés du cercle vu dans le télescope, & alors ils trouverent la distance perpendiculaire des lignes à l'œil de 142 pouces. Le télescope étant de la forme de ceux de *Newton*, l'observateur étoit obligé d'incliner la tête & le col dans une posture presque horizontale & parallele à la longueur du tube, afin que l'œil nud pût voir les deux lignes qui en coupoient le côté inférieur.

Dans cette position des objets, l'angle formé à l'œil par les rayons qui venoient des extrêmités du diamètre du cercle d'un pouce, étoit égal à l'angle formé dans l'autre œil par l'intervalle de 12 pouces des lignes paralleles; & par conséquent la raison de cet angle à celui qui est compris par le même cercle dans l'œil nud à la distance de 2674 pouces, est la

force du télescope pour grossir; laquelle est composée de la raison directe des cordes de ces angles, & de la raison inverse des distances de ces cordes à l'œil, c'est-à-dire, de 12 à 1, & de 2674 à 142, ce qui donne la raison de 226 à 1 à fort peu près.

4. En supposant qu'on eût placé un plus grand cercle de papier à une si grande distance, que sa peinture eût été formée par le miroir dans son principal foyer, le télescope l'auroit plus grossi que notre cercle d'un pouce, dans la raison de la distance de ce dernier cercle au principal foyer, à sa distance au centre de la sphére du miroir, parce que le diamètre de l'image du cercle plus éloigné auroit été plus grand, en cette raison, que celui de notre cercle d'un pouce, en supposant que ces cercles comprennent le même angle au centre du miroir. Mais cette raison dans l'expérience présente étant seulement de 2674 à 2671, ne donne qu'une augmentation insensible à la force déjà trouvée.

5. Si l'on craint encore que cette expérience ne soit pas assez exacte, à cause que les peintures des objets sur les deux rétines des yeux de l'observateur, pourroient bien n'être pas égales; je vais démontrer que les inégalités de cette espèce ne peuvent pas affoiblir notre conclusion. Car si l'on voit des deux yeux un objet rectiligne, & que l'angle visuel dans l'un des yeux soit aussi compris par quelque objet plus proche; il est clair que les peintures des deux objets dans cet œil seul, seront exactement égales entr'elles, quelque différentes qu'elles soient de celle de l'objet plus éloigné qui se fait dans l'autre œil. Et l'objet plus proche couvrira alors en apparence l'objet plus éloigné. Mais si la grandeur ou la distance de l'objet le plus proche est tellement altérée, qu'elle change l'angle visuel & la peinture sur la rétine, on s'en appercevra nécessairement par une altération de la grandeur apparente de cet objet. Lorsque donc les grandeurs apparentes de deux objets sont égales, les angles visuels sont aussi égaux, soit que les peintures sur les deux rétines soient égales ou non. Je crois qu'il est assez aisé de faire l'application de cette hypothése à l'expérience du télescope.

6. Nous avons par là un moyen aisé & exact d'examiner la bonté d'un télescope de quelque espèce qu'il soit. Il faut lui donner le moindre oculaire qui puisse suffire à découvrir la nouvelle Lune, ou plûtôt Jupiter & Saturne avec assez de lumière & de distinction, lorsque l'air est pur & tranquille. Alors on verra par la méthode précédente combien il grossit, & par là on sçaura combien il approche de la perfection des modèles. Si différents télescopes de la même espèce ont à fort peu près la même longueur, ou la même force pour grossir, quoique de différente espèce, les meilleurs dans leur genre sont ceux avec lesquels on peut lire un caractère donné à une plus grande distance. Si l'on donne au public les expériences de cette espèce, elles seront très-utiles à ceux qui achetent des télescopes, & elles exciteront les ouvriers à se surpasser les uns les autres; en voici quelques-unes dans la remarque suivante.

Manière d'éprouver la bonté des télescopes.

7. La méthode de faire des télescopes avec des miroirs de verre étamés a été fort recommandée par *Newton*, & mise depuis peu en exécution avec un grand succès à *Edimbourg*, comme on le voit par l'extrait suivant d'une lettre de Mr. *Maclaurin* qui étoit Professeur des mathématiques dans cette Université.

Télescopes avec des miroirs de verre.

» Mr. *Short* qui est un homme d'esprit très-versé dans la théorie & dans la pratique des télescopes, a tellement perfectionné les télescopes de réflexion, que je suis pleinement convaincu qu'il a de beaucoup surpassé tout ce qu'on a fait jusqu'ici en ce genre. Non-seulement il est venu à bout de donner à ses miroirs de verre étamés par derrière une figure si parfaite qu'ils rendent l'objet parfaitement distinct, mais il a fait aussi des télescopes avec des miroirs de métal qui sont beaucoup au-dessus de ceux que j'ai vu sortir de la main des autres ouvriers.

Il a fait six télescopes de réflexion à miroirs de verre, dont trois ont 15 pouces de foyer, & les autres trois, neuf pouces. L'un des premiers est à présent entre les mains de Mylord *Ilay*; & avec ce télescope on lit aisément les transactions philosophiques à la distance de 230 pieds. Un autre est entre les mains de Mr. *Alexandre Bayne* notre Professeur en loix, & il lit aisément avec ce télescope les transactions philosophiques à la distance de 280 pieds. J'ai fait quelques expériences avec les miroirs de 9 pouces, & j'ai pu lire fort aisément les transactions philosophiques à la distance de 138 pieds; mais je n'eus pas alors la commodité de l'éprouver à une plus grande distance. Dans un autre tems je lus avec ce télescope un caractère beaucoup plus petit au travers de la rue à la distance de 125 pieds. Il lui en coute beaucoup pour donner à ces miroirs une figure exacte, & pour rendre leurs surfaces paralleles; (*Nevvt. Opt. p.* 94, 95,) & après en avoir fini plusieurs, il les a trouvés inutiles, à cause des veines qui se manifestoient dans le verre.

Dans les miroirs de verre tout étoit bien, excepté seulement que la lumière étoit un peu foible en comparaison de celle qui est réfléchie par les miroirs de métal. Je crois que cela vient de ce que les miroirs n'ont pas été bien étamés, & en partie de l'épaisseur du verre. Car j'en vis un, dont la réflexion étoit plus brillante lorsqu'on lui appliqua par derrière l'argent vif fluide, que lorsqu'on eut achevé de l'étamer.

Lorsqu'il eut vu que la lumière dans ces miroirs de verre étoit plus foible qu'il n'avoit cru, & qu'il étoit très-difficile de les finir, il ne s'appliqua plus qu'à perfectionner les télescopes à miroir de métal. En s'attachant à leur donner la vraie figure, il s'est mis en état de leur donner de plus grandes ouvertures que ne font les autres ouvriers, & en ajustant les miroirs & tout l'instrument, il l'a beaucoup perfectionné. Il en exécute lui-même chaque partie, & il se donne de grands soins pour rendre ses instruments aussi parfaits qu'il est possible. Il en a fait de deux pouces & six dixièmes de foyer, de quatre pouces, de six, de neuf & de quinze. Il perce le grand miroir, & se sert d'un petit miroir concave. Avec ceux de quatre pouces de foyer, il voit très-bien les Satellites de Jupiter, & il lit les transactions philosophiques à plus de 125 pieds de distance. Avec ceux de six pouces de foyer, il lit à 160 pieds de distance, & avec ceux de neuf pouces à 220 pieds de distance. Avec ceux de 15 pouces de foyer, lui & Mr. *Bayne* ont lû les transactions à 500 pieds de distance, & ils ont vû souvent les cinq Satellites de Saturne tous à la fois, & en particulier le 24 de Novembre, & le 7 de Décembre dernier; ce qui me surprit beaucoup; mais j'ai vu dans la suite que Mr. *Cassini* les avoit vus quelquefois tous ensemble avec un télescope de réfraction de 70 pieds.

J'ai comparé quelques-uns de ces télescopes avec ceux qui nous viennent de *Londres*, & j'ai trouvé que l'un de ceux de Mr. *Short* de six pouces de

foyer, comparé avec l'un des meilleurs de ceux de *Londres* de neuf pouces & trois dixièmes de foyer, le surpassoit en clarté, en distinction & en force pour grossir; & lorsque je demandois à un homme indifférent, ce qu'il en pensoit, il préféroit toujours sans hésiter celui de 6 pouces de foyer. Il surpassoit aussi manifestement un autre qui m'étoit venu de *Londres* de 11 pouces $\frac{1}{2}$ de foyer. Quelques autres comparaisons donnerent le même résultat.

Je suis donc bien convaincu qu'il a beaucoup perfectionné cette excellente invention, & que ses instruments sont de beaucoup les meilleurs, dans leurs longueurs, qui ayent été exécutés jusqu'ici. Je suis &c.

A *Edimbourg* le 28 Décembre 1734.

Colin Mac Laurin.

CHAPITRE VIII.

Des propriétés générales des foyers & des images, qui concernent l'œil & un nombre quelconque de milieux; avec des constructions générales qui déterminent les variations de la distance apparente d'un objet, & de la distance réelle de sa dernière image par rapport à l'œil, & qui sont produites par le mouvement de l'œil, de l'objet ou du milieu.

PROPOSITION I.

AYant les diamètres & les positions de deux surfaces sphériques, qui coupent trois milieux donnés, & supposant que les rayons incidents dans l'un des milieux extérieurs soient paralleles & fort proches de l'axe commun des surfaces, on demande leur foyer après les deux réfractions.

366. Dans l'axe commun A C des surfaces A B, C D, soient *a* & *d* les foyers des rayons, qui, avant que de sortir par les réfractions en A B & C D pour rentrer dans les milieux extérieurs, vont des deux côtés parallelement à l'axe dans le milieu intérieur. De plus soient *b* & *c* les foyers des autres rayons, qui avant que de sortir par les réfractions en A B & C D pour entrer dans le milieu intérieur, vont des deux côtés parallelement à l'axe dans les milieux extérieurs. On trouvera ces foyers par l'art. 224. Ensuite on dira, *cb* : *b*A : : Fig. 285.

A *a* : *a* I, & plaçant *a* I du côté opposé de *a* à celui de *b c* par rapport à *b*, le point I sera le foyer après les deux réfractions des rayons qui viennent parallelement de dehors sur la surface C D (art. 237) : parce que *c* est leur foyer après leur première réfraction. Dites de même *b c* : *c* C : : C *d* : *d* K, & plaçant *d* K du côté opposé de *d*, à celui de *c b* par rapport à *c*, le point K sera le foyer après les deux réfractions, des autres rayons qui viennent de dehors parallelement sur la surface A B.

Toutes les figures sont faites pour des milieux dont les densités sont toujours plus grandes à mesure qu'ils vont de la gauche à la droite, mais la démonstration sert également à tout ordre irrégulier de densités.

PROPOSITION II.

Fig. 286. *Le foyer des rayons incidents étant donné, on demande leur foyer après leurs réfractions par deux surfaces sphériques, qui sont entre des milieux donnés.*

367. Dans l'axe commun A C des surfaces données A B, C D, soient *a* & *d* les foyers des rayons qui avant que d'entrer par les réfractions dans les milieux extérieurs, vont de part & d'autre parallelement à l'axe dans le milieu intérieur. Soient de plus I & K les foyers des autres rayons, qui avant leurs réfractions par les deux surfaces, vont de part & d'autre parallelement à l'axe dans les milieux extérieurs. Soit ensuite P le foyer donné des rayons incidents, I & *a* les foyers des rayons qui viennent du côté opposé aux rayons incidents, & dites P I : I A : : *d* K : K R, & en plaçant K R du côté opposé de K à celui de I P à I, le point R sera leur foyer après les deux réfractions.

Car en disant P *a* : *a* A : : A *b* : *b* Q, & plaçant *b* Q par rapport à *b* du côté opposé à celui de *a* P par rapport à *a*, le point Q sera leur foyer après la première réfraction en A B (art. 237). Le même point Q étant le foyer des rayons incidents sur la surface C D, dites encore, Q *c* : *c* C : : C *d* : *d* R, & plaçant *d* R par rapport à *d* du côté opposé à celui de *c* Q, par rapport à *c*, le point R sera leur foyer après les deux réfractions. Mais par

Fig. 288.

289.

290.

291.

292.

293.

par la première de ces proportions & de celles de la proposition précédente, $Pa \times bQ = (aA \times Ab =) bc \times Ia$, & par les secondes proportions des deux mêmes propositions, le rectangle $Qc \times dR = (cC \times Cd =) bc \times dK$. Donc en réduisant les deux premiers rectangles à la proportion de leurs côtés, on aura $Ia : Pa :: bQ : bc$, & en divisant (ou en composant) $PI : Pa :: (Qc : bc ::) dK : dR$, par la résolution des deux derniers rectangles; & en divisant (ou en composant) $PI : Ia :: dK : KR$.

368. *Corol.* La grandeur du rectangle sous PI, KR est invariable, puisqu'il est toujours égal au rectangle donné sous Ia, dK, & par conséquent KR est en raison réciproque de PI.

PROPOSITION III.

Ayant les diamètres & les positions de trois surfaces sphériques, qui partagent quatre milieux donnés, si les rayons incidents sont paralleles dans l'un des milieux extérieurs, & s'ils sont fort proches de l'axe commun des surfaces, on demande leur foyer après toutes les réfractions.

369. Supposant les foyers a, d, & I, K déterminés par la première prop. pour les deux premières surfaces AB, CD; si les rayons paralleles qui tombent des deux côtés de la 3[e] surface EF, ont leurs foyers après la réfraction sur cette surface seule, en e & f; en sorte que e soit le foyer des rayons incidents sur la surface CD, on dira $eK : Kd :: aI : IL$, & plaçant IL par rapport à I du côté opposé à celui de Ke par rapport à K, par la proposition précédente, le point L sera le foyer après toutes les réfractions des rayons qui viennent parallelement du dehors sur la surface EF. Dites encore, $Ke : eE :: Ef : fM$, & plaçant fM par rapport à f du côté opposé à celui de eK par rapport à e, le point M sera le foyer après toutes les réfractions des rayons qui viennent de dehors sur la surface AB (art. 237). Fig. 287.

PROPOSITION IV.

Le foyer des rayons incidents étant donné, trouver leur foyer après les réfractions par un nombre donné de surfaces sphériques qui partagent des milieux donnés?

Fig. 387. 370. 1er. *Cas.* Dans l'axe commun des trois surfaces AB, CD, EF, soient I & *f* les foyers des rayons, qui avant que de sortir par les réfractions pour entrer dans les milieux extérieurs, vont de part & d'autre parallelement à l'axe dans l'un des milieux intérieurs comme CE. Soient de plus L & M les foyers des autres rayons, qui avant leurs réfractions au travers de toutes les surfaces, vont de part & d'autre parallelement à l'axe dans les milieux extérieurs; soit ensuite P le foyer donné des rayons incidents, L & I les foyers de ceux qui prennent une route contraire aux rayons incidents; dites PL : LI :: *f*M : MS, & plaçant MS par rapport à M du côté opposé à celui de LP par rapport à L, le point S sera leur foyer après trois réfractions.

Fig. 288. Car par la 2e. propos. leur foyer R après deux réfractions sur les surfaces AB, CD, se trouve en disant PI : I*a* :: *d*K : KR, & puisque R est leur foyer lorsqu'ils tombent sur la surface EF, on dira R*e* : *e*E :: E*f* : *f*S & S sera leur foyer après trois réfractions (art. 237). Or par la premiere de ces proportions & de celles de la 3e. proposition, le rectangle PI×KR = (I*a*×*d*K =) K*e*×LI. De même par la 2e de ces proportions & de celles de la 3e proposition, le rectangle R*e*×*f*S = (*e*E×E*f* =) K*e*×*f*M, & en réduisant les deux premiers rectangles à la proportion de leurs côtés, on aura LI : PI :: KR : K*e*, & en divisant (ou en composant) PL : PI :: (R*e* : K*e* ::) *f*M : *f*S, par la résolution des derniers rectangles; & en divisant (ou en composant) PL : LI :: *f*M : MS.

Les rayons dont les foyers sont I & *f* sont supposés paralleles à l'axe dans le milieu CE; soient donc *a* & *t* les foyers des autres rayons qui sont paralleles à l'axe dans l'autre milieu intérieur AC; & puisque PL : LI :: *f*M : MS; par la même

raison lorsque P vient en a, & par conséquent S en t, on aura a L : L I : : f M : M t ; donc à cause du rectangle donné L I × f M, on aura P L : L a : : M t : M S.

371. 2e. *Cas*. Donc par la méthode de la 3e. proposition, on pourra trouver le foyer des rayons paralleles après la réfraction dans quatre surfaces, & ensuite le foyer des rayons inclinés de la même manière que dans le cas précédent & ainsi de suite. Or par ces propositions il est assez évident, que si L & M sont les principaux foyers de tout le systême des surfaces, & I & f les foyers des autres rayons qui vont parallelement dans chacun des milieux intérieurs, alors P L : L I : : f M : M S.

372. *Corol*. 1. Il est clair par l'analogie entre les regles pour trouver les foyers des rayons rompus au travers d'une surface & d'une lentille simple (art. 236), que la regle de cette proposition pour les foyers des rayons rompus au travers d'un nombre quelconque de surfaces, doit servir aussi pour un nombre quelconque de lentilles de toute espèce placées en A, C, E &c. dans un milieu continu. Et ainsi il paroît que la rélation entre les foyers conjugués P, S d'un pinceau de rayons rompus au travers d'un nombre infini de surfaces ou de lentilles, peut toujours être exprimée par une proportion simple ; tout de même que cette rélation est exprimée pour une surface ou une lentille simple.

373. *Corol*. 2. Prenez une ligne N moyenne proportionnelle entre les lignes données L I, f M, ou entre L a, t M, elle sera aussi moyenne proportionnelle entre les lignes variables P L, M S ; & par conséquent P L est en raison réciproque de M S, & elles sont des côtés opposés par rapport aux foyers principaux L, M. Et les rayons émergents viendront de S, s'il se trouve du même côté de la dernière surface que les rayons incidents, ou ils iront vers S s'il se trouve de l'autre côté. Parce que les rayons continuent d'aller en avant depuis la dernière surface.

PROPOSITION V.

Fig. 289. *Ayant le demi-diamètre* P p *d'un petit objet, placé perpendiculairement à l'axe commun d'un nombre quelconque de surfaces réfringentes, qui partagent des milieux donnés; trouver le demi-diamètre* S s *de sa dernière image?*

374. Tout subsistant comme dans les propositions précédentes, prenez une ligne $V = Aa \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$, &c. autant que le nombre des surfaces le pourra permettre & S s sera à P p, comme la ligne constante V est à P L.

Car soient a, x, n &c. les centres des surfaces données A, C, E &c. Qq, Rr, Ss &c. les images respectives qu'elles forment. L'objet & ces images ont pour termes les lignes paq, qxr, rns, &c. (art. 245). Or par l'art. 238, nous avons Qb : QA : : Qa : QP, & en divisant (ou en composant) Qb:bA : : Qa : aP : : Qq : Pp : parce que les triangles Qaq, Pap sont équiangles; & par la même raison que Pp : Qq : : bA : bQ, on aura Qq : Rr : : dC : dR & Rr : Ss : : fE : fS &c. & en composant ces proportions, on aura Pp : Ss : : bA $\times$ dC $\times$ fE : bQ $\times$ dR $\times$ fS. Mais par l'art. 237 on aura Pa : Ab : : Aa : bQ & par l'art. 367, PI : Pa : : dK : dR & par l'art. 370, PL : PI : : fM : fS, & ces trois proportions étant composées donnent PL : Ab : : Aa $\times$ dK $\times$ fM : bQ $\times$ dR $\times$ fS. Mais nous avons Ss : Pp : : bQ $\times$ dR $\times$ fS : bA $\times$ dC $\times$ fE. Donc Ss $\times$ PL : Pp $\times$ Ab : : Aa $\times$ dK $\times$ fM : bA $\times$ dC $\times$ fE. Donc $Ss = Pp \times \frac{Aa}{PL} \times \frac{Kd}{dC} \times \frac{fM}{fE}$ ou en prenant une ligne $V = Aa \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$, $Ss = Pp \times \frac{V}{PL}$.

375. *Corol* 1. Donc l'image Ss est égale à l'objet Pp, lorsque PL est égal à V.

376. *Corol.* 2. L'image Ss est en raison directe de l'objet Pp & inverse de PL.

377. *Corol.* 3. Donc l'image Ss est comme l'angle PLp compris par l'objet dans le foyer principal L (art. 222).

378. *Corol.* 4. L'image eſt ſemblable à l'objet dans toutes ſes parties. Car P L étant donnée, S *s* eſt comme P *p*.

379. *Corol.* 5. Lorſque l'objet eſt donné, l'image eſt en raiſon inverſe de P L ou directe de M S par l'art. 373.

380. *Corol.* 6. Si les rayons émergents ſont reçus ſur un plan perpendiculaire, qui coupe $_nS$ en X & $_ns$ en *x*, prenez une ligne $Ll = \frac{LI \times fM}{_nM}$, & placez-la dans une direction contraire à celle de M_n, par rapport à M, & le demi-diamètre X*x* de cette image confuſe, ſera égal à $\frac{Pp}{Pl} \times \frac{_nX}{_nM} \times V$. Car les triangles $_nXx$, $_nSs$ étant ſemblables, on aura $Xx : (Ss =)$ $\frac{Pp}{PL} \times V$ (art. 374.) $:: {_nX} : {_nM} + MS$, ou $_nM + \frac{LI \times fM}{PL}$ (art. 373) $:: {_nX} + PL : {_nM} \times PL + LI \times fM :: \frac{_nX \times PL}{_nM} : PL + \frac{LI \times fM}{_nM}$ ou $PL + Ll$ ou Pl par la conſtruction. Donc $Xx = \frac{Pp}{Pl} \times \frac{_nX}{_nM} \times V$.

381. *Corol.* 7. Donc ſi le plan perpendiculaire eſt fixé dans un lieu X, l'image confuſe X*x* ſera comme $\frac{Pp}{Pl}$ ou comme l'angle compris par l'objet au point donné *l*. (art. 222).

Corol. 8. Donc ſi l'objet eſt donné, cette image X*x* ſera en raiſon inverſe de P*l* & ſemblable à l'objet.

PROPOSITION VI.

Trouver la raiſon des angles que les parties incidentes & émergentes d'un rayon forment entr'elles, & avec l'axe commun d'un nombre quelconque de ſurfaces entre des milieux donnés?

382. Tout le reſte ſubſiſtant, ſoit P B D F S le cours du rayon, P & S ſa première & ſa dernière interſection avec l'axe commun des ſurfaces. Prenez une ligne Z égale à $Ab \times \frac{dK}{eC} \times \frac{fM}{eE}$ &c. Fig. 290.

autant que le nombre des surfaces le pourra permettre, & l'angle A P B sera à E S F comme la ligne donnée Z est à P L.

Car $Qb : bA :: Aa : aP$ (art. 237) & en composant & par raison alterne, $Qb : Aa :: QA : AP ::$ ang. APB : ang. AQB (art. 222). De même $Rd : Cc :: RC : CQ ::$ ang. CQD : ang. CRD & encore $Sf : Ee :: SE : ER ::$ angl. ERF : ang. ESF & ainsi de suite. Donc en composant ces proportions on aura $Qb \times Rd \times Sf : Aa \times Cc \times Ee ::$ ang. P : ang. S. Mais dans la demonstration de la dernière proposition nous avons $Aa \times dK \times fM : Qb \times Rd \times Sf :: PL : Ab$; d'où l'on conclud aisément que $Ab \times \frac{dK}{Cc} \times \frac{fM}{Ee} : PL ::$ ang. P : angl. S, & retranchant le petit angle du grand, nous avons l'angle formé par les rayons incidents & émergents, comme on le voit en prolongeant ces rayons jusqu'à ce qu'ils se coupent mutuellement.

383. *Corol.* 1. Soit A B la demi-ouverture de la première surface, le demi-diamètre Mm de la section perpendiculaire du pinceau des rayons émergents, sera à A B, comme la ligne donnée $\frac{LI \times fM}{Z}$ est à A P. Car puisque les cordes des petits angles sont en raison composée de leurs côtés & des angles mêmes, nous aurons Mm à A B, en raison composée de M S à A P, & de l'angle MSm à l'angle A P B, ou par la proposition, de P L à Z. Donc $Mm = \frac{AB}{AP} \times \frac{MS \times PL}{Z} = \frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM}{Z}$ (art. 371.)

384. *Corol.* 2. Donc Mm est comme $\frac{AB}{AP}$ ou comme l'angle A P B.

385. *Corol.* 3. De sorte que si A B est donné, Mm est en raison inverse de A P.

386. *Corol.* 4. Si le pinceau émergent est coupé par un plan perpendiculaire dans un autre endroit X, le demi-diamètre Xx de cette section, sera égal à $\frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM - PL \times MX}{Z}$.

Car $Xx : (Mm =) \frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM}{Z} :: MS - MX : MS ::$ $\frac{LI \times fM}{PL} - MX : \frac{LI \times fM}{PL} :: LI \times fM - PL \times MX : LI \times fM$.

387. *Corol.* 5. Delà résulte la construction suivante ; prenez $Ln : LI :: fM : MX$ & placez Ln par rapport à L dans une direction contraire à celle de MX par rapport à M ; prenez dans la ligne AG perpendiculaire à l'axe, $AG : AB :: MX : Z$; ensuite par le point G menez GH parallele à l'axe & sous les asymptotes GA, GH, tracez une hyperbole nY qui passe par n ; la perpendiculaire PY sera par-tout égale au demi-diamêtre Xx, lorsque le plan sera fixe en X. Car par la propriété de l'hyperbole le rectangle $GH \times HY = GA \times An$; donc $PY = (HY - GA =) \frac{GA \times An - GA \times AP}{AP} = \frac{AG}{AP} \times \overline{Ln - LP} = \frac{AG}{AP} \times \overline{\frac{LI \times fM}{MX} - LP} = \frac{AG}{AP} \times \left(\frac{LI \times fM}{MX} - \frac{LP \times MX}{MX} \right) =$ (par la construction) $\frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM - LP \times MX}{Z}$ $=$ (par le quatrieme Corol.) Xx. Fig. 291.

388. La ligne N ou la moyenne proportionnelle entre LI & fM a servi à déterminer la rélation de deux foyers conjugués quelconques P, S, avec les foyers principaux L, M (art. 373) ; la ligne V ou $Aa \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$, à déterminer la raison de l'objet en P à son image en S (art. 374), & la ligne Z ou $Ab \times \frac{dK}{cC} \times \frac{fM}{eE}$, à déterminer la raison des angles en P & S formés par un rayon avec l'axe de la surface (art. 382.) Or je dis que les lignes V, N, Z sont en proportion continue, en raison sous-doublée de $Aa \times Cc \times Ee$ à $Ab \times Cd \times Ef$; & que par conséquent dans les lentilles elles sont égales entr'elles. Car $V : Z :: \frac{Aa}{Cd \times Ef} : \frac{Ab}{Cc \times Ee} :: Aa \times Cc \times Ee : Ab \times Cd \times Ef$, & par les articles 369 & 366 on voit que N^2:

Z^2 ou $LI \times fM : \frac{Ab^2}{Cc^2 \times Ee^2} \times dK^2 \times fM^2 :: (LI =) \frac{Ia \times dK}{Ke} :$
$\frac{Ab^2}{Cc^2 \times Ee^2} \times dK^2 \times \frac{eEf}{Ke} :: (Ia =) \frac{aAb}{bc} : \frac{Ab^2}{Cc^2 \times Ee^2} \times \frac{eCd}{bc} \times Ef ::$
$\frac{Aa}{Cd \times Ef} : \frac{Ab}{Cc \times Ee} :: V : Z$, commme ci devant.

PROPOSITION VII.

Trouver la distance apparente d'un objet vu au travers d'un systême donné de milieux, & combien elle varie pendant que l'œil, l'objet ou le sistême se meuvent en avant ou en arrière?

Fig. 291. 389. Tout subsistant comme auparavant, divisez L M également en T, & dans une perpendiculaire à l'axe en T, prenez T v, T n, T z égales respectivement aux lignes données V, N, Z, & par z parallelement à L M menez $l\,m$ qui coupe en l & m les perpendiculaires par L & M. Joignez m S & prolongez la de part & d'autre; la perpendiculaire O X terminée par m S sera égale à la distance apparente de l'objet P vu d'un point quelconque O.

Soit de même R le foyer conjugué d'un pinceau de rayons, que l'on suppose venir de O; joignez & prolongez l R; la perpendiculaire P Y terminée par l R sera aussi la distance apparente de l'objet P vu de O.

Enfin prenez O G & P H égales chacune à T L ou T M, & placez les en dedans, si l'ordre des points L T M est dans le cours des rayons qui viennent de P, & en dehors s'il ne l'est pas; & que $l\,m$ prolongée coupe les perpendiculaires à l'axe G & H en g & h; & soit $g\,h$ l'ordonnée à l'axe d'une parabole g Z h dont le paramètre qui appartient à l'axe est la ligne T v, & dont les branches s'étendent depuis son sommet du même côté que les perpendiculaires G g, H h depuis l'axe du systême; l'ordonnée T Z sera aussi la distance apparente de l'objet P vu de O.

Maintenant si l'objet & le systême sont fixes, pendant que l'œil est en mouvement le long de l'axe du systême, la perpendiculaire mobile O X, terminée par la ligne fixe m S, étant

toujours

toujours égale à la diſtance apparente, en marquera la variation. Ou ſi l'œil & le ſyſtême ſont fixes pendant que l'objet eſt en mouvement le long de l'axe du ſyſtême, la perpendiculaire mobile PY, terminée par la ligne fixe lR, étant toujours égale à la diſtance apparente, en marquera la variation. Ou enfin, ſi l'œil & l'objet ſont fixes pendant que le ſyſtême eſt en mouvement le long de ſon axe (en ſuppoſant que ſes parties gardent les mêmes intervalles) la perpendiculaire mobile TZ terminée par la parabole fixe gZh, étant toujours égale à la diſtance apparente, marquera ſes variations.

Et ſi une partie du ſyſtême eſt fixe, pendant que l'autre eſt en mouvement; ſoit l'image fixe de l'objet formée par la partie fixe, en P; en appliquant à la partie mobile la même conſtruction qu'on vient d'appliquer à tout le ſyſtême, l'ordonnée TZ marquera dans ce cas la diſtance apparente.

DÉMONSTRATION.

Car ſoit la ligne $p\varpi$ parallele à PO, qui rencontre le rayon viſuel Os prolongé, en ϖ, achevez le parallelogramme rectangle $Pp\varpi\pi$; $O\pi$ ſera la diſtance apparente de l'objet Pp (art. 139); & les triangles $O\pi\varpi$, OSs étant équiangles, nous avons $O\pi : OS :: (\pi\varpi$ ou $Pp : Ss ::) PL : V$ (art. 374), c'eſt-à-dire, qu'en ſuppoſant que les perpendiculaires OX, PY, TZ ſont chacune égales à la diſtance apparente $O\pi$, nous avons OX ou PY ou $TZ : OS :: PL : Tv :: Tz : MS$ parce que $PL \times MS = Tn^2 = Tv \times Tz$ (art. 373, 388). Fig. [illegible]9. Fig. 292.

Nous avons donc 1°. $OX : OS :: Tz$ ou $Mm : MS$; ce qui fait voir que mS prolongée eſt le lieu géométrique du point X. 2°. Nous avons auſſi $PY : Tz$ ou $Ll :: (OS : MS ::) PR : LR$. Car nous avons $PL \times MS = Tn^2 = OM \times lR$, donc $OM : MS :: PL : LR$, & en diviſant, $OS : MS :: PR : LR$. Ce qui fait voir que lR prolongée eſt le lieu du point Y. Enfin nous avons $TZ = \left(\frac{PL \times OS}{Tv} = \frac{PL \times OM}{Tv} = \frac{PL \times MS}{Tv} =\right) \frac{HT \times TG}{Tv} - Tz$. Car par la conſtruction, $PL = HT$ & $OM = TG$ & $PL \times MS = Tv \times Tz$. Si donc le point T vient en G,

comme alors $TG = o$, nous avons, par l'équation, l'ordonnée $TZ = -T\zeta = Gg$, & si T vient en H, nous avons $TZ = -T\zeta = Hh$; & par la même équation nous avons $TZ + T\zeta$ ou $\zeta Z = \frac{h\zeta \times \zeta g}{Tv}$. Divisez également gh en A, & le point ζ venant en A, que ζZ devienne $AB = \frac{hAg}{Tv} = \frac{hA^2}{Tv}$. Menez ZC perpendiculaire à AB, on aura $BC = (AB - \zeta Z = \frac{hA^2}{Tv} - \frac{hA^2 - A\zeta^2}{Tv}$ (Eucl. II. 5.) $= \frac{A\zeta^2}{Tv} =) \frac{CZ^2}{Tv}$. Ce qui fait voir que le lieu du point Z est une parabole, dont le paramètre qui appartient à l'axe AB, est Tv. C. Q. F. D.

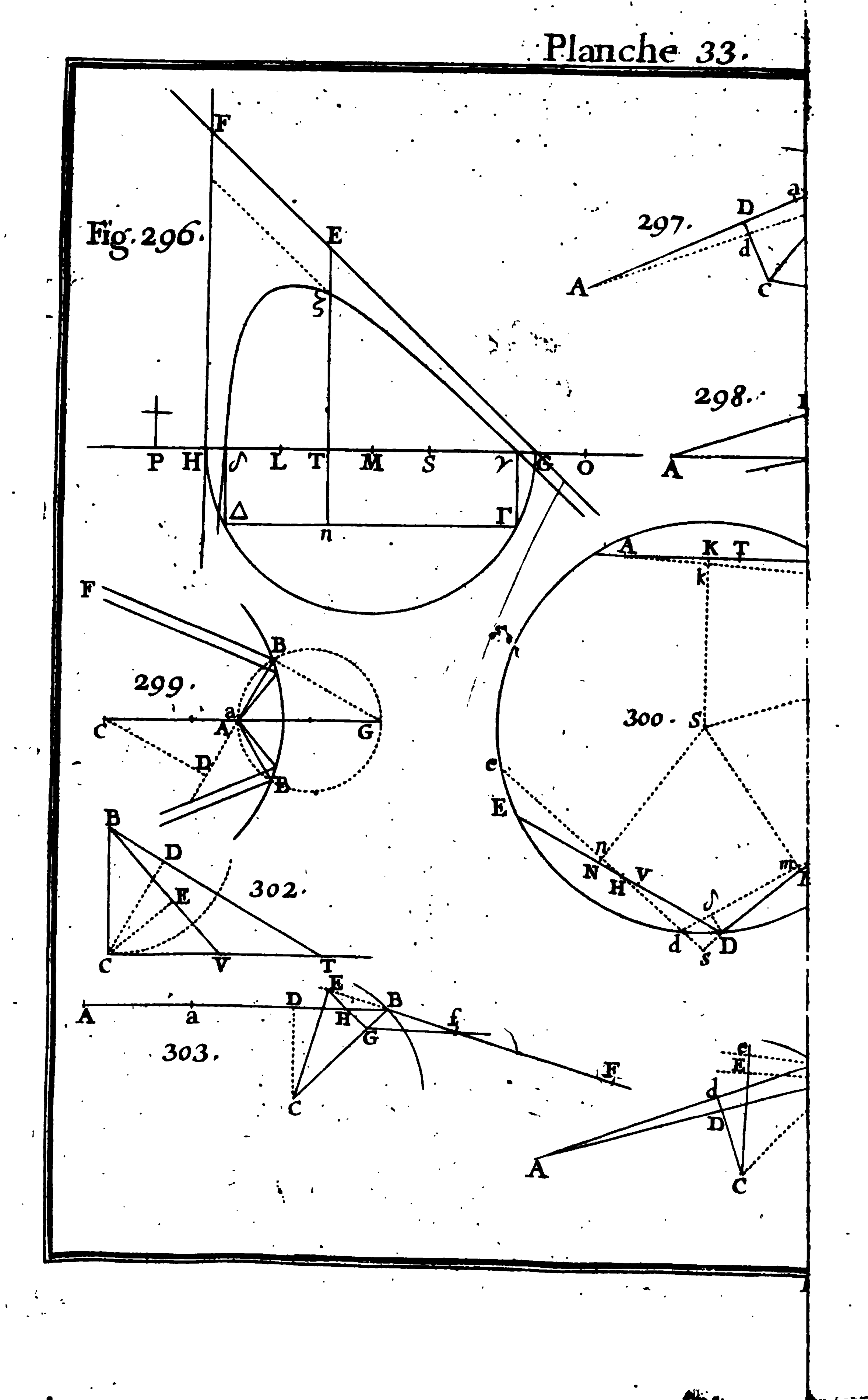
391. Pendant que le systême reste fixe dans un endroit, la distance apparente d'un objet en P vu de O, est à la distance apparente d'un objet en O vu de P, comme Z est à V. Car soit un rayon PBDF qui tombe sur un objet placé en O dans un point K, menez Kx parallele à OP, & qu'elle rencontre le rayon PB prolongé, en x; achevez le rectangle $xKO\Omega$; la distance apparente $P\Omega : PO ::$ ang. OPK : angl. ΩPx (art. 222), ou en raison composée de l'angle OPK à OSK & de OSK à ΩPx, c'est-à-dire, de OS à OP & de PL à Z (art. 382).
Fig. 293.

Donc $P\Omega = \frac{PL \times OS}{Z}$ Mais nous avons $O\Pi = \frac{PL \times OS}{V}$ dans l'article précédent. Donc $O\Pi : P\Omega :: Z : V$.

392. Donc la construction précédente donnera la distance apparente d'un objet en O vu de P, en menant la ligne lm par v & faisant $T\zeta$ paramètre de la parabole. La même construction sert aussi pour une lentille ou plusieurs lentilles, en menant la ligne lm par n & faisant Tn paramètre de la parabole. Car dans les lentilles les points n, v, ζ se confondent (art. 388), & par conséquent les distances apparentes $O\Pi$ & $P\Omega$ sont égales.
Fig. 292.

Fig. 294.
393. Donc si les lieux de l'œil & de l'objet sont donnés, & qu'il soit question d'interposer un systême donné de surfaces dans une telle place que l'objet paroisse à travers toutes ces surfaces à une distance donnée; on prendra dans une perpendiculaire DQD à l'axe OPQ, de chaque côté de Q, QD & QD




Fig. 296.
F
E
ξ
P H δ L T M S γ G O
Δ Γ
n
297.
D
d
A
C
298.
A
F
B
299.
a
C A G
D
B
A K T
k
300. S
e
E
n
N V
H
δ
d D
s
B
D
E
302.
C V T
E
A a D B
H
G
f
303.
F
C
e
E
d
D
A
C

égales à la distance donnée & par les points D, D, parallelement à l'axe, on menera les lignes D Z Z, D Z Z, qui couperont la parabole en quatre points Z, Z, Z, Z lorsque la chose est possible; menez alors les perpendiculaires Z T &c. à l'axe O P, & placez le point du systême donné qui coupe également l'intervalle L M, dans chacun des quatre points T; & l'œil en O verra l'objet à la distance donnée Q D, ou T Z, comme il est évident par la construction précédente.

394. Et par la même méthode, si les lieux de l'objet & du systême sont donnés, on pourra trouver le lieu de l'œil, d'où l'objet paroîtra à une distance donnée; & de même si les lieux de l'œil & du systême sont donnés, on trouvera le lieu de l'objet, dans lequel il paroîtra à une distance donnée.

J'ai donné les constructions précédentes de la distance & de la grandeur apparente (art. 140), afin que chacun puisse examiner combien elles approchent de ses idées de distance & de grandeur, en faisant les expériences. Et je vais ajouter les constructions suivantes pour la distance de la dernière image d'un objet à l'œil, pour faire voir combien elle différe prodigieusement de la distance apparente de l'objet dans la plûpart des cas.

PROPOSITION VIII.

Faire voir en quelle manière la distance entre l'œil & la dernière image d'un objet varie, pendant que l'œil, l'objet ou le systême de réfraction quelconque, se meut en avant ou en arrière?

395. Tout subsistant comme ci-devant, prenez une perpendiculaire Mσ égale à M S, & menez σ S qui coupe en x une perpendiculaire en O; lorsque l'objet & le systême seront fixes, & que l'œil sera en mouvement le long de O P, il est évident que O x sera toujours égale à OS, distance entre l'œil & la dernière image de l'objet P. Fig. 295.

Elevez en L une perpendiculaire L ω égale à M O, & menez ω ψ parallele à L P, qui coupe en ψ une perpendiculaire en P; & par le foyer R avec le centre ω & les asymptotes ω L, ω ψ tracez une hyperbole qui coupera en y la perpendiculaire en P;

Py sera la distance de la dernière image à l'œil, pendant que l'œil & le systême sont fixes, & que l'objet est en mouvement le long de OP. Car puisque $P\downarrow = L\omega = MO$, nous aurons $Py = OS$, en prenant $\downarrow y = (MS = \frac{Tn^2}{PL} =) \frac{Tn^2}{\omega\downarrow}$. Donc le rectangle $\omega\downarrow y = Tn^2$, ce qui fait voir que le lieu du point y est une hyperbole qui passe par R, parce que le rectangle $RL\omega$ ou $RL \times MO = Tn^2$.

Fig. 296. Enfin élevez une perpendiculaire $HF = HG$, & menez FG qui coupe la perpendiculaire nT prolongée en E; dans laquelle vous prendrez $E\zeta = \frac{Tn^2}{HT}$, & vous le placerez en bas si HT est depuis H vers G & en haut s'il est de l'autre côté. Ensuite par le point ζ, avec le centre F & les asymptotes FG, FH vous décrirez une hyperbole $\gamma\zeta\delta$; & pendant que l'œil & l'objet seront fixes & que le point T sera en mouvement avec le systême, l'ordonnée $T\zeta$ sera toujours égale à la distance de la dernière image à l'œil. Car par la construction, la ligne $E\zeta$ est en raison réciproque de HT ou de FE; parce que HT est à FE en raison donnée de HC à FG; c'est-à-dire, que la grandeur du rectangle sous $FE\zeta$ est invariable, & que par conséquent le lieu du point ζ est une hyperbole. De plus par la construction $TE = TG = MO$, & par conséquent $T\zeta = (TE - E\zeta = MO - \frac{Tn^2}{HT} = MO - \frac{Tn^2}{PL} = MO - MS =) OS$.

396. Si l'hyperbole $\gamma\zeta\delta$ coupe la ligne OP en γ & δ, lorsque le point T dans le systême donné sera porté en γ ou δ, la dernière image de l'objet en P tombera sur l'œil en O, parce que $T\zeta = 0$.

397. Donc si les deux points O, P sont donnés, & qu'il soit question d'interposer une lentille ou une surface donnée, ou un systême de lentilles ou de surfaces, de telle manière que les rayons qui appartiennent à P appartiennent aussi à O après toutes les réfractions, nous avons la solution dans l'art. précédent, ou plus promptement en cette manière. Parallelement à PO & par

le point n, menez une ligne $\Gamma n \Delta$ qui coupe un demi-cercle sur le diamètre G H en Γ & Δ; & les perpendiculaires $\Gamma \gamma$, $\Delta \delta$ à l'axe O P, donneront les points γ, δ, où T doit être placé. Car lorsque O S ou Tζ, c'est-à-dire, $TG - \frac{Tn^2}{TH} = o$, nous avons le rectangle $HTG = Tn^2 = \gamma\Gamma^2 = \delta\Delta^2 = H\gamma G =$ $H\delta G$ (*Eucl. VI.* 13), & par conséquent T doit se confondre avec γ ou δ. Mais les données doivent être telles que T n soit moindre que la moitié de H G; car s'il est plus grand, il est impossible que la ligne $\Gamma n \Delta$ coupe le cercle dont le diamètre est H G.

398. Et lorsque la distance de l'image à l'œil n'est plus rien, la distance apparente de l'objet n'est plus rien aussi dans le même tems. Car la parabole dans la proposition précédente coupe la ligne O P dans les mêmes points γ, δ ou l'hyperbole la coupe, lorsque la chose est possible, c'est-à-dire, lorsque T n est moindre que la moitié de G H. Car nous avons l'ordonnée parabolique $TZ = \frac{HT \times TG}{Tv} - T\zeta$ (art. 390) ce qui étant égalé à zero donne le rectangle $Tv \times T\zeta$ ou $Tn^2 =$ $HTG = H\gamma G$.

399. Dans toutes les propositions de ce chapitre, je ne me suis attaché qu'au cas le plus général, qui est celui où le systême des surfaces ou des lentilles a deux foyers principaux, comme L & M; mais les surfaces peuvent être tellement situées, que les rayons qui tombent paralleles sur la première, sortent aussi paralleles de la dernière. J'ai évité à dessein ces cas particuliers, & quelques autres déterminations en petit nombre, qui auroient trop embarrassé le lecteur & détourné son attention du cas général. Cependant ceux qui voudront les examiner par eux-mêmes, les trouveront aisés à résoudre de la manière suivante. Dans la seconde proposition, si l'on suppose que les foyers b, c, se confondent, les principaux foyers I, K s'éloigneront à une distance infinie. En ce cas P a est à d R en raison donnée du rectangle aAb au rectangle *Fig. 285, 286.* cCd & P a, d R seront du même côté de a & d. Car nous avons $Pa = \frac{aAb}{bQ}$ & $dR = \frac{cCd}{cQ}$; mais $bQ = cQ$, parce

que $bc = 0$. Dans ces cas & autres semblables où le systême n'a point de foyers principaux, les lieux géométriques des points X, Y, Z; x, y, z dans les constructions précédentes sont tous des lignes droites.

400. Par l'analogie entre les regles pour trouver le foyer d'un pinceau de rayons réfléchis & rompus par une surface sphérique simple (art. 207, 236), il est évident que toutes les propositions & constructions de ce chapitre, peuvent aisément s'appliquer aux rayons réfléchis successivement par un nombre quelconque de surfaces sphériques entre des milieux donnés quelconques. Et quoique je n'aye parlé que des surfaces sphériques, cependant toutes mes conclusions seront les mêmes pour toutes les autres surfaces, dont les courbures seront égales à celles des surfaces sphériques (art. 212).

401. De même dans le chapitre suivant, où j'examine les réflexions & réfractions des rayons qui ne tombent pas seulement perpendiculairement ou presque perpendiculairement comme ci-devant, mais avec quelque degré d'obliquité sur des courbes quelconques, je ne parlerai que du cercle, que l'on suppose toujours avoir la même courbure que toute autre courbe, lorsqu'il est possible, dans le lieu où un pinceau délié de rayons tombe sur elle. Pour trouver le rayon de courbure, il faut mener des perpendiculaires à la courbe donnée ou à ses tangentes dans les points donnés d'incidence & chercher le point de concours des deux perpendiculaires les plus proches; car ce point de concours est le centre d'un cercle dont l'arc se confond avec la courbe donnée aux points d'incidence. Mais comme c'est là un problême purement géométrique, il suffit d'en avoir donné ici une idée; d'autant plus que l'examen des courbes différentes du cercle est rarement nécessaire pour expliquer les apparences optiques dans la nature. J'examinerai d'abord un pinceau superficiel de rayons, qui sont tous dans un même plan d'incidence; parce qu'on verra dans la suite que les rayons d'un pinceau solide qui sont en différents plans d'incidence, appartiennent à différents foyers; & ainsi je substituerai à une surface sphérique un grand cercle de cette surface, en le regardant non pas comme un cercle mathématique, mais comme un cercle physique. Enfin on doit observer comme ci-devant

(art. 211) que dans la rigueur géométrique, le foyer d'un pinceau superficiel de rayons réfléchis ou rompus, n'est que l'interſection commune de deux rayons contigus, dont les points d'incidence ſont au milieu de tous les autres; mais la même interſection conſidérée phyſiquement peut ſe nommer foyer d'un pinceau ſuperficiel & délié de rayons.

CHAPITRE IX.

Déterminations des foyers des rayons qui tombent avec des degrés d'obliquité quelconque ſur un nombre quelconque de ſurfaces réfléchiſſantes & réfringentes de toute eſpèce & des propriétés des cauſtiques.

PROPOSITION I.

402. *Soit le rayon* AB *qui appartient au foyer* A, *& qui tombe avec une obliquité quelconque ſur la concavité ou ſur la convexité d'un cercle ou de toute autre courbe, dont le rayon de courbure en* B *eſt* CB, *& qu'il ſoit réfléchi le long de* BF *donnée de poſition; menez les ſinus d'incidence & de réflexion* CD, CE, *& diviſez également leurs coſinus égaux* BD, BE *en* a *&* f; *& dites comme* Aa : aB :: Bf : fF, *& placez* fF *du même côté par rapport à* Bf, *que l'eſt* aA *par rapport à* aB; *le point* F *ſera le foyer du pinceau délié & réfléchi par un arc extrêmement petit, dont le milieu eſt le point* B. Fig. 297.

Car ſoit A*b*F un autre rayon réfléchi par *b*, point le plus proche de B; menez C*d* & Bδ perpendiculaires à A*b*, & C*e*, Bε perpendiculaires à *b*F; la ligne Bδ ſera égale à Bε; car les angles B*b*δ, B*b*ε que les lignes A*b*, *b*F prolongées ſont avec l'arc B*b* ou ſa tangente en *b*, ſont égaux (art. 9); & par conſéquent les petits triangles rectangles B*b*δ, B*b*ε ſont auſſi égaux. De plus les lignes D*d*, E*e*, qui lorſque *b* & B ſe confondent ſont les différences des ſinus égaux CD & CE, C*d* & C*e*, ſont auſſi égales. Et puiſque les triangles BAδ, DA*d* ſont équiangles, auſſi bien que

BF ν, EF e; la raiſon des diſtances BA à AD (ou de Bδ à Dd ou de Bν à Ee) ſera la même que celle des diſtances ſemblables BF à FE. Donc en compoſant & en diviſant, BA $\pm$ AD : AD : : BF $\pm$ FE : FE & par raiſon alterne, $\frac{BA + AD}{2}$: $\frac{BF + FE}{2}$: : (AD : FE : :) $\frac{BA - AD}{2}$: $\frac{BF - FE}{2}$, c'eſt-à-dire, Aa : Bf : : aB : fF & par raiſon alterne Aa : aB : : Bf : fF. Et en ſuppoſant que les rayons vont en arrière dans la figure, ils ſeront réfléchis par la convexité de l'arc, dans les mêmes lignes prolongées que ci-devant. C. Q. F. D.

403. *Corol.* 1. Lorſque le rayon incident AB paſſe par le centre du cercle réfléchiſſant, cette propoſition devient la 3e. propoſit. art. 207.

404. *Corol.* 2. On voit par la démonſtration, que la raiſon des diſtances BA, AD eſt la même que celle des diſtances ſemblables BF, FE.

405. *Corol.* 3. Les points a, f, ſont les foyers des pinceaux déliés qui viennent paralleles à FB & AB reſpectivement. Car lorſque le foyer A ou F eſt à une diſtance infinie, les lignes Dd, Bδ, Bν, Ee deviennent égales entr'elles. Ou bien cela ſuit du 2e. Corol. ou de la propoſit. même.

Fig. 298. 406. *Corol.* 4. Elevez BG & BH perpendiculaires aux rayons incidents & réfléchis AB & BF & prenant BH égale à BG, laquelle eſt terminée par l'axe AC prolongé, joignez CH qui coupera le rayon réfléchi dans ſon foyer F. Car en menant les ſinus égaux CD, CE, les triangles BAG, DAC ſeront équiangles, auſſi bien que BFH, EFC. Donc BA : AD : : (BG : DC : : BH : CE : :) BF : EF; qui eſt la propriété des foyers, A, F, par le Corol. 2.

Fig. 299. 407. *Corol.* 5. Le foyer A étant donné, pour trouver le point B, dans un cercle réfléchiſſant, d'où & des points voiſins les rayons ſeront réfléchis par des lignes paralleles; prenez dans CA prolongée AG = AC & décrivez un cercle ſur le diamètre AG, qui coupera le cercle réfléchiſſant aux points B, B requis. Car menant GB, l'angle ABG dans le demi-cercle eſt droit, & par conſéquent dans les triangles ABG, ADC, les

les côtés AB, AD ſont égaux, & par conſéquent A eſt le foyer des rayons qui ſe réfléchiſſent de B en lignes paralleles par le Corol. 3.

408. La poſition du rayon réfléchi BF., qui dans cette propoſition & dans la ſuivante eſt ſuppoſée donnée, peut ſe déterminer en faiſant l'angle d'incidence égal à l'angle de réflexion, ou en inſcrivant une corde dans le cercle de réflexion, égale à celle où ſe meut le rayon d'incidence, ou par diverſes autres méthodes.

PROPOSITION II.

409. *Le foyer des rayons incidents étant donné, trouver leur foyer après un nombre donné de réflexions ſucceſſives dans l'intérieur d'un cercle donné?*

Soit ABCDE la route donnée d'un rayon réfléchi par un cercle en B, C, D & du centre S ſur AB & DE première & dernière parties du rayon, abaiſſez les perpendiculaires SK, SN; & de K & N vers B & D, le premier & le dernier point de réflexion, prenez KT & NV tellement en proportion à KB & ND, comme l'unité eſt à deux fois le nombre des réflexions ſucceſſives; ſoit enſuite un point A dans la ligne AB qui ſoit le foyer des rayons incidents & dites TA : TK :: VN : VH; & plaçant VH du même côté par rapport à VN, que l'eſt TA par rapport à TK, le point H ſera leur foyer après toutes les réflexions. Fig. 300.

Car ſoient les perpendiculaires SK, SL, SM, SN ſur le rayon AB, BC, CD, DE qui coupent le rayon ſuivant A*bcde* en *k*, *l*, *m*, *n*; & que les foyers ou interſections de ces deux rayons ſoient en F, G, H. Abaiſſez auſſi des points B, C, D ſur le rayon, A*b*, *bc*, *cd*, les perpendiculaires Bβ, Cγ, Dδ & de même ſur *bc*, *cd*, *de*, les perpendiculaires B*q*, C*r*, D*s*. Ces dernières perpendiculaires, B*q*, C*r*, D*s*, ſeront reſpectivement égales aux premières Bβ, Cγ, Dδ, comme on le voit par la démonſtration de la dernière propoſition. Or puiſque FB, FL, FC ſont en même raiſon entr'elles que B*q*, L*l*, Cγ; & puiſque FB + 2 FL = FC, on aura

$Bq+2Ll = C\gamma$ ou Cr. Par la même raison $Cr+2Mm = D\delta$ ou Ds & ainsi de suite. Donc puisque Kk, Ll, Mm sont égales, comme on l'a fait voir dans la démonstration de la dernière proposition, les perpendiculaires Bq, Cr, Ds & leurs égales $B\beta$, $C\gamma$, $D\delta$ seront respectivement en progression arithmétique, leur commune différence étant $2Ll$ ou $2Kk$. De sorte que prenant n pour le nombre des cordes BC, CD, qui joignent les points successifs des réflexions qui se font dans le passage du rayon donné de A en H, nous aurons $B\beta+2nKk = Ds$ soutendante de l'angle DHs; c'est-à-dire, $Kk : B\beta + 2nKk ::$ (Kk ou $Nn : Ds ::$) $NH : HD$. Donc $2nKk : B\beta + 2nKk :: 2nNH : HD$, & en divisant, $2nKk : B\beta :: 2nHN : HD - 2nNH$ & $Kk : \beta B$ ou $AK : AB :: NH : HD - 2nNH$, & en divisant $AK : KB :: NH : HD - 2nNH - NH$, ou $ND - 2nNH - 2NH$. Donc $AK : \frac{1}{2n+2} KB :: NH : \frac{1}{2n+2} ND - NH$; & en composant $AK + \frac{1}{2n+2} KB : \frac{1}{2n+2} KB :: \frac{1}{2n+2} ND : \frac{1}{2n+2} ND - NH$; c'est-à-dire, en prenant $KT = \frac{1}{2n+2} KB$, & $NV = \frac{1}{2n+2} ND$, nous aurons $TA : TK :: VN : VH$; or, $2n+2$ ou $2 \times \overline{n+1}$ est le double du nombre des réflexions du rayon donné AB, parce qu'il y a toujours une réflexion de plus que le nombre des cordes entre le premier & le dernier point des réflexions. C. Q. F. D.

410. *Corol.* 1. Lorsque AB est fixe dans sa position, VH est en raison réciproque de TA, & par conséquent V est le foyer des rayons qui viennent paralleles à AB, & T le foyer de ceux qui viennent paralleles à ED, & ces foyers principaux se trouvent comme ci-devant, en prenant KT à KB comme l'unité à deux fois le nombre des réflexions successives.

411. *Corol.* 2. Les soutendantes perpendiculaires Kk, Ll, Mm, &c. des petits angles en A, F, G, &c. sont égales entr'elles. Et les petits arcs Bb, Cc, Dd, &c. sont en progression arithmétique, aussi bien que les perpendiculaires $B\beta$,

Cγ, Dδ, &c. parce que les petits triangles rectangles Bbβ, Ccγ, Ddδ, &c. sont équiangles.

PROPOSITION III.

412. *Du centre* C *d'un cercle réfringent* Bb *entre deux milieux donnés, abaissez la perpendiculaire* CD *sur un rayon incident* AB *&* CE *sur le rayon rompu* BF *donné de position; si le point* A *est le foyer des rayons incidents sur le petit arc* Bb, *&* F *leur foyer après la réfraction, la raison des distances* BF *à* EF, *sera composée de la raison des distances semblables* BA *à* DA, *de la raison des sinus d'incidence & de réfraction* CD, CE *prises directement & de la raison inverse des cosinus* BD, BE.

Car soit A*b*F le rayon le plus proche de ABF; abaissez Fig. 301. sur A*b* les perpendiculaires C*d*, Bδ & sur *b*F, C*e*, Bν; les triangles rectangles Bδ*b*, BDC seront semblables, comme on le voit en retranchant l'angle commun DB*b* des angles droits CB*b*, DBδ. Et par la même raison les triangles rectangles Bν*b*, BEC seront semblables, & par conséquent les figures totales Bνδ*b*, BEDC seront aussi semblables. On doit aussi observer que CD est à CE & C*d* à C*e* en raison donnée du sinus d'incidence au sinus de réfraction; & en divisant D*d* est à E*e* dans la même raison. Car on peut regarder la même ligne CD*d* comme perpendiculaire aux deux rayons AB, A*b* lorsque l'angle BA*b* disparoît (art. 204). Donc puisque les triangles BFν, EF*e* sont semblables aussi bien que BAδ, DA*d*; la raison de BF à EF ou de Bν à E*e* qui est composée des raisons Bν à Bδ, Bδ à D*d*, D*d* à E*e* sera aussi composée des raisons suivantes qui sont les mêmes respectivement que les premières, BE à BD, BA à DA, CD à CE. La position du rayon rompu BF, qui est supposée donnée dans cette proposition & dans les suivantes, sera dans la suite déterminée par le Lemme 4.

413. *Corol.* 1. Lorsque les rayons incidents sont paralleles, la raison de BF à EF est composée de la raison directe des sinus d'incidence & de réfraction & de la raison inverse des cosinus;

parce que la raison de BA à DA est une raison d'égalité, lorsque A est fort éloigné.

414. *Corol.* 2. La raison des soutendantes perpendiculaires D*d*, E*e*, des petits angles en A & F, est invariable; étant la même que celle du sinus d'incidence à celui de réfraction.

LEMME I.

Fig. 302. 415. La raison des tangentes CT, CV de deux angles quelconques CBD, CBF est composée de la raison directe de leurs sinus CD, CE & de la raison inverse de leurs cosinus BD, DE.

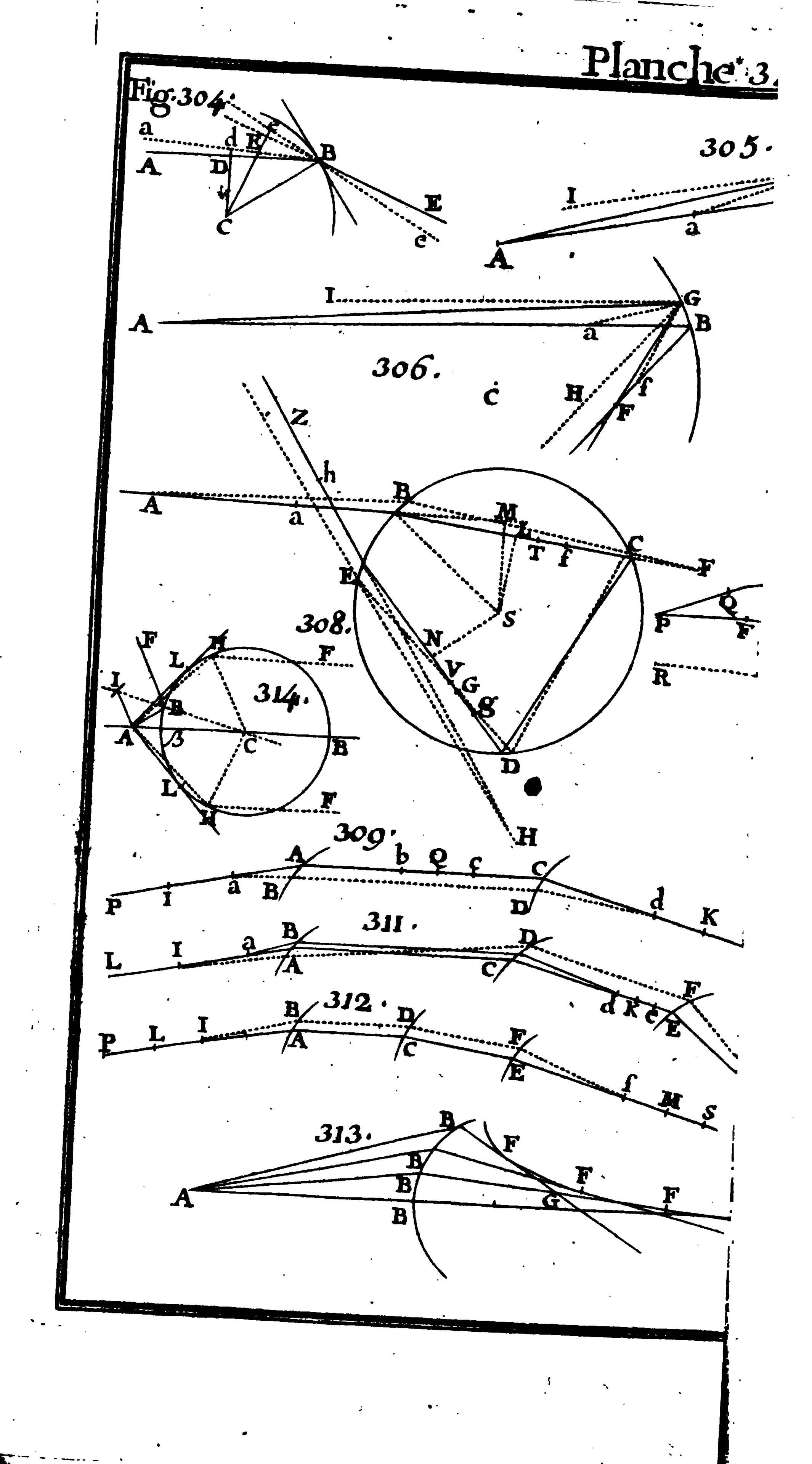
Car les triangles rectangles BCT, BDC sont équiangles, aussi bien que les triangles rectangles BCV, BEC. Donc la raison de CT à CV, qui est composée de CT à CB & de CB à CV, ou de CD à DB & de EB à EC, est la même que celle du rectangle sous CD, EB au rectangle sous DB, EC, qui est composée de la raison de CD à CE & de EB à DB (*Eucl. VI.* 23), c'est-à-dire, de la raison directe des sinus & inverse des cosinus. C. Q. F. D.

PROPOSITION IV.

Fig. 303. 416. *Soient* AB *&* Bf *un rayon incident & un rayon rompu donnés de position. Du centre* C *de la courbure en* B *ou du cercle réfringent, abaissez* CE *perpendiculaire au rayon* Bf *prolongé, & soit* Bf *à* BE *comme la tangente de l'angle d'incidence à la différence des tangentes d'incidence & de réfraction. Placez* Bf *en avant, c'est-à-dire, selon le cours du rayon rompu, si la surface du milieu plus dense est convexe, & en arrière si elle est concave;* f *sera le foyer d'un pinceau délié de rayons qui viennent paralleles à* AB *sur un très-petit arc en* B.

Car la raison de B*f* à E*f* étant composée de la raison directe des sinus d'incidence & de réfraction, & de la raison inverse des cosinus (art. 413) est la même que celle des tangentes de ces angles (art. 415); & en divisant B*f*: BE comme la tangente d'incidence à la différence des tangentes d'incidence




Fig. 304.
305.
306.
308.
314.
309.
311.
312.
313.

& de réfraction. La raison de la regle pour la position de B f est que les rayons allant en avant dans les deux cas, doivent être convergents dans l'un, & divergents dans l'autre. C. Q. F. D.

417. *Corol.* 1. Donc B f est à E f comme la tangente d'incidence à la tangente de réfraction.

418. *Corol.* 2. Soit a le foyer des rayons qui vont parallelement à fB, nous aurons Bf : Da :: BE : BD, c'est-à-dire, que les continuations BE, BD jusqu'aux foyers des rayons paralleles à ces cosinus, seront en même raison que les cosinus mêmes. Car Bf : Ef :: tang. d'incid. : tang. de réfract. & Ba est à Da dans la même raison inverse. Donc Bf : Ef :: Da : Ba & en divisant Bf : BE :: Da : DB, & par raison alterne, Bf : Da :: BE : BD.

419. *Corol.* 3. On peut aussi trouver le foyer f en menant des lignes en cette manière. Menez CE perpendiculaire au rayon rompu Ef; EG perpendiculaire à BC, & Gf parallele aux rayons incidents; elle coupera les rayons rompus dans leur foyer f. Car si EG coupe AB en H, & Gf étant parallele à la base BH du triangle BEH, nous aurons Bf : BE :: HG : HE (*Eucl. VI.* 2) qui est la même proportion de la proposition; puisque GH & GE sont tangentes des angles GBH, GBE d'incidence & de réfraction.

420. *Corol.* 4. Par où l'on voit que pendant que l'angle d'incidence croît continuellement, la distance du foyer Bf décroît continuellement, jusqu'à s'anéantir, lorsque l'angle de réfraction devient un angle droit, ou même jusqu'à devenir égale au cosinus de réfraction, lorsque l'angle d'incidence est droit. Par conséquent la distance du foyer est la plus longue, lorsque l'angle d'incidence est le plus petit : & alors cette proposition retombe dans la 2e. du chapitre 3e. art. 224. Car les tangentes des angles très-petits sont en même raison que leurs sinus ou arcs. (art. 204).

LEMME II.

421. Le plus petit incrément d'un angle d'incidence, est à l'incrément contemporain de l'angle de réfraction, comme Fig. 304.

la tangente de l'angle d'incidence, à la tangente de l'angle de réfraction.

Soient deux rayons A B, *a* B, comprenant un très-petit angle A B *a*, qui soient rompus en B le long des lignes B E, B *e* par un plan ou par une surface courbe. D'un point quelconque C de la ligne B C perpendiculaire à cette surface, abaissez C D *d* perpendiculaire aux rayons incidents (prolongés) en D & *d* & C E *e* perpendiculaire aux rayons rompus (prolongés) en E & *e*. Puisque C D est à C E & C *d* à C *e* en même raison des sinus, nous aurons, en divisant D *d* : E *e* : : C D : C E. Mais la raison des petits angles (A B *a* ou) D B *d* & E B *e*, qui sont les incréments ou decréments contemporains des angles d'incidence & de réfraction, étant composée de la raison de D *d* à E *e* & de B E à B D (art. 222), c'est-à-dire, de C D à C E & de B E à B D, est la même que celle des tangentes d'incidence & de réfraction. (art. 415). C. Q. F. D.

422. *Corol.* Donc si les angles d'incidence & de réfraction de l'un des rayons A B E, *a* B *e* sont invariables, pendant que ceux de l'autre rayon varient un peu, les petits incréments ou decréments seront toujours entr'eux dans une raison invariable.

PROPOSITION. V.

Fig. 303. 423. *Soit un rayon* A B *qui tombant avec quelque obliquité sur une courbe réfringente en* B, *est rompu le long de* B F *donnée de position; soit* B a *la distance du foyer des rayons qui viennent parallelement à* F B; *&* B f *celle du foyer des autres rayons paralleles à* A B; *si l'on suppose que le point* A *soit le foyer donné des rayons incidents, on dira* A a : a B : : B f : f F *& l'on placera* f F *du même côté par rapport à* f B, *que l'est* a A *par rapport à* a B; F *sera le foyer des rayons rompus.*

Fig. 305. Car soit A G F le rayon le plus proche de A B F; & joignant *a* G & *f* G, le rayon *a* G après la réfraction en G, ira le long de la ligne G H parallele à B F, par la supposition; de même le rayon *f* G se rompra en G le long de la ligne G I parallele à B A. Mais l'angle A G *a* est à l'angle F G H ou G F *f* dans une certaine raison donnée (art. 422); & de même l'angle

aAG ou AGI est à fGF dans la même raison donnée (art. 422.) Donc par raison alterne, l'angle AGa : ang. aAG : : ang. GFf : ang. fGF ; & les sinus de ces petits angles sont en même proportion (art. 220). Donc dans les triangles AGa, GFf les côtés opposés à ces angles sont aussi dans la même proportion (art. 221); c'est-à-dire, $Aa : aG :: Gf : fF$, ou $Aa : aB :: Bf : fF$ (art. 204). Si A s'approche de a & se confond ensuite avec a, la ligne fF devient infinie; & par conséquent lorsque A passe de l'autre côté de a, le point F doit aussi passer par une distance infinie à l'autre côté de f. C. Q. F. D.

424. *Corol.* 1. Lorsque le rayon A B F est donné de position, la ligne fF est en raison réciproque de Aa.

425. *Corol.* 2. En appliquant la même démonstration à la fig. 306, on trouvera la même proportion pour le foyer des rayons réfléchis. Car ici l'angle AGa est à FGH ou GFf en raison d'égalité (art. 8) aussi bien que l'angle aAG ou AGI à l'angle fGF ; & par conséquent les triangles AGa, GFf sont équiangles, & l'on aura $Aa : aG$ ou $aB :: Gf$ ou $Bf : fF$. Ce qui est une autre démonstration de la première de ces propositions (art. 402); & les points a, f, qui sont les foyers des rayons paralleles à F B & A B, peuvent se trouver en cette manière. Soient deux rayons incidents A B, ab qui décrivent deux cordes paralleles d'un cercle $AabBcC$ & qui soient réfléchis le long des cordes B C, bc respectivement égales à B A, ba (art. 9, 19), & qu'elles se coupent en f. On aura $2Bb = (Bb + Aa =$ arc $AB -$ arc $ab =$ arc $BC -$ arc $bc =) Cc - Bb$. Donc $Cc = 3Bb$ & $Bb : Cc :: 1 : 3$. Si les cordes A B, ab s'approchent à l'infini l'une de l'autre, les figures Bfb, Cfc deviendront des triangles équiangles (art. 204), & par conséquent $Bf : fc$ ou $fC :: (Bb : Cc ::) 1 : 3$. Donc $Bf = \frac{1}{4} BC = \frac{1}{4} BA$. Fig. 306. Fig. 307.

PROPOSITION VI.

426. *Ayant le foyer d'un pinceau superficiel & délié de rayons qui tombent avec quelque obliquité sur un grand cercle d'une sphère d'une matière homogène quelconque, trouver le foyer des rayons*

émergents de la sphère par la réfraction, après un nombre donné de réflexions successives en dedans du cercle.

Fig. 308. Soit A B C D E Z le cours d'un rayon incident en B, réfléchi successivement un nombre donné de fois, comme aux points C, D (art. 183 &c.) & émergent par E. Soit A le foyer donné des rayons incidents; F leur foyer après la première réfraction en B; G leur foyer après les réflexions en C & D; & H leur foyer après l'émergence par réfraction en E. Pour trouver ces foyers, soient B*f* & B*a* les distances des foyers des rayons qui viennent paralleles à A B & F B respectivement; dites A*a*: *a*B : : B*f*: *f*F; ce qui donne le foyer F, en plaçant *f*F du même côté par rapport à B*f* que l'est A*a* par rapport à *a*B (art. 423). De plus, par le centre S de la sphére, menez S L, S N perpendiculaires à la première & dernière cordes B C, D E & vers C & D premier & dernier points de réflexion, prenez L T & N V respectivement en proportion à L C ou N D, comme l'unité est à deux fois le nombre donné des réflexions successives; ensuite comme F est le foyer des rayons incidents en C, on dira T F: T L : : T L ou V N : V G, ce qui donne le foyer G après la dernière réflexion en D, en plaçant V G du même côté par rapport à V N que T F l'est par rapport à T L (art. 409). Enfin soient E*g* & E*h* les distances des foyers des rayons qui viennent parallelement à Z E & G E respectivement, comme G est le foyer des rayons incidents en E, dites G*g* : *g*E : : E*h*: *h*H; ce qui donne le foyer H des rayons émergents, en plaçant *h*H du même côté par rapport à E*h*, que G*g* l'est par rapport à *g*E (art. 423). C. Q. F. T.

427. *Corol.* 1. Pendant que le pinceau incident roule autour du foyer A par un mouvement angulaire dans le plan du cercle B C D E, les lignes proportionnelles A*a*, *a*B, B*f*, *f*F varieront toutes en longueurs (art. 420), aussi bien que T L; & lorsque T F, T L, T*f* seront en proportion continue, les rayons émergents seront paralleles à E Z. Car nous avons G*g* : *g*E : : E*h* : *h*H; donc *h*H sera infinie lorsque *g*G sera zero, c'est-à-dire, lorsque V G égalera V*g* ou T*f*, qui sont toujours égales, à cause des cordes égales B C, D E & des réfractions égales en E & B. Mais par la construction T F, T L, V G sont toujours en

en proportion continue ; donc lorsque V G & T f sont égales, nous avons T F, T L, T f en proportion continue.

428. *Corol.* 2. Donc si les rayons incidents sont paralleles, les émergents le seront aussi lorsque T f deviendra $=$ T L ; & par conséquent lorsque L f sera à L C comme l'unité au nombre donné de réflexions successives. Car lorsque le foyer A est infiniment éloigné, la foyer F se confond avec f, & par conséquent les proportionnelles T F, T L, T f (art. 427) sont égales entr'elles.

429. *Corol.* 3. Donc en abaissant S M perpendiculaire à A B prolongée, & prenant n pour le nombre donné des réflexions successives, si les rayons incidents sont paralleles, les émergents le seront aussi, lorsque $BL : BM :: \overline{n+1} \times SL : SM$. Car dans le corol. 2, nous avons $n : 1 :: LC$ ou $LB : Lf$, & en composant $\overline{n+1} : 1 ::$ ($Bf : Lf$, c'est-à-dire,) en raison composée de S M à S L & de B L à B M (art. 413). Donc en composant ces raisons avec celle de S L à S M, nous avons $\overline{n+1} \times SL : SM :: BL : BM$.

430. *Corol.* 4. Donc si l'on prend $I : R :: SM : SL$ & $m = n+1$, on aura $BM : BS :: \sqrt{II-RR} : \sqrt{mm-1.RR}$, ce qui détermine l'angle d'incidence B S M, lorsque les rayons qui viennent parallelement à A B, sortent parallelement à E Z, & c'est la regle de *Nevvton* pour déterminer les diamètres apparents de l'arc-en-ciel, comme on l'expliquera dans la suite. Car puisque $SM : SL :: I : R$, nous aurons $SM \pm SR : SM :: I \pm R : I$, & dans le Corol. 3 nous avons $BL \pm BM : BM :: mR \pm I : I$. Mais $SM^2 + BM^2 = SL^2 + BL^2$ (*Eucl.* 1. 47) ou $SM^2 - SL^2 = BL^2 - BM^2$ ou $\overline{SM+SL} \times \overline{SM-SL} = \overline{BL+BM} \times \overline{BL-BM}$. Donc $SM+SL : BL+BM :: BL-BM : SM-SL$; c'est-à-dire, en substituant les valeurs de ces termes, qui sont données par les proportions précédentes, $\frac{I+R}{I} SM : \frac{mR+I}{I} BM :: \frac{mR-I}{I} BM : \frac{I-R}{I} SM$. Donc $\overline{I+R} \times \overline{I+R} \times SM^2 = \overline{mR+I} \times \overline{mR-I}$

$\times$ BM², & par conséquent $BM^2 : SM^2 :: II - RR : mm$

$RR - II$, & en composant $BM^2 : BS^2 :: II - RR : mm - 1$
$\times RR$ & $BM : BS :: \sqrt{II - RR} : \sqrt{mm-1} . RR$.

PROPOSITION VII.

431. *Ayant les positions de deux courbes données, entre trois milieux donnés, & supposant que les rayons d'un pinceau délié dans l'un des milieux extérieurs soient paralleles & tombent sur les courbes avec quelque obliquité ; trouver leur foyer après les réfractions faites dans les deux courbes?*

Fig. 309. Soit $aAbcCd$ un rayon rompu en A & C par les courbes données A B, C D, soient dans ce rayon donné a & d les foyers des rayons, qui avant que d'entrer par les réfractions en A B & C D dans les milieux extérieurs, vont de part & d'autre parallelement & fort proche de A C dans le milieu intérieur. Soient aussi b & c les foyers des autres rayons, qui avant que d'entrer par les réfractions dans le milieu intérieur, vont parallelement à a A & d C respectivement dans les milieux extérieurs. On trouvera ces foyers par les art. 416 & 401. Dites ensuite $cb : bA :: Aa : aI$, & plaçant aI du même côté par rapport à aA, que l'est bc par rapport à bA, le point I sera le foyer après les deux réfractions des rayons qui viennent parallelement du dehors sur la courbe C D (art. 423) ; parce que c est leur foyer après la première réfraction. De même en disant $bc : cC :: Cd : dK$, & plaçant dK du même côté par rapport à dC que l'est cb par rapport à cC, le point K sera le foyer après les deux réfractions des autres rayons qui viennent parallelement du dehors sur l'autre courbe A B (art. 423). C. Q. F. T.

Fig. 310. 432. *Corol.* 1. Soient les deux surfaces A B, C D qui composent une sphère de matière homogéne, & que S en soit le centre. Abaissez S M perpendiculaire au rayon incident a A prolongé & S N à l'émergent d C. Divisez également a M & d N en I & K, & les points I, K seront les foyers des rayons rompus dans la sphère qui viennent parallelement à d C & a A. Car en divisant A C également en L, nous avons $Lc : LC :: Cd : CN$ (art. 418), & en composant $Lc : cC :: Cd : dN$; mais par

cette propofition nous avons $b\,c$ ou $2\,L\,c : c\,C :: C\,d : d\,K$, & par conféquent $2\,L\,c \times d\,K = (c\,C \times C\,d =)\ L\,c \times d\,N$, par la première proportion. Donc $d\,K = \frac{1}{2}\,d\,N$, & par le même raifonnement, $a\,I = \frac{1}{2}\,a\,M$.

433. *Corol.* 2. Nous avons $C\,d$ à $C\,N$, comme la tangente du moindre des angles d'incidence & de réfraction, à la différence de leurs tangentes (art. 416); & par conféquent le foyer K fera en dehors ou en dedans de la fphére, felon que cette moindre tangente fera plus grande ou plus petite que la différence defdites tangentes; laquelle différence croît à l'infini, pendant que les angles d'incidence & de réfraction croiffent, c'eft-à-dire, pendant que le rayon A C s'éloigne de plus en plus du centre de la fphére.

PROPOSITION VIII.

434. *Le foyer des rayons incidents étant donné, trouver leur foyer après deux réfractions par deux courbes données, entre trois milieux donnés?*

Dans le rayon $I\,a\,A\,C\,d\,K$ donné de pofition, foient a & d les foyers des rayons, qui avant que d'entrer par les réfractions en A B C D dans les milieux extérieurs, vont de part & d'autre parallelement & fort proche de A C dans le milieu intérieur. Soient auffi I & K les foyers des autres rayons, qui avant leurs réfractions dans les deux courbes, vont parallelement à C K & A I dans les milieux extérieurs. Soit enfuite P le foyer des rayons incidents fur la furface A B; I & a les foyers des rayons qui vont du côté oppofé aux incidents, & dites, comme $P\,I : I\,a :: d\,K : K\,R$, & plaçant K R du même côté par rapport à $K\,d$ que l'eft I P par rapport à $I\,a$, le point R fera leur foyer après les deux réfractions. Fig. 309.

Car en faifant $P\,a : a\,A :: A\,b : b\,Q$, & plaçant $b\,Q$ à l'ordinaire, le point Q fera leur foyer après la première réfraction en A B (art. 423). Le même point Q étant le foyer des rayons incidents fur C D, on dira encore $Q\,c : c\,C :: C\,d : d\,K$, ce qui étant placé à l'ordinaire donne le foyer R après les deux réfractions (art. 423.) Mais par la première de ces proportions & de celles de la propofition précédente, le rectangle $P\,a \times b\,Q$

$=$ ($Ab \times aA =$) $bc \times aI$ & par la seconde proportion dans les mêmes propositions, le rectangle $Qc \times dR = (cC \times Cd =)$ $bc \times dK$; donc en réduisant les deux premiers rectangles à la proportion de leurs côtés, on aura $Ia : Pa :: bQ : bc$ & en divisant (ou en composant) $PI : Pa ::$ ($Qc : bc ::$) $dK : dR$ par la résolution des deux derniers rectangles; & en divisant (ou en composant) $PI : Ia :: dK : KR$. C. Q. F. D.

435. *Corol.* 1. Donc si le rayon I A C K est donné de position, K R est en raison réciproque de P I; parce que le rectangle $Ia \times dK$ est invariable.

Fig. 310. 436. *Corol.* 2. Dans la sphére nous avons $PI : IM :: NK : KR$, ce qui donne le foyer R en plaçant K R du même côté par rapport à K N que I P l'est par rapport à I M; parce que nous avons $IM = Ia$ & $KN = Kd$ (art. 422). Et cette regle pour le foyer R est la même que celle de l'art. 236, lorsque les rayons passent auprès du centre de la sphére.

437. *Corol.* 3. Menez PS qui coupe le cercle en B & D; & soit S F la distance du foyer de la sphére; si S P est plus long que S F, pendant que l'arc B A croît, la ligne K R diminue jusqu'à zero, de manière que tous les points N, C, K, R se confondent ensemble dans la surface de la sphére. Car pendant que B A croît, A M décroît jusqu'à s'anéantir, étant toujours la moitié de la corde de l'arc coupé par le prolongement de P A. I M décroît plus vîte que A M, étant au commencement plus grand, ensuite aussi grand & enfin moindre que A M (art. 433). Mais P I ou $PA \mp AI$, croît; parce que P A croît toujours; pendant que A I diminue au commencement jusqu'à zero, & ensuite croît du côté opposé à A P. Donc K R ou $\frac{IM \times NK}{PI}$ décroît jusqu'à zero.

438. *Corol.* 4. Si S P est moindre que la distance S F du foyer, pendant que l'arc B A croît depuis zero, la ligne négative K R augmente au commencement à l'infini & ensuite diminue jusqu'à zero comme ci-devant. Car lorsque A se confond avec B, les points M, I se confondent avec S, F & que pendant que B A croît, M I décroît (art. 437) jusqu'à ce que P I devienne zero & K R infini (art. 435); après quoi K R décroît jusqu'à zero comme ci-devant.

439. *Corol.* 5. On voit par là que N R croît au commencement jusqu'à l'infini, & décroît ensuite jusqu'à zero.

440. *Corol.* 6. Lorsque N R décroît le point R entre dans la sphére, & ensuite revient vers sa surface avant que N R s'anéantisse dans la surface même. Dans la ligne P I prenez Q I : I M : : N K : K C, & pendant que A B croît, ces deux raisons deviennent à la fin des raisons d'égalité; (parce que la dernière raison de N C à C d est infinie, par l'art. 433.) Donc Q I deviendra moindre que P I. Mais P I : I M : : N K : K R (art. 436), & par conséquent P I $\times$ K R $=$ (N K $\times$ I M $=$) Q I $\times$ K C & P I : Q I : : K C : K R. Donc K R sera moindre que K C, & ainsi le foyer R entrera dans la sphére & reviendra ensuite à sa surface, ou N R disparoît, lorsque les rayons incidents & émergents sont tangents à la sphére.

Proposition IX.

441. *Ayant la position de trois courbes données, entre quatre milieux donnés, & supposant que les rayons d'un pinceau délié soient paralleles dans l'un des milieux extérieurs, & qu'ils tombent avec quelqne obliquité sur les courbes, on demande leur foyer apès toutes les réfractions?*

En supposant les foyers a, d & I, K déterminés par la prop. 8[e]. pour deux surfaces contigues, comme A B, C D; soit le rayon C e E rompu dans la surface E F le long de E f M; & que les rayons qui viennent parallelement à M E & C E ayent leurs foyers en e & f après la seule réfraction en E F, dans laquelle e étant le foyer des rayons incidents sur la surface C D, on dira, e K : K d : : a I : I L, & plaçant I L à l'ordinaire, le point L sera le foyer après trois réfractions des rayons qui viennent parallelement du dehors sur la courbe E F (art. 434). Dites encore, K e : e E : : E f : f M, & plaçant f M à l'ordinaire, le point M sera le foyer des autres rayons après trois réfractions, lesquels viennent parallelement du dehors sur la courbe A B. (art. 423). C. Q. F. T. Fig. 311.

PROPOSITION X.

442. *Ayant le foyer d'un pinceau délié de rayons incidents avec obliquité sur un nombre donné de courbes entre des milieux donnés, trouver le foyer des rayons émergents?*

Fig. 312. Soient I & *f* les foyers des rayons, qui avant leur émergence par les réfractions dans les deux milieux extérieurs, vont de part & d'autre parallelement & fort proche du rayon donné dans l'un des milieux intérieurs; par exemple, CE; & soient L & M les foyers des autres rayons, qui avant les réfractions par toutes les courbes, viennent parallelement à ME & LA respectivement. Soit ensuite P le foyer donné des rayons incidents; si l'on fait, PL : LI : : *f*M : MS, & si l'on place MS du même côté par rapport à M*f* que l'est LP par rapport à LI, le point S sera leur foyer après toutes les réfractions.

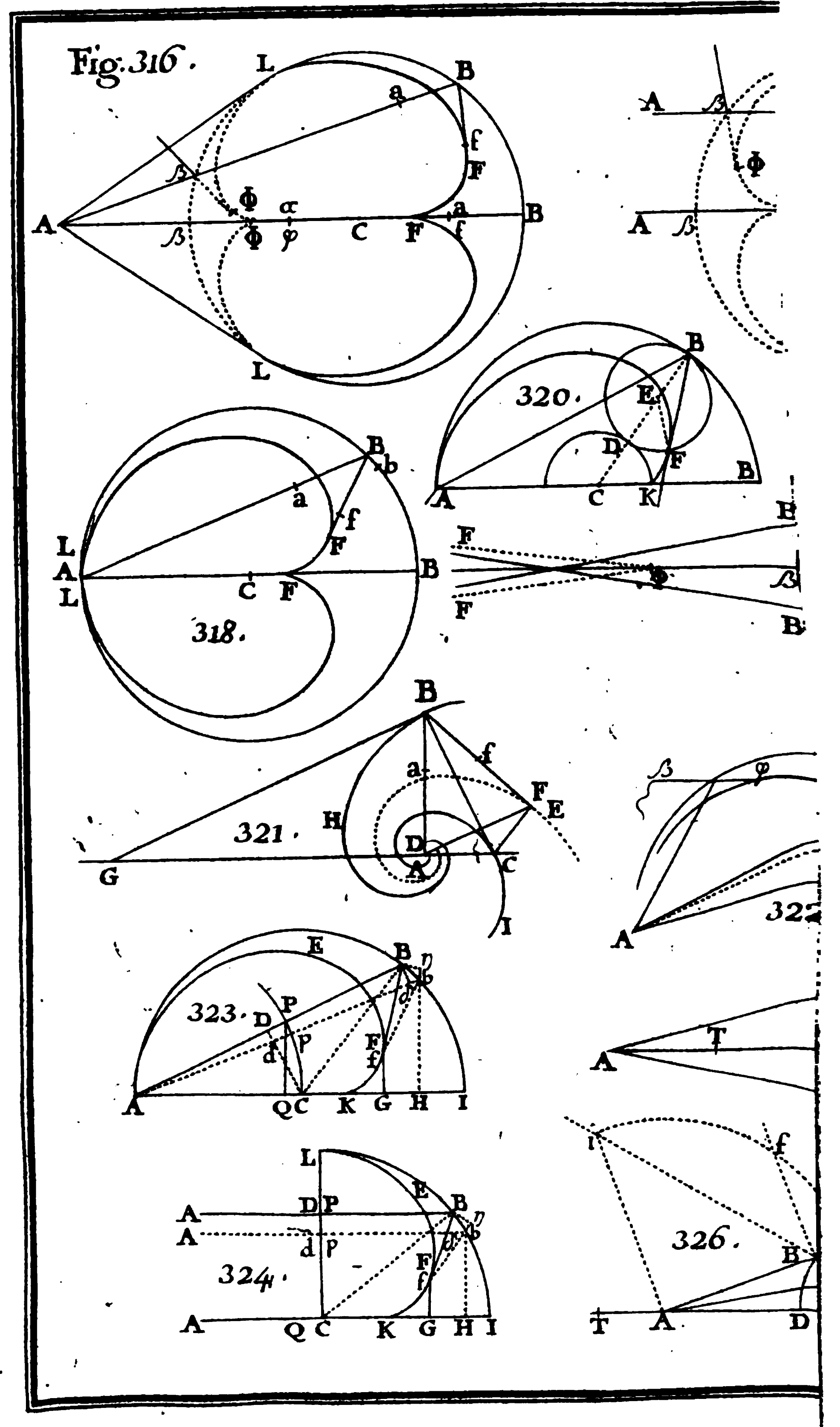
On peut démontrer cela par la 9e. proposition de la même manière que la 8e. a été démontrée par la 7e. ou dans les mêmes termes que les art. 370 & 371. Et l'on voit par la méthode de ces démonstrations que la regle qu'on y a donnée pour trois surfaces, est générale pour tout autre nombre. Mais pour éviter la prolixité ennuyeuse, j'ai omis quelques cas de ces propositions, comme j'avois fait dans celle du 8e. chapitre, tels que ceux dont j'ai fait mention dans l'art. 399.

443. *Corol.* 1. Donc si le rayon PLACEMS est donné de position, PL est en raison réciproque de MS; parce que le rectangle sous les deux est égal au rectangle invariable sous LI, *f*M.

444. *Corol.* 2. Les mêmes regles & démonstrations servent aussi à trouver le foyer des rayons réfléchis successivement par un nombre donné de courbes, en citant la première de ces propositions au lieu de la cinquième.

Définition des Caustiques.

Fig. 313. 445. Lorsqu'un nombre infini de rayons incidents AB, AB &c. qui sont tous dans le même plan d'incidence, n'appartient pas à un seul point ou foyer après leurs dernières réflexions


Fig. 316.
318.
320.
321.
322
323.
324.
326.

ou réfractions, mais qu'ils se coupent mutuellement en un nombre infini de points; la courbe FFF qui touche chacun des rayons réfléchis ou rompus BF, BF &c. prolongés s'il est nécessaire, aux points F, F, F, se nomme *Caustique par réflexion ou par réfraction*, selon qu'on l'applique aux rayons réfléchis ou rompus.

446. *Corol.* 1. Soient deux tangentes BF, BF qui se coupent mutuellement en G, si l'on suppose que ces tangentes s'approchent l'une de l'autre jusqu'à se confondre, les points d'attouchement & le point d'intersection s'approcheront aussi mutuellement jusqu'à se confondre. Il est donc évident qu'un rayon réfléchi ou rompu touche la caustique dans le point du rayon où son intersection avec le rayon suivant disparoît, lorsqu'on les suppose se confondre ensemble.

447. *Corol.* 2. Donc en imaginant deux rayons incidents infiniment proches l'un de l'autre & qui roulent autour de leur foyer A dans le plan d'incidence, leur foyer F ou l'intersection des rayons réfléchis ou rompus décrira la caustique déterminée ci-devant. On l'appelle caustique réelle ou imaginaire selon que F est le foyer des rayons convergents ou divergents Pour donner une idée des figures des caustiques que les rayons réfléchis par un cercle ou par une courbe produisent, on doit examiner les différentes inclinaisons des rayons réfléchis avec le diamètre du cercle qui passe par le foyer des rayons incidents, ou avec l'axe de la courbe.

LEMME III.

448. Soit A le foyer des rayons incidents sur un cercle βBH dont le centre est C. Dans l'angle d'incidence ABC, ou dans son supplément à deux droits, inscrivez une ligne AI égale au rayon incident AB; le rayon réfléchi BF sera parallele à AI. Fig. 314, 315.

Car les angles ABI, AIB, IBF sont égaux entr'eux; (*Eucl.* 1. 5. 29.) C. Q. F. D.

449. *Corol.* 1. Menez l'axe AC, qui coupe le cercle à angles droits en β & B & que les lignes AL, AL le touchent en L & L; les points L, L, diviseront la circonférence en deux arcs

dont L B L le plus éloigné de A ſera concave vers A & L β L le plus proche de A ſera convexe vers A. Et lorſque le point B arrive en L, le point I ſe confond auſſi avec lui, & ainſi le rayon réfléchi s'avance dans la direction du rayon incident.

450. *Corol.* 2. Inſcrivez dans le cercle réfléchiſſant deux lignes A H, A H égales chacune à A C diſtance du foyer au centre; les rayons qui ſeront réfléchis par l'arc H B H le plus éloigné, ſeront tous convergents vers l'axe A C; & ceux qui ſeront réfléchis par l'autre arc H β H ſeront tous divergents de A C; & les deux rayons H F, H F qui ſont réfléchis par les points H, H étant paralleles à l'axe A C, ſépareront les rayons convergents de ceux qui ſont divergents. Car en ſuppoſant que le rayon A B s'approche de A H & ſe confond avec A H, la ligne A I s'approchera de A C & ſe confondra avec A C; & alors le rayon réfléchi B F, qui eſt toujours parallele à A I, ſera parallele à A C. Mais tant que A B eſt plus court que A H ou A C, la ligne égale A I eſt auſſi plus courte que A C, & par conſéquent elle eſt placée du même côté de l'axe A C que A B, & ainſi le rayon réfléchi B F, étant parallele à A I eſt divergent de l'axe A C. D'un autre côté tant que A B eſt plus long que A H ou A C, la ligne A I l'eſt auſſi, & ainſi elle eſt placée de l'autre côté de l'axe A C. Donc B F étant parallele à A I, eſt maintenant convergent vers l'axe A C.

451. *Corol.* 3. Delà il ſuit évidemment que lorſque le foyer A eſt plus proche du centre du cercle que la moitié de ſon demi-diamètre, les rayons réfléchis par tout le cercle ſont tous convergents vers l'axe A C.

PROPOSITION XI.

Sur les figures & les propriétés des cauſtiques par réflexion.

Fig. 316. 452. 1er. *Cas.* Soit A le foyer des rayons incidents, en dehors du cercle réfléchiſſant L B L β & que les lignes A L, A L le touchent en L & L; pendant que le point d'incidence B du rayon A B décrit l'arc L B B L qui eſt concave vers le foyer A, le foyer conjugué F du pinceau infiniment délié, décrira une cauſtique réelle L F F L (art. 447), & pendant que le point

point d'incidence β décrit l'arc L $\beta\beta$ L qui est convexe vers le foyer A, le foyer conjugué ϕ décrira la caustique imaginaire L $\phi\phi$ L (art. 447.) La caustique réelle & l'imaginaire sont toutes deux contenues en dedans du cercle réfléchissant & chacune est composée de parties semblables & égales des deux côtés de l'arc A C, où chaque paire de parties semblables se réunit, & où elles forment deux points en F & ϕ des deux côtés du centre C. Tout cela suit de l'art. 402 par lequel Bf = Ba = $\frac{1}{4}$ Bβ & Aa : aB : : Bf : fF, & par conséquent la tangente B F de la caustique croît continuellement, pendant que A B & Aβ se meuvent depuis A L vers l'axe A C.

453. 2e. *Cas.* Si le foyer A s'éloigne à une distance infinie, la tangente B F de la caustique sera toujours égale à Bf, ou Ba, ou à un quart de la corde incidente Bβ qui est supposée se mouvoir parallelement à l'axe A C. Fig. 317.

454. 3e. *Cas.* Si le foyer A est dans la circonférence du cercle réfléchissant, la tangente B F de la caustique sera par-tout égale à un tiers de la corde réfléchie ou incidente A B (art. 402). Car Bf ou Ba étant égale à $\frac{1}{4}$ A B, nous avons Aa : aB : : Bf : fF : : 3 : 1, & par conséquent fF = $\frac{1}{12}$ A B, ce qui étant ajouté à Bf ou $\frac{3}{12}$ A B, donne B F = $\frac{1}{3}$ A B. La caustique imaginaire disparoît dans ce cas, & les parties de la caustique réelle viennent en s'arrondissant au foyer A & touchent le cercle dans ce point. Fig. 318.

455. 4e. *Cas.* Si le foyer A entre dans le cercle réfléchissant, mais non pas jusqu'au quart de son diamètre Bβ, les rayons réfléchis du point le plus proche β seront divergents d'une pointe imaginaire ϕ dans ce diamètre prolongé en arrière (art. 207.) Outre cette pointe en ϕ & la pointe correspondante en F, formée par les réflexions de l'autre extrêmité B de ce diamètre, il y a deux autres pointes R & S des deux côtés du diamètre. Ces trois pointes appartiennent à la caustique réelle, qui a aussi deux branches R F, S F qui s'étendent à l'infini, & s'approchent de deux asymptotes B F, B F, auxquelles appartiennent aussi deux autres branches ϕF, ϕF de la caustique imaginaire, qui s'approche de leurs côtés opposés & s'étend du côté opposé à la première. Car si le point d'incidence B roule autour du cercle en commençant par le point le plus Fig. 319.

proche *s*; tant que le rayon incident A B continue d'être moindre que $\frac{1}{4}$ de la corde incidente B A B, les rayons réfléchis seront divergents de la caustique imaginaire *s*F (art. 402), & lorsque A B égale $\frac{1}{4}$ de sa corde, le rayon réfléchi devient une asymptote B F ou une tangente à la courbe à une distance infinie (art. 405), & par conséquent lorsque A B est plus grand que $\frac{1}{4}$ de sa corde, les rayons réfléchis sont convergents les uns vers les autres, & forment une branche opposée R F par le mouvement de leur foyer F; lequel s'approche d'abord du point d'incidence B, jusqu'à ce qu'il soit arrivé à une certaine limite, & alors il s'en éloigne à mesure que la corde incidente devient toujours plus longue; de sorte que par le moyen de ces mouvements contraires de F dans le rayon réfléchi B F, & du changement par degrés de son inclinaison, il se forme une pointe ou rebroussement en R; de la même manière que la pointe ou rebroussement se forme dans l'axe en F, par l'allongement ou le raccourcissement de B F & par le changement continuel de son inclinaison.

456. 5[e]. *Cas.* Si le foyer A divise le demi-diamètre *s*C en deux parties égales, la pointe *s* s'éloignera à une distance infinie (art. 405); les asymptotes B F, B F se confondront avec l'axe; & lorsque A s'approche encore plus du centre, les deux branches R F, S F se rencontrent à une distance finie A *s* du côté opposé de A, & ainsi cette caustique a 4 pointes réelles; mais lorsque A arrive au centre, elle se réunit en ce seul point.

457. 6[e]. *Cas.* Enfin lorsque les rayons incidents tombent sur le côté opposé du cercle étant convergents vers A, toutes ces caustiques sont les mêmes qu'auparavant, excepté que leurs parties réelles & imaginaires changent de place.

Fig. 320. 458. On peut décrire quelques-unes de ces caustiques de la même manière qu'on décrit la cycloïde. Par exemple, dans le 3. cas où le foyer A est dans la circonférence en A, & où B F tangente de la caustique est $\frac{1}{3}$ de la corde A B du cercle réfléchissant; divisez un demi-diamètre quelconque B C en trois parties égales C D, D E, E B, & du centre C avec le demi-diamètre C D, décrivez le cercle D K, qui coupe A C prolongée en K; de même du centre E avec le demi-diamètre E D ou E B

décrivez le cercle BFD, qui coupe le rayon réfléchi BF en F; si vous faites rouler le dernier cercle BFD, comme une roue, sans glisser, sur la convexité du premier cercle DK, le point donné F du cercle mobile, décrira la caustique AFK. Car en joignant EF, puisque les triangles isosceles BEF, BCA sont équiangles, & puisque BE = $\frac{1}{3}$ BC, la ligne BF sera $\frac{1}{3}$ BA, & par conséquent le point F sera dans la caustique (art. 454). Et puisque les angles DEF, DCK, suppléments des angles égaux BEF, BCA, sont égaux, les arcs DF, DK décrits avec des demi-diamètres égaux seront aussi égaux.

459. La caustique d'une courbe, dont on connoît le rayon de courbure dans chaque point, peut aussi se déterminer par l'art. 402. Par exemple, soit AHB une spirale équiangulaire autour de son pole A; dont la propriété essentielle est que tandis que le rayon de révolution AB croît ou décroît, la grandeur de l'angle ABG formé par le rayon AB & par la courbe en B ou par sa tangente BG, est invariable. Soit la ligne GAC toujours à angles droits avec AB, & qu'elle rencontre BC perpendiculaire à BG en C, & de la même manière que le point B de l'angle mobile ABG décrit la spirale BH, le point C de l'angle égal ACB décrira une autre spirale équiangulaire ACI autour du pole A. Par où l'on voit, que C est le centre & CB le demi-diamètre d'un cercle de même courbure que la première spirale en B, parce qu'il lui est perpendiculaire en B, & tangente à l'autre spirale en C. Fig. 321.

Si l'on suppose maintenant que A soit le foyer des rayons incidents sur la spirale AHB, le foyer F des rayons réfléchis, comme BF, décrira une troisième spirale équiangulaire AF, qui ne différera de l'une des deux autres que par sa position. Car du centre C d'un cercle de même courbure que la spirale en B, soient abaissés les sinus d'incidence & de réflexion CD, CE sur AB, BF; & puisque D tombe toujours sur le foyer A, le foyer conjugué F tombera toujours sur E (art. 402), & puisque AB, BE sont égales & également inclinées à la perpendiculaire BC, & par conséquent à la tangente BG, la ligne AF sera parallele à BG, & ainsi l'angle AFB, formé par AF & BF, tangente de la caustique en F, sera égal à l'angle invariable ABG. C. Q. F. D.

Fig. 322. 460. La longueur d'une portion quelconque d'une cauſtique formée par une courbe réfléchiſſante quelconque, eſt égale à la ſomme du rayon incident & réfléchi qui terminent une extrêmité de cette portion, diminuée de la ſomme du rayon incident & réfléchi qui terminent ſon autre extrêmité.

Imaginons que la tangente B F eſt une ligne ou fil flexible, qui étant tendu de part & d'autre s'enveloppe ou ſe développe ſur la convexité de la cauſtique ſans gliſſer, de manière qu'il meſure la longueur de la portion à laquelle il eſt appliqué. Et ayant fait la même conſtruction que dans la propoſition première, puiſque les triangles $B b \delta$, $B b \nu$, y ont été démontrés égaux, l'incrément $b \delta$ du rayon incident B A eſt par-tout égal au décrément $b \nu$ du fil $B F \phi$, à compter depuis un point fixe ϕ, & ſi le point B ſe meut du côté oppoſé, les décréments de A B ſeront par-tout égaux aux incréments du fil. Prenant donc les ſommes correſpondantes de ces incréments ou décréments, il s'enſuit que lorſque A B & B F ſont dans toute autre ſituation comme $A \beta$, $\beta \phi$, lorſque A B croît, $A \beta - AB = \phi F + F B - \phi \beta$, & retranchant choſes égales de choſes égales, $A \beta + \beta \phi - A B - B F = F \phi$, portion de la cauſtique, & lorſque A B décroît, $A B - A \beta = F \phi + \phi \beta - F B$. Donc $A B + B F - A \beta - \beta \phi = F \phi$.

Fig. 318. 461. Dans le 3e. cas lorſque A eſt dans la circonférence, il ſuit de la regle précédente que la longueur de la portion $A F$
Fig. 317. $= A B + B F = \frac{4}{3} A B$; & dans le ſecond cas, où les rayons incidents ſont paralleles, la portion $L F = D B + B F = \frac{3}{2} D B$, la ligne D B étant la moitié de $B \beta$.

Fig. 323. 462. On peut déterminer en cette manière la denſité des rayons dans chaque particule d'une cauſtique. Soient les rayons incidents A B, A b réfléchis par un petit arc B b d'une courbe B I dont l'axe eſt A I, & que les rayons réfléchis touchent la cauſtique F f K en F & f. Du centre A & avec le demi-diamètre donné A C, décrivez un arc C p P qui coupe les rayons incidents A B, A b en P & p; la denſité des rayons dans le petit arc F f ſera à la denſité uniforme des mêmes rayons dans l'arc P p, comme P p eſt à F f. Car en ſuppoſant que tous les rayons incidents ſur l'arc B b ſoient réfléchis régulièrement, le même nombre de rayons ſe trouvera dans chaque moment dans les

lignes P p, F f; & par conséquent leurs densités dans ces lignes seront en raison réciproque de ces lignes. Donc si la grandeur de l'arc P p est supposée invariable, la densité des rayons dans la particule F f sera en raison réciproque de sa longueur.

463. Menez les lignes P Q, F G perpendiculaires à l'axe A I, & lorsque toute la figure roulera autour de cet axe, tous les rayons qui viennent de A, & qui sont réfléchis par la surface que la courbe B I décrit, toucheront la caustique superficielle décrite par le mouvement circulaire de la caustique linéaire E F f K; & la densité des rayons dans une partie de cette caustique décrite par un petit arc F f sera à la densité uniforme des rayons incidents sur la surface sphérique décrite par l'arc P p, comme le rectangle sous P p & P Q au rectangle sous F f & F G. Car le même nombre de rayons se trouve en chaque moment dans les anneaux décrits par le mouvement circulaire des lignes P p, F f; & leurs densités étant uniformes dans chaque anneau, sont en raison réciproque des grandeurs des anneaux. Mais l'anneau décrit par P p est égal au rectangle sous P p & sous la circonférence décrite par le point P, & l'anneau décrit par F f est égal au rectangle sous F f & sous la circonférence décrite par le point F; & comme la raison de ces circonférences est la même que celle de leurs demi-diamètres, le premier rectangle est au second comme P $p \times$ P Q est à F $f \times$ F G.

464. Pour donner un ou deux exemples de cette dernière regle; si la surface réfléchissante A B I est sphérique, soit le foyer A dans cette surface dont le centre est C, & soit son demi-diamètre A C égal à A P. La densité des rayons dans la caustique superficielle en F, sera à la densité uniforme des rayons incidents sur la surface sphérique C P, comme le demi-diamètre A C est à $\frac{8}{9}$ de l'ordonnée F G. Car la longueur de la portion A E F de la caustique linéaire est égale à $\frac{4}{3}$ A B (art. 461), & par conséquent le plus petit incrément ou décrément de AB, c'est-à-dire, F f est égal à $\frac{4}{3}$ $b \beta$. Abaissez C D perpendiculaire à A P & vous aurez C D = P Q étant toutes deux sinus du même arc C P. Et parce que les triangles P p A, B β A, aussi bien que B β b & P C D sont semblables la raison de P p à F f étant composée de celles de P p à B β, de B β à $b\beta$ & de $b\beta$ à F f, est aussi composée de A P à A B ou 2 B D, de B D à C D & de 3 à 4,

ce qui donne la raison de 3 AP à 8 CD ou 8 PQ. Donc par la regle, la densité en F est à la densité en P ou C (comme P p × PQ à F f × FG) comme 3 AP × PQ à 8 PQ × FG, ou comme AC à $\frac{8}{3}$ FG.

465. Ainsi abaissant b H perpendiculaire à l'axe ACI, la densité en F dans la caustique superficielle est réciproquement comme son ordonnée FG, ou comme le rectangle sous b H & HI. Car je trouve que FG : bH : : HI : $\frac{1}{2}$ IC, ce qui ne vaut pas la peine d'une démonstration. Par où l'on voit que la densité des rayons dans l'axe en K & A est infiniment plus grande que dans aucune distance finie de l'axe.

Fig. 314. 466. Lorsque le foyer A est à une distance infinie de la surface réfléchissante LBI, la densité des rayons dans un point quelconque F de la caustique superficielle décrite par la caustique linéaire LFK, autour de l'axe ACI, est à la densité uniforme des rayons incidents sur un plan perpendiculaire CDL, comme BD est à FG, c'est-à-dire, comme le cosinus de l'angle d'incidence est à l'ordonnée menée du point F. Car la portion LEF de la caustique linéaire, est égale à $\frac{3}{2}$ BD (art. 461); & par conséquent F f = $\frac{3}{2}$ b s. Mais P p est à F f en raison composée de P p ou B s à b s & de b s à F f, c'est-à-dire, de BD à DC & de 2 à 3. Donc la densité en F est à la densité en D, comme (P p × PQ à F f × FG, art. 463, c'est-à-dire, comme) 2 BD × PQ à 3 CD × FG, ou comme BD à $\frac{3}{2}$ FG.

467. Ainsi la densité en F est en raison directe de BD & inverse de FG; ou en raison directe de BD & inverse du cube de CD. Car je trouve que FG est à CD comme CD^2 est à CI^2, par où l'on voit que la densité des rayons à la pointe K est infiniment plus grande que lorsque l'ordonnée FG est finie.

468. Par le moyen de ces regles nous avons la proportion de la chaleur ou de la force des rayons dans les diverses parties de ces caustiques, tant à l'égard les uns des autres, que par rapport aux rayons incidents sur une surface perpendiculaire, en supposant que la chaleur des rayons dans chaque surface est proportionnelle à leur densité, quelles que soient leurs inclinaisons mutuelles.

Planche 36.

Fig. 327.

328.

329.

332.

333.

334.

335.

336. N.° 2.

LEMME IV.

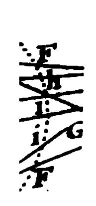
469. Dans l'angle d'incidence A B C ou dans son supplément à deux droits, inscrivez une ligne A I qui soit à A B comme le sinus d'incident au sinus de réfraction; le rayon rompu B F sera parallele à cette ligne A I. Fig. 325.

Car dans le triangle A B I, le sinus de l'angle A B I est au sinus de l'angle A I B comme A I est à A B (art. 221), c'est-à-dire, par la construction, comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction. Mais A B I est l'angle d'incidence ou son supplément à deux droits, & par conséquent A I B ou I B F est l'angle de réfraction ou son supplément à deux droits.

On doit observer qu'un cercle dont le centre est A & le demi-diametre A I, doit couper B C prolongée en deux points I & *i*, & que par conséquent on peut mener deux lignes B F, B *f* du point B respectivement paralleles à A I & A *i*, qui formeront des angles égaux avec C B *i* de chaque côté de B; mais on distingue aisément laquelle des lignes B F, B *f* est décrite par le rayon rompu, en observant si la réfraction se fait vers la perpendiculaire B C ou si elle s'en éloigne. Fig. 326.

470. *Corol.* 1. Ainsi lorsque la surface du milieu plus dense est convexe, prenez dans l'axe A C, C T à T D comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction, & si C A est plus grand que C T, tous les rayons qui tombent sur le cercle D B seront convergents vers le diametre C D. Car alors la raison de C A à A B sera toujours plus proche de la raison d'égalité que celle de C T à T D ou de I A à A B par la construction; & par conséquent I A & A B seront toujours de différents côtés de l'axe A C. Donc B F sera convergent vers l'axe & le coupera par un plus grand angle à mesure que D B deviendra plus grand. Fig. 325.

471. *Corol.* 2. Mais si C A est moindre que C T, que le rayon incident A H soit à A C comme le sinus de réfraction au sinus d'incidence, le rayon rompu H F sera parallele à l'axe; & tous les rayons dont les points d'incidence sont plus éloignés de l'axe que H, seront convergents vers l'axe & les autres qui en sont plus proches en seront divergents. Car dans le triangle Fig. 327.



A C H, le ſinus de l'angle A H C eſt au ſinus de l'angle A C H ou de C H F, comme A C eſt à A H (art. 221) ou en raiſon de la réfraction. Donc C H F eſt l'angle de réfraction. Mais ſi A B eſt plus éloigné de l'axe que A H, A I & A B ſeront des deux côtés de l'axe, en même raiſon que A C eſt à A H. Donc B F étant parallele à A I, ſera convergente vers l'axe. Mais lorſque A B vient entre A H & A C, alors A I doit en faire de même, & ainſi B F s'écarte de l'axe.

Fig. 328. 472. *Corol.* 3. Lorſque les rayons incidents entrent dans la ſurface convexe d'un milieu plus denſe, élevez C E perpendiculaire à l'axe C D & que C E ſoit au demi-diamètre C D ou C K, comme le ſinus de réfraction au ſinus d'incidence; menez enſuite E K parallele à l'axe, & que K L touche le cercle en K & coupe l'axe en L. Si C A eſt moindre que C L, tous les rayons qui viennent de A ſeront divergents de l'axe après la réfraction, parce que la tangente L K ſera rompue en K E. Mais lorſque les rayons vont d'un milieu plus denſe dans un autre plus rare;
Fig. 329. ſoit C K perpendiculaire à l'axe & diamètre d'un demi-cercle C E K, dans lequel on inſcrira C E qui ſoit à C K comme le ſinus d'incidence au ſinus de réfraction; & menant K E qui coupe l'axe en M, ſi C A eſt moindre que C M, tous les rayons rompus ſeront divergents de l'axe. Car M K ſera rompu ſelon la tangente K F. Le reſte ſuit du Corol. 2. Si dans ce dernier cas A s'avance d'abord vers le centre, & enſuite encore plus près de la ſurface, les rayons qui viennent du centre ſortiront ſans être rompus, & enſuite ils ſeront divergents de l'axe du côté oppoſé.

Fig. 330. 473. *Corol.* 4. On doit remarquer que ſi l'on prend C A, C B, C G en proportion continue dans la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, & ſi l'on place A & G du même côté de C dans le milieu plus denſe, tous les rayons rompus ſeront divergents exactement par rapport au point donné G. Car les triangles C A B, C B G ſont équiangles ayant leurs côtés proportionnels autour de l'angle commun C (*Eucl. VI.* 8); & ainſi le ſinus de l'angle d'incidence C B A eſt au ſinus de l'angle C B G ou C A B, comme le côté oppoſé C A eſt au côté oppoſé C B (art. 221), c'eſt-à-dire, par la conſtruction en raiſon des ſinus qui meſurent la réfraction; & par conſéquent C B G
eſt

est l'angle de réfraction & les points A & G sont invariables.

474. *Corol.* 5. Si les rayons incidents comme A B sont parallèles à C D; inscrivez dans l'angle B C D ou dans son supplément, une ligne D I qui soit à D C comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction; & le rayon rompu B F sera parallele à D I. Car dans le triangle D C I le sinus de l'angle D C I est au sinus de D I C comme D I est à D C (art. 221), c'est-à-dire, par la construction, comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction. Mais D I C est égal à l'angle d'incidence A B I ou à son supplément. Donc D I C ou F B C est l'angle de réfraction ou son supplément. Fig. 331.

475. *Corol.* 6. Cela nous fournit une méthode pratique pour tirer très-promptement un nombre quelconque de rayons rompus, en décrivant un arc du centre D & avec le demi-diamètre donné D I, & menant une ligne C B qui coupe cet arc en I, joignant ensuite D I & menant B F parallele à D I.

476. *Corol.* 7. Ainsi pendant que l'arc D B croît, la ligne C F décroît. Car les triangles C F B, C D I étant équiangles, nous avons C F : C B : : C D : C I. Donc C F est en raison réciproque de C I.

477. *Corol.* 8. Lorsque les rayons incidents sont divergents d'un foyer A, on peut mener aussi promptement les rayons rompus en cette manière. Prenez une ligne D I à D C comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction; & prenez un demi-diamètre C *d* parallele au rayon incident A B; dans l'angle *d* C B ou dans son supplément à deux droits, inscrivez une ligne *d i* égale à la ligne constante D I, & menez le rayon rompu parallele à *d i*. Car dans le triangle *d* C *i*, le sinus de l'angle *d* C *i* est au sinus de *d i* C, comme *d i* est à *d* C, comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction, par la construction. Mais l'angle *d* C *i* est égal à l'angle d'incidence A B C ou à son supplément, donc *d i* C ou F B C est l'angle de réfraction ou son supplément. Fig. 332.

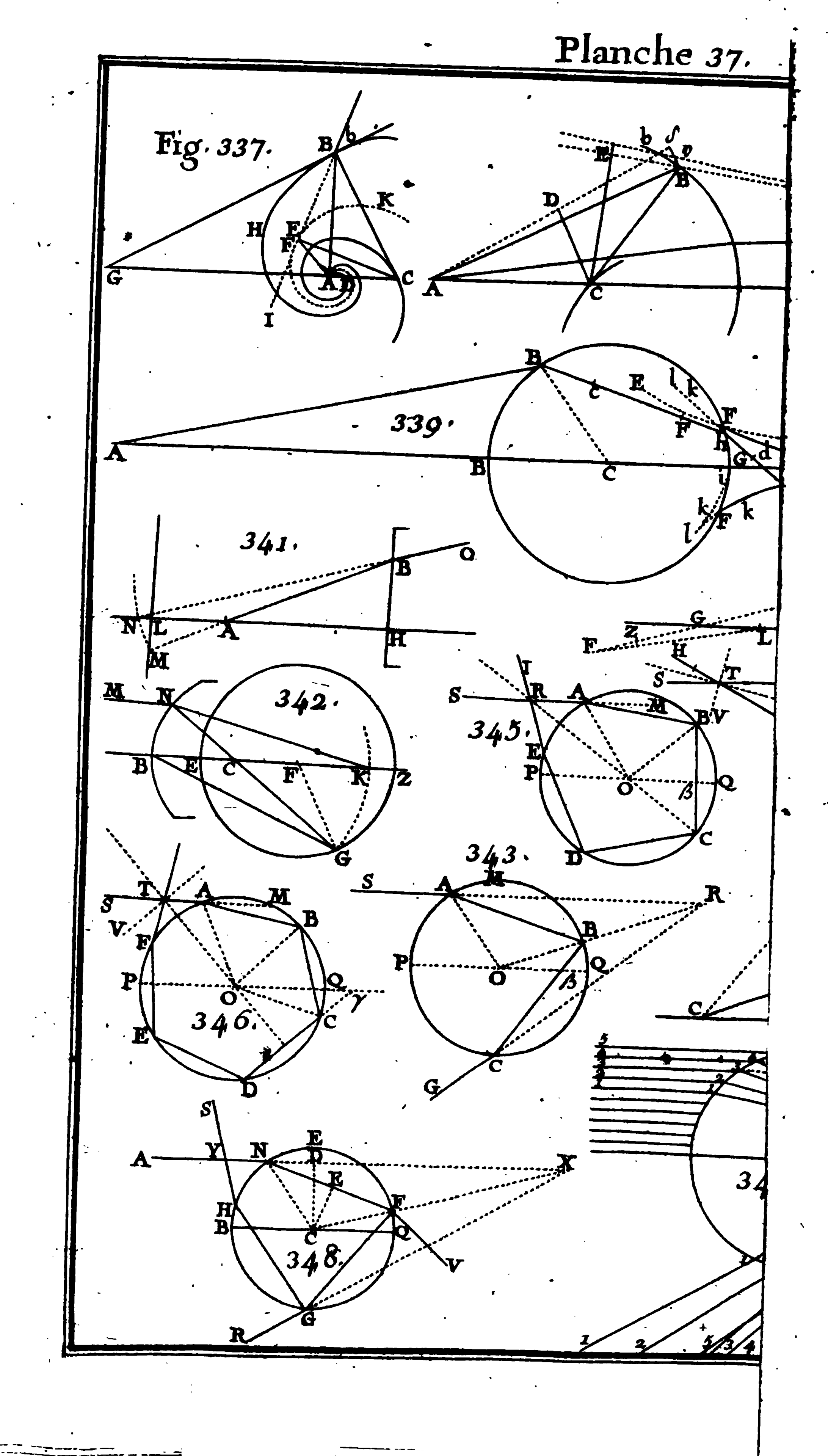
PROPOSITION XII.

478. *Sur les figures & propriétés des caustiques par réfraction.*

Ayant déterminé la position d'un rayon rompu, par le Lemme précédent & par ses Corollaires, avec le point où ce rayon coupe le rayon le plus proche, par l'art. 423; on déterminera par là tous les points de la caustique (art. 440). Mais pour se former une idée de la figure des caustiques, il faut nécessairement en examiner plusieurs cas.

Fig. 333, 334. 479. 1er. *Cas.* Soit le foyer A & le centre C d'un cercle réfringent EBE, tous deux dans le milieu le plus dense. Ayant décrit sur le diamètre AC un cercle ADCD, vous y inscrirez les cordes égales CD, CD, qui soient chacune en proportion au sinus total CB ou CD comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction; & ayant mené les rayons incidents ADE, ADE, les branches de la caustique commenceront en E & E (art. 420, 423) où elles touchent le cercle réfringent, & elles s'approcheront de chaque côté de l'axe ACF jusqu'à ce qu'elles le rencontrent dans le foyer principal F, où elles forment une pointe ou un rebroussement; pourvu que A soit plus éloigné du centre que *a* foyer des rayons qui viennent du côté opposé parallélement à CA. Mais si A s'avance vers *a*, la distance *f*F sera infinie, & ainsi l'axe ACF deviendra une asymptote aux branches de la caustique. Et si A s'avance Fig. 334. encore plus vers *a*, les branches s'ouvriront & auront deux asymptotes BF, BF, auxquelles les rayons émergents de B seront paralleles. Cela doit arriver nécessairement dans une certaine position de BA, c'est-à-dire, lorsque les rayons venant du côté opposé parallelement à FB se réunissent en A; car la distance du foyer des rayons paralleles diminue, à mesure que le point d'incidence s'éloigne de l'axe, jusqu'à ce qu'elle soit égale à ED. (art. 420). Il y a aussi deux autres branches imaginaires qui appartiennent aux mêmes asymptotes, & s'étendent depuis le foyer F qui est maintenant situé de l'autre côté du centre.

480. 2^d^. *Cas.* Lorsque CA est à CB comme le sinus d'inci-


Fig. 337.
339.
341.
342.
345.
343.
346.
348.

dence au finus de réfraction, la caustique se resserre en un point F d'où tous les rayons sont divergents par l'art. 473.

481. 3ᵉ. *Cas*. La fig. 335 représente une partie d'une caustique formée par une lentille épaisse plan-convexe BBB, lorsqu'un pinceau de rayons paralleles tombent perpendiculairement sur sa surface plane, & ne sont par conséquent rompus que par la surface sphérique ; la position des rayons rompus qui tombent sur la circonférence de la lentille, se détermine comme dans le cas suivant. Fig. 335.

482. 4ᵉ. *Cas*. Pendant que C reste dans le milieu plus dense, transportez le foyer A dans le milieu plus rare & menez les tangentes AD, AD au cercle réfringent DBD, joignez CD, CD & sur ces diametres décrivez les demi-cercles CED, CED vers le milieu plus dense : inscrivez-y les lignes CE, CE qui soient en proportion au sinus total CD, comme le sinus de réfraction au sinus d'incidence. Les branches de la caustique commençant en E (art. 420, 423) dans la direction DE, DE s'approcheront de l'axe AC jusqu'à ce qu'elles le rencontrent dans le foyer principal F, pourvu que CA soit plus grand que C*a*, ou elles auront les mêmes positions que dans le premier cas. Fig. 336.

483. 5ᵉ. *Cas*. Le foyer A étant dans le milieu plus rare, soit le cercle DBD continué tout autour & qu'il coupe la caustique en F & F, l'axe AC en G & tout autre rayon ABF en *h*. Pendant que le rayon AB est porté par un mouvement angulaire autour du point A, depuis l'axe AC vers la tangente AD, l'arc G*h* croît au commencement jusqu'à ce qu'il soit égal à l'arc GF ; ensuite il décroît jusqu'à ce qu'il soit égal à l'arc G*i* coupé par le dernier rayon rompu DE*i*. Cela est évident par le mouvement du rayon rompu B*h*F, tant qu'il touche la convexité de la caustique en F, pourvu que le foyer A soit tellement éloigné de la surface, que le dernier rayon rompu DE*i* puisse être convergent vers l'axe AC.

484. On peut aussi déterminer par l'art. 423 les caustiques par réfraction sur d'autres courbes. Par exemple, la caustique imaginaire AFK formée par les réfractions sur une spirale équiangulaire AHB, est aussi une spirale équiangulaire, si leur pole commun A est le foyer des rayons incidents. Car en Fig. 337.

ſuppoſant ce que nous avons déjà dit de cette courbe (art. 459), ſoient du centre C d'un cercle de même courbure que la ſpirale en B, les ſinus d'incidence & de réfraction C D, C E ſur les rayons incidents & rompus A B & B F I prolongé en arrière. Puiſque D ſe confond avec le foyer A des rayons incidents, E ſe confondra auſſi avec le foyer F des rayons rompus (art. 418, 423). Joignez A E ou A F, & puiſque les points angulaires A & E des angles droits C A B, C E B ſont dans une demi-circonférence dont le demi-diamètre eſt C B (*Eucl. III.* 35) les angles C B A, C E A qui ſont ſur la même corde C A ſeront égaux (*Eucl. VI.* 23), & étant retranchés des angles droits C B G, C E I, les angles reſtants A B G, A E I, que les lignes A B, A E ou A F forment avec les courbes, ſeront par-tout égaux ; ce qui eſt la propriété de la ſpirale. De ſorte que cette ſpirale cauſtique ne diffère de l'autre que dans ſa poſition.

Fig. 338. 485. Pour trouver la longueur d'une cauſtique par réfraction, imaginez que le rayon rompu B F prolongé, ſoit développé comme un fil de la convexité d'une cauſtique F φ ; puiſque les figures $b\delta\nu$ B, C D E B ſont ſemblables (par la Dem. de l'art. 421) l'incrément $b\delta$ du rayon incident A B, eſt dans tous les points au décrément $b\nu$ du fil B F φ, en raiſon donnée du ſinus C D au ſinus C E (que je ſuppoſe de n à m), & par conſéquent lorſque A B, B F viennent à une nouvelle poſition A β, $\beta\varphi$, la ſomme des incréments de A B, c'eſt-à-dire, A β — A B eſt à la ſomme des décréments du fil, B F + F φ — $\beta\varphi$, comme n eſt à m. Donc $\frac{m}{n} \times \overline{A\beta - AB} = BF + F\varphi - \beta\varphi$, ou $\frac{m}{n} \times \overline{A\beta - AB} + \beta\varphi - BF = F\varphi$.

Fig. 339. 486. Pour trouver les points d'une cauſtique formée par deux réfractions ſucceſſives, ſoit le rayon B F h qui touche la cauſtique E F F en F (formée comme ci-devant par la première réfraction des rayons) qui rencontre une autre courbe réfringente G k F, ou la même courbe continuée ; & qu'il ſoit rompu en h ſelon la ligne $h\,d$; où $h\,d$ ſoit la diſtance du foyer des autres rayons qui viennent paralleles à B h. Soit dans h B, $h\,c$ la diſtance du foyer des autres rayons qui viennent paralleles à $d\,h$:

puisque F est le foyer des rayons incidents sur la courbe *h* G, dites F *c* : *c h* : : *h d* : *d k*, & plaçant *d k* à l'ordinaire (art. 423), le point *k* sera le foyer d'un pinceau délié après les deux réfractions, ou un point de la seconde caustique K F *k*, dont on peut aussi trouver les points par les art. 434 & 436, sans avoir les points F de la première.

487. Par où l'on voit qu'une caustique formée par les réfractions au travers de la section circulaire d'un cylindre ou du grand cercle d'une sphére, doit avoir la figure que l'on voit ici. Chaque moitié de cette caustique de part & d'autre de l'axe A C K est composée de deux arcs K *k* F *l* & *l k i* qui sont convexes l'un vers l'autre & forment une pointe *l* en dedans du cercle. L'arc K *k* F *l* de la 2ᵉ. caustique coupe le cercle au même point F que la première. Car par la proportion précédente, lorsque les points F, *h* se confondent, ou lorsque F *c* égale *c h*, *h d* & *d k* sont aussi égales. Voici la raison de la pointe en *l* : pendant que *h k* croît, & ensuite décroît, le point *h* s'approche continuellement de G (art. 483). Les arcs K F *l* & *l k i* sont convexes l'un vers l'autre, parce que le rayon émergent, pendant que son point d'attouchement *k* se meut de K en F, en *l*, & en *i*, coupe l'axe C K par des angles toujours plus grands, jusqu'à ce qu'à la fin il sort en *i* par une tangente au cercle & à la caustique. Lorsque le foyer des rayons incidents est plus proche de la sphére que la distance de son foyer, la seconde caustique F K *k* a deux asymptotes comme la première & leurs figures sont très-semblables. Fig. 339.

REMARQUES.

1. Avant la découverte de la loi des réfractions, selon la raison donnée des sinus d'incidence & de réfraction de toutes les grandeurs données, les Opticiens ne pouvoient considérer que les réfractions des rayons qui tomboient presque perpendiculairement sur les surfaces réfringentes, où les angles d'incidence & de réfraction étant fort petits, se trouverent par expérience être à fort peu près entr'eux en raison donnée, & ils trouverent que ces rayons appartenoient tous à un seul foyer à fort peu près. Mais le Dr. *Barro*: , voyant que diverses petites portions d'un grand pinceau de rayons, venant d'un foyer donné, étoient divergentes après la réflexion ou la réfraction par rapport à plusieurs différents foyers, selon qu'elles tomboient avec diffé-

rentes obliquités sur les diverses parties d'une surface sphérique, & étant dans l'opinion que l'œil recevant une certaine petite portion de ces rayons, devoit juger que l'objet étoit dans le lieu d'où ces rayons étoient divergents, & que par conséquent il devoit paroître en différents endroits selon que l'œil recevoit une portion différente ; il prit delà occasion de déterminer ces lieux géométriquement par le moyen de la loi des réfractions qui étoit alors récemment découverte ; ce qui lui fit traiter la Dioptrique & la Catoptrique avec plus d'étendue qu'aucun Écrivain ne l'avoit fait jusqu'alors. *Nevvton* avoit aussi parlé dans ses leçons d'Optique des rayons rompus & réfléchis obliquement, dans la vue de déterminer les diamètres & les largeurs de l'arc-en-ciel, & pour servir d'introduction à ses théorêmes admirables sur la séparation des rayons hétérogénes. Tels sont les principaux Auteurs qui ont écrit sur la matière du chapitre présent, où non-seulement j'ai renfermé leurs principales découvertes, mais je les ai encore rendues beaucoup plus générales, en faisant voir que la rélation des foyers des rayons incidents & émergents aux foyers des rayons paralleles qui viennent des deux côtés opposés, est toujours la même après un nombre quelconque de réfractions ou de réflexions obliques, que lorsqu'un pinceau de rayons n'est rompu ou réfléchi qu'une fois au sommet d'une seule surface, comme on le verra plus clairement dans les propositions mêmes.

Sur l'art. 412. 2. N'ayant encore rien dit du foyer des rayons rompus obliquement par une surface plane, je vais transcrire ici la détermination très-élégante

Foyer d'un pinceau superficiel. qu'en a faite *Nevvton* (*Leçons d'Optiq. par.* 1, *§.* 3, *prop.* 8). Soit ABD l'un des rayons incidents qui sont divergents du foyer A ou convergents vers ce foyer ; & soit AH perpendiculaire à la surface réfringente BH, qui coupe le rayon rompu EBG en G. Abaissez sur les rayons AB, BG les

Fig. 340. perpendiculaires HI, HR & sur BG prenez BF : BA : : RG : IA ; F sera le foyer des rayons rompus qui sont les plus proches de EBG de part & d'autre.

3. L'Auteur n'ayant pas donné la démonstration de cette construction, je vais la tirer de la proposition contenue dans l'article présent. Soit un cercle réfringent BK, dont le centre est C & soient CD & CE les sinus d'incidence & de réfraction communs au plan & à la surface sphérique ; prenant ensuite m à n pour la raison de $CD \times BE$ à $CE \times BD$, si les rayons sont rompus dans l'arc BK, nous aurons par l'art. présent $BF : EF$ $(: : m BA : n DA) : : BA : \frac{n}{m} DA$ ou $\frac{n}{m} BA + \frac{n}{m} BD$; & en divisant, $BF : BE : : BA : \frac{n}{m} BA + \frac{n}{m} BD - BA$, ou $\frac{n}{m} BD$ lorsque les rayons sont rompus par le plan BH. Car l'arc BK se confond avec sa tangente BH, lorsque son rayon BC devient infini, ou au moins avant qu'il devienne négatif ; & alors la ligne finie $\frac{n}{m} BA - BA$ doit être rejettée de la ligne infinie $\frac{n}{m} BA + \frac{n}{m} BD - BA$. Nous avons donc $BF : BA : : m BE : n BD : : CD \times \overline{BE}^2 : CE \times \overline{BD}^2$ (en rétablissant les valeurs de m & n) $: : \frac{\overline{BE}^2}{CE} : \frac{\overline{BD}^2}{CD} : : \frac{\overline{HR}^2}{BR} : \frac{\overline{HI}^2}{BI}$ (parce que les triangles BEC & HRB, aussi bien que BDC & HIB sont semblables) $: : RG : IA$, parce que RB,

RH, RG, aussi bien que IB, IH, IA sont en proportion continue (*Eucl.* VI. 8. *Cor.*).

4. A cette occasion *Nevvton* fait la remarque suivante : F n'est le foyer que des rayons qui sont dans le plan ABH ; car aucun rayon rompu ne peut couper BF en F ou en aucun autre point, excepté ceux qui avant la réfraction sont dans une surface conique décrite par la révolution de AB autour de l'axe AH, & qui couperont tous cette ligne BF en G où l'axe AH la coupe. Donc les rayons qui sont fort proches du rayon FBE, sont divergents principalement des deux centres ou foyers F & G ; le point F étant le foyer de ceux qui sont dans le plan ABH & G de ceux qui sont dans les surfaces coniques décrites par les lignes AB, BG autour de AH. Tous les autres rayons qui sont autour de AB seront tellement rompus, qu'ils s'approcheront le plus près de BF en quelque point entre F & G. De sorte que par rapport à un œil qui a le centre de sa prunelle en quelque point O du rayon BE, le lieu de l'image du point A sera étendu dans tout l'espace FG ; ou parce que l'espace FG est l'image du seul point A, son image sensible devra plûtôt être placée dans quelque point simple au milieu de cet espace, & pour ainsi dire au milieu de tous les rayons qui en sont divergents sur l'œil.

Examen du foyer d'un pinceau solide de rayons obliques.

Mais une détermination exacte de ce point, eu égard à tous les rayons qui viennent de A avant leur incidence sur la prunelle, est un problème fort difficile, à moins qu'on n'établisse plutôt sa résolution sur quelque hypothése probable que sur la rigueur géométrique de ce cas. Par exemple, puisque le nombre des rayons qui viennent de G & des points adjacents, paroît être égal au nombre de ceux qui viennent de F & des points adjacents, le lieu Z de l'image de A doit être tellement placé entre ces limites, que l'angle sous deux rayons convergents de F & G à un point donné de la prunelle, soit toujours à fort peu près divisé également par le rayon qui vient de Z au même point de la prunelle. Sur cette hypothése, en prenant O pour le centre de la prunelle, on trouvera le point Z en disant, OF+OG : OG : : FG : GZ, & par conséquent en supposant trois lignes menées des points F, G & Z à quelque point de la prunelle qui soit fort proche de son centre O, l'angle sous les deux lignes extérieures sera toujours divisé également à fort peu près par la ligne intermédiaire. (*Eucl. VI.* 3.)

5. Telle est la remarque de *Nevvton*, qui peut s'appliquer évidemment aux rayons rompus par une surface sphérique, en prenant pour son axe une ligne menée par son centre & par le foyer des rayons incidents. En l'appliquant à l'image sensible ou au lieu apparent du point A, il suit l'opinion du Dr. *Barrovv* sur laquelle on peut consulter nos remarques sur l'art. 138 & sur l'art. 614.

6. Le foyer A des rayons incidents, tels que AB, sur un plan réfringent BH étant donné, le Dr. *Barrovv* nous apprend à mener fort promptement les rayons rompus comme BO. (*Leçons d'Opt. IV. sect.* 5.) Dans la ligne AH perpendiculaire à la surface réfringente, du même côté que A de cette surface, prenez HL à HA comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction ; & menez LM parallele à BH ; si le rayon incident AB coupe LM en M & que dans l'angle BHL, on inscrive une ligne BN égale à BM ; la ligne NBO sera le rayon rompu. Car par la construction, le sinus d'incidence est

Sur l'art. 477.

Fig. 341.

au sinus de réfraction (comme HL à HA, ou comme BM ou BN à BA, *Eucl. VI.* 2, c'est-à-dire, par l'art. 221) comme le sinus de l'angle BAH égal à l'angle d'incidence, est au sinus de l'angle BNH, qui sera par conséquent égal à l'angle de réfraction.

7. Lorsque des rayons paralleles tombent sur une surface sphérique réfringente, il nous a aussi appris à mener un nombre quelconque de rayons rompus, par la construction suivante. Soit I à R la raison de la réfraction. Menez par le centre C du cercle réfringent BCN, le demi-diamètre BC parallele à un rayon incident MN, & prenez dans BC prolongé, BZ : CZ : : I : R. Divisez CZ en F, en faisant FZ : FC : : I : R, & du centre F avec le demi-diamètre FZ décrivez un cercle ZGE. Par les points donnés N, C menez NCG qui coupera ce cercle en G; prenez dans l'axe CZ, CK = CG, NK sera le rayon rompu. Car ayant joint FG & BG, puisque BZ : CZ : : (I : R : :) FZ : FC, on aura par raison alterne BZ : FZ : : CZ : FC & en divisant BF : FZ : : FZ : FC. Donc puisque les côtés des triangles BFG, GFC, qui comprennent l'angle commun GFC, sont proportionnels, ces triangles sont semblables & l'on aura BG : GF : : GC : CF & par raison alterne, BG : GC : : GF : CF; c'est-à-dire, BG : GC : : FZ : FC : : I : R. Mais dans les triangles BCG, NCK, nous avons BC = CN & CG = CK & l'angle BCG = NCK. Donc BG : GC : : NK : CK; donc NK : CK : : I : R. Mais dans le triangle NCK, l'angle en C est égal à l'angle d'incidence ou à son supplément, & par conséquent CNK est l'angle de réfraction ou son supplément par l'art. 221. Fig. 342.

8. Ainsi pendant que le point d'incidence N s'approche de B, le point K s'approche de Z, & par conséquent les rayons contigus de deux en deux se coupent mutuellement avant que de couper l'axe CZ. Car pendant que BN décroît, il est clair que CG ou CK croissent jusqu'à ce que ces lignes égalent CZ. Telle est la méthode & la démonstration du Dr. *Barrovv.*

CHAPITRE X.

CHAPITRE X.

Sur l'Arc-en-Ciel.

PROPOSITION I.

488. *Lorsqu'un rayon de lumière est rompu dans un cercle & réfléchi successivement en dedans un nombre donné de fois avant que de sortir du cercle par une seconde réfraction; si l'on multiplie l'angle de réfraction par le nombre des réflexions successives augmenté de l'unité, l'excès de l'angle qui en résultera par dessus l'angle d'incidence, sera égal à la moitié de l'angle compris sous le rayon incident & émergent, tous deux prolongés jusqu'à leur rencontre: c'est-à-dire, que cet excès sera égal à la moitié de l'angle sous le rayon incident & émergent où se trouve le cercle réfringent, lorsque le nombre des réflexions est impair, & il sera égal à la moitié de l'autre angle sous les mêmes rayons, lequel est supplément du premier, lorsque le nombre des réflexions est pair.*

Car soit A B C D E un grand cercle d'une sphére dont le centre est O; & qu'un rayon incident S A soit rompu de A en B & réfléchi de B en C, & qu'en C il sorte par la réfraction en G, ou qu'il soit réfléchi en D (art. 183 &c.); qu'en D il sorte par la réfraction en H, ou qu'il soit réfléchi en E & ainsi de suite. Lorsque le nombre des réflexions est impair, la ligne OR menée par le centre O, & par le point moyen de réflexion, divisera également l'angle en R sous le rayon incident & émergent prolongés: parce que les réflexions & les réfractions de chaque côté de la ligne O R sont égales en nombre & en grandeur; les cordes A B, B C, C D, D E décrites par les rayons réfléchis étant égales entr'elles. Et par la même raison, lorsque le nombre des réflexions est pair, la ligne O T menée par le centre O perpendiculairement à la corde qui joint les deux points moyens de réflexion, divisera également l'un des angles Fig. 343, 344, 345. 346.

en T sous le rayon incident & émergent prolongés ; & la ligne TV perpendiculaire à TO, divisera également le supplément de cet angle. Ainsi la ligne TV est parallele à la corde du milieu, puisque TO est perpendiculaire à toutes les deux. Menez le diamètre POQ parallele au rayon incident SAM, & qu'il coupe les rayons réfléchis BC, CD, DE prolongés, en β, γ, δ respectivement. Joignez OA, OB & dans la fig. 343 les sommes des trois angles dans chaque triangle OAB, OAR sont égales entr'elles ; otez l'angle commun AOB, & la somme des angles égaux OAB, OBA du premier triangle, sera égale à la somme des angles OAR, ORA du second. Et retranchant l'angle d'incidence OAR ou OAM des deux sommes, nous aurons 2 OAB — OAM = ORA = BOQ. Ainsi dans la fig. 344, l'angle STV ou PβC étant extérieur au triangle OBβ, est égal à OBC + BOQ = OAB + 2 OAB — OAM = 3 OAB — OAM. De même encore dans la fig. 345, l'angle SRO ou POC étant extérieur au triangle OCβ est = OCB + PβC = OAB + 3 OAB — OAM = 4 OAB — OAM & encore dans la fig. 346, l'angle STV ou PγD étant intérieur du triangle COγ, est égal à OCD — COγ = 5 OAB — OAM, en retranchant deux angles droits. Car COγ = deux angles droits — POC = 2 angles droits — 4 OAB + OAM, & ainsi de suite. Donc si le nombre des réflexions successives augmenté de l'unité est nommé m, on verra que m OAB — OAM égale la moitié de l'angle sous les rayons incident & émergent C. Q. F. D.

PROPOSITION II.

489. *Les mêmes choses étant supposées, si l'angle d'incidence croît depuis zero jusques à devenir un angle droit, & que l'angle sous le rayon incident & émergent après un nombre donné de réflexions soit nommé* n, *pendant que le premier croît & ensuite décroît ; le plus grand de tous sera celui où la tangente de l'angle d'incidence est à celle de l'angle de réfraction comme* n + 1 *est à* 1.

Car faisant $m = n + 1$, nous avons la moitié de l'angle

sous le rayon incident & émergent égal à l'excès de m O A B par-dessus O A M (art. 448) ; lequel excès, lorsque les angles O A B, O A M sont fort petits, est aussi fort petit ; & il augmente tant que les incréments successifs de m O A B surpasseront les incréments contemporains de O A M, & ensuite il diminue lorsque les incréments successifs de m O A B sont surpassés par les incréments de O A M ; & par conséquent il sera le plus grand de tous lorsque m fois le moindre incrément de O A B sera égal à une fois l'incrément contemporain de O A M ; c'est-à-dire, lorsque le moindre incrément de l'angle d'incidence O A M est à l'incrément contemporain de l'angle de réfraction O A B, & par conséquent la tangente d'incidence à la tangente de réfraction (art. 421) comme m est à 1. C. Q. F. D.

PROPOSITION III.

490. *Trouver deux angles, dont les sinus soient en raison donnée de* I *à* R, *& dont les tangentes soient dans une autre raison donnée de* m *à* 1 ?

Dans une ligne donnée C E D A, soit C A à C D comme I à R & C A à C E comme m à 1. Du centre C avec le demi-diamètre C D décrivez un arc D B, qui coupe le cercle A B E dont le diamètre est A E, en B. Menez A B F, & joignant B C, le sinus de l'angle C B F sera au sinus de C A F comme I est à R, & la tangente de C B F sera à celle de C A F comme m est à 1 ; & par conséquent C B F, C A F seront les angles requis. Car dans le triangle C A B, le sinus de l'angle C B A ou C B F, est au sinus de C A F, comme C A est à C B (art. 221) ou C D, comme I est à R par la construction. Joignez B E & achevez le parallélogramme C E B G ; C G prolongée coupera A B F à angles droits en F, parce que A B E est un angle droit dans le demi-cercle A B E. Donc les lignes F C, F G seront tangentes des angles C B F, G B F ou C A F sous le rayon B F ; & la tangente F C sera à la tangente F G comme F A est à F B (*Eucl. VI.* 2) ou comme C A est à C E (*ibid.*) ou comme m est à 1 par la construction. C. Q. F. D. Fig. 347.

491. *Corol.* 1. Lorsque les rayons paralleles du Soleil tombent sur une goutte de pluye sphérique, soit la raison donnée de I à R, la même que celle du sinus d'incidence au sinus de réfraction & soit n un nombre donné quelconque de réflexions successives faites par chaque rayon avant qu'il sorte de la goutte. Soit encore $m = n + 1$. On voit par ces propositions, que la moitié du plus grand angle que chacun des rayons émergents peut faire avec les rayons incidents, est égal à $m \times$ ang. CBF — CAF. Car CBF & CAF ou GBF sont les angles dont les sinus sont comme I est à R & les tang. comme m à 1, & sont par conséquent les angles d'incidence & de réfraction du rayon dont les parties incidentes & émergentes prolongées contiennent le plus grand angle.

492. *Corol.* 2. La construction précédente pour déterminer l'angle CBF est du Dr. *Halley* (Transf. phil. n°. 297), & *Newton* a donné la regle suivante pour le calculer. Comme $\sqrt{\overline{mm-1} \times RR}$ est à $\sqrt{II-RR}$, ainsi le rayon des tables est au cosinus de l'angle d'incidence CBF. Et ainsi cet angle & son sinus sont donnés par les tables, & par là avec la raison de I à R, on a aussi le sinus de l'angle de réfraction & l'angle même. On peut démontrer ainsi cette regle. Nous avons CA : CB :: I : R & FA : FB :: m : 1. Donc $CA^2 = \frac{II}{RR} CB^2$, & $AF^2 = mm\,BF^2$. Donc $\frac{II}{RR} CB^2 - mm\,BF^2 = (CA^2 - AF^2 = FC^2$ (*Eucl.* *I.* 47) $=)\ CB^2 - BF^2$. Donc $\frac{II}{RR} CB^2 - CB^2 = mm\,BF^2 - BF^2$ & $\overline{II - RR} \,.\, CB^2 = \overline{mm - 1} \,.\, RR \,.\, BF^2$; & en réduisant en proportion cette égalité, en extrayant les racines, nous aurons $\sqrt{\overline{mm-1}.RR} : \sqrt{II-RR}$ :: CB : BF :: le rayon : au cos. de CBF.

PROPOSITION IV.

Expliquer les phénoménes de l'Arc-en-Ciel ?

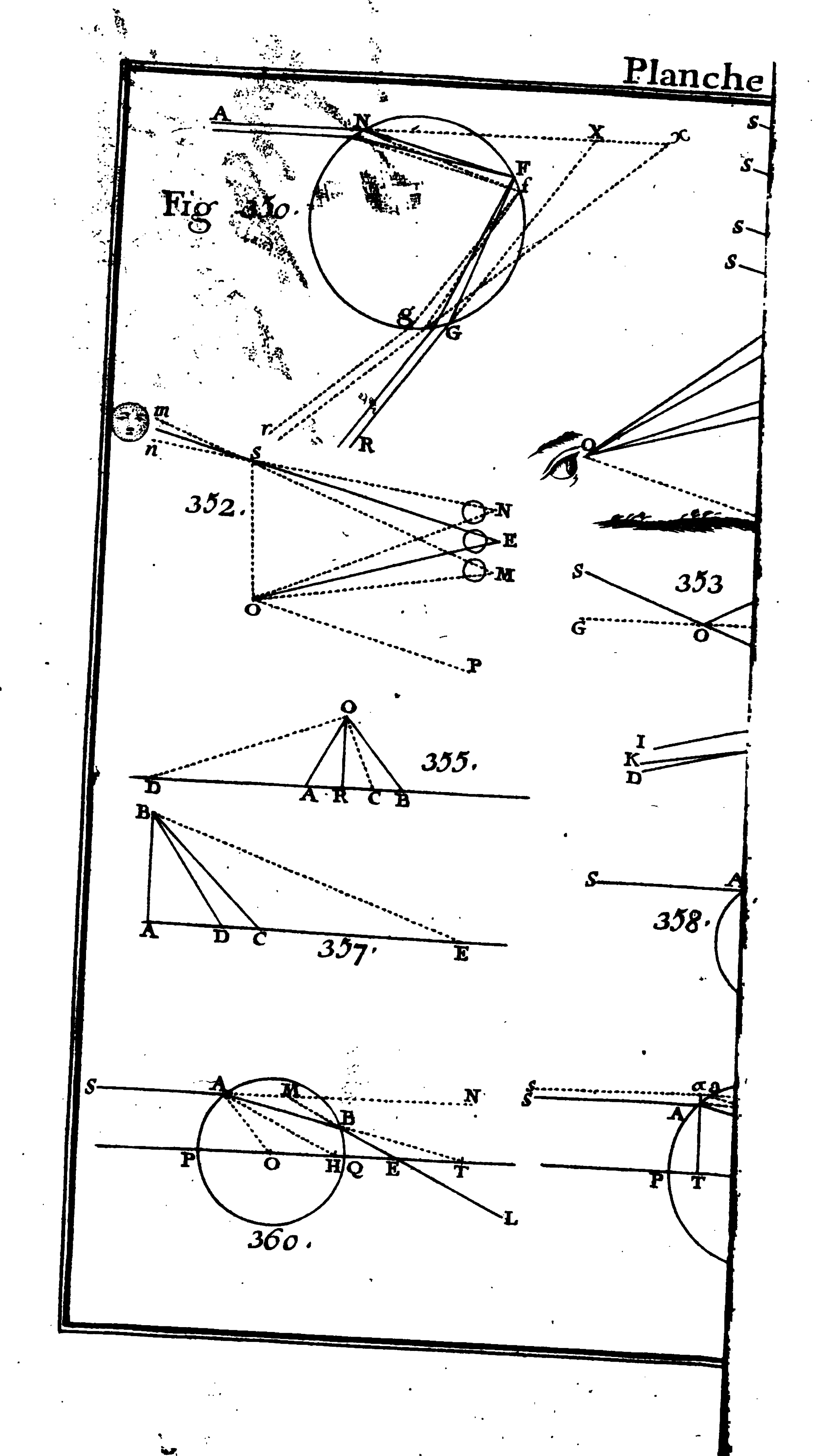
493. Après avoir donné les principes mathématiques qui sont nécessaires pour calculer exactement les diamètres apparents & les largeurs de l'Arc-en-Ciel, je vais joindre ici l'explication entière que *Nevvton* a donnée des couleurs de cet arc, & de la manière dont elles s'y forment; en prenant la liberté d'y faire quelques additions, en faveur des Lecteurs qui ne sont pas aussi avancés que ceux pour qui *Nevvton* a écrit.

494. Cet arc ne paroît jamais que lorsqu'il pleut dans le tems que le Soleil brille, & on peut le produire artificiellement en jettant de l'eau en l'air pour la faire tomber en petites gouttes comme la pluye. Car le Soleil éclairant ces gouttes, fait toujours paroître cet arc à un spectateur qui est dans une position convenable par rapport à la pluye & au Soleil. Aussi tout le monde convient à présent que cet arc est produit par la réfraction de la lumière du Soleil dans les gouttes de la pluye qui tombe. *Nevvt. Opt. p. 147.*

Quelques anciens ont eu cette idée & elle a été parfaitement développée & découverte dans ces derniers tems par le fameux *Antoine de Dominis*, Archevêque de *Spalatro* dans son livre *de radiis visûs & lucis*, imprimé par son ami *Bartole* à *Venise* en 1611, & écrit plus de 20 ans auparavant. Car il fait voir comment l'arc intérieur se forme dans les gouttes rondes de la pluye par deux réfractions de la lumière du Soleil, & par une réflexion intermédiaire; & l'arc extérieur par deux réfractions & deux espèces de réflexions intermédiaires dans chaque goutte d'eau; & il prouve ses explications par des expériences faites avec une bouteille pleine d'eau & avec des globes de verre pleins d'eau, & placés au Soleil pour y faire paroître les couleurs des deux arcs. *Descartes* a suivi la même explication dans ses *météores*, & a corrigé celle de l'arc extérieur. Mais comme l'un & l'autre ne connoissoient pas la vraie origine des couleurs, il est à propos de pousser plus loin cette matière.

495. Pour comprendre donc comment se forme cet arc, soit une goutte de pluye ou quelque autre corps sphérique transparent représenté par la sphére B N F G décrite du centre C & avec le demi-diamètre C N. Soit A N l'un des rayons du Soleil incidents sur cette sphére en N, & qu'il soit rompu vers F d'où il sort de la sphére par la réfraction vers V, ou bien il y est réfléchi vers G; qu'il sorte en G par la réfraction vers R, ou qu'il y soit réfléchi vers H, & qu'en H il sorte par la réfraction vers S, en coupant le rayon incident en Y. Prolongez A N & R G jusqu'à leur rencontre en X, & sur A X & N F abaissez les perpendiculaires C D & C E, & prolongez C D jusqu'à la circonférence en L. Menez le diamètre B Q, parallele au rayon incident A N, & que le sinus d'incidence de l'air dans l'eau soit au sinus de réfraction comme I à R. Si l'on suppose maintenant que le point d'incidence N se meuve continuellement du point B en L, l'arc Q F croîtra au commencement, & ensuite diminuera, & il en sera de même de l'angle A X R compris par les rayons A N & G R; & l'arc Q F ou l'angle A X R sera le plus grand, lorsque N D sera à N C comme $\sqrt{II-RR}$ est à $\sqrt{3RR}$; auquel cas N E sera à N D comme 2 R est à I. De même l'angle A Y S compris par les rayons A N & H S croîtra au commencement, & ensuite diminuera, & il deviendra le plus petit lorsque N D sera à N C comme $\sqrt{II-RR}$ est à $\sqrt{8RR}$, auquel cas N E sera à N D comme 3 R est à I; & ainsi l'angle que le rayon émergent le plus proche (c'est-à-dire celui qui est émergent après trois réflexions) comprend avec le rayon incident A N, arrivera à sa limite, lorsque N D est à N C comme $\sqrt{II-RR}$ est à $\sqrt{15RR}$; auquel cas N E sera à N D comme 4 R est à I; & l'angle que le rayon qui suit ce rayon émergent (c'est-à-dire après quatre réflexions) comprend avec l'incident, arrivera à sa limite, lorsque N D est à N C comme $\sqrt{II-RR}$ est à $\sqrt{24RR}$, auquel cas N E sera à N D comme 5 R est à I; & ainsi à l'infini. Les nombres 3, 8, 15, 24, &c. proviennent de l'addition continuelle des termes en progression arithmétique 3, 5, 7, 9, &c. La vérité de tout cela est évidente, tant par l'art. 492, que par les art. 429, 430.

Fig. 348. 496. On doit observer que comme dans le tems où le Soleil


Planche
Fig 350.
A
N
X
x
F
f
g
G
r
R
m
n
s
352.
N
E
M
O
P
O
S
353
G
O
O
355.
D
A
R
C
B
I
K
D
B
A
D
C
357.
E
S
A
358.
S
A
M
N
B
P
O
H
Q
E
T
L
360.
S
S
α
A
P
T
s
s
s
s

vient à ses tropiques, les jours ne croissent & ne décroissent que très-peu pendant long-tems; ainsi par l'accroissement de la distance C D, ces angles venant à leurs limites, ne varient que très-peu pendant quelque-tems, & par conséquent il sortira dans les limites de ces angles un nombre beaucoup plus grand de ces rayons qui tombent sur tous les points N dans le quart de cercle B L, que dans toutes les autres inclinaisons. Ajoutez à cela que de tous les rayons qui tombent sur le quart de cercle B L, il ne sortira de paralleles entr'eux, parmi ceux qui sont contigus, que ceux qui sont émergents dans les limites de ces angles; & que tous les autres rayons contigus sortiront divergents des points ou par derrière ou par devant la goutte; & qu'ainsi ils tomberont beaucoup moins denses sur l'œil, à une grande distance de la goutte, que les rayons paralleles. Car les rayons qui sont convergents à des points derrière un œil placé à une grande distance d'une petite goutte, ne différent pas sensiblement des rayons paralleles. Cela paroît, en observant que tandis que l'arc B N croît continuellement depuis zero, & que l'angle A X R, par exemple, croît aussi; les rayons qui sont émergents successivement, étant toujours moins inclinés aux rayons incidents ou à la ligne fixe B Q, sont aussi inclinés successivement les uns aux autres par de petits angles; & la même chose est évidente pendant que l'angle A X R décroît, les rayons successifs étant de plus en plus inclinés à P Q, & ainsi dans la limite entre l'augmentation & la diminution de cet angle, les rayons incidents doivent sortir paralleles entr'eux. Fig. 349.

497. On doit encore observer que les rayons qui différent en réfrangibilité, ont des limites différentes pour leurs angles d'émergence, & que par conséquent, selon leurs différents degrés de réfrangibilité, ils sortent plus abondamment sous différents angles; & étant séparés les uns des autres, ils paroissent chacun dans leurs propres couleurs. Ajoutez à cela que quoique les rayons hétérogénes d'un pinceau délié quelconque, comme A N, soient séparés en rayons N F G R d'une couleur, & N *f g r* d'une autre, comme par les réfractions au travers d'un prisme; cependant ces rayons émergents G R, *g r* n'affectent pas l'œil Fig. 350.

de leurs couleurs différentes, à moins qu'ils ne soient dans les limites des angles A X R, A *x r*, parce que de toutes parts en dedans de ces plus grands angles, un nombre infini de ces pinceaux colorés étant diversement inclinés les uns aux autres, se mêlent ensemble, & par conséquent paroissent blancs ou sans aucune couleur distincte. On doit dire la même chose des rayons
Fig. 348. émergents en quelqu'endroit que ce soit, en dedans du plus grand angle N Y S.

498. Maintenant on peut connoître ces angles, premièrement en calculant les angles d'incidence & de réfraction par les art. 492 ou 429 & 430, & ensuite les angles mêmes A X G, A Y S par l'art. 488. Car dans les rayons les moins réfrangibles, les sinus I & R sont 108 & 81 (*Nevvt. Opt. p.* 114) & par le calcul, on trouvera que le plus grand angle A X R est 42°. 2′ & le moindre angle A Y S, 50°, 57′. Dans les rayons les plus réfrangibles les sinus I & R sont 109 & 81, & par le calcul, le plus grand angle A X R se trouvera 40°, 17′ & le moindre angle A Y S, 54°, 7′.

499. Supposons maintenant que O soit l'œil du spectateur,
Fig. 351. & O P une ligne parallele aux rayons du Soleil. Soient P O E, P O F, P O G, P O H les angles de 40°, 17′, 42°. 2′, 50°. 57′, 54°. 7′, respectivement. Ces angles tournant autour de leur côté commun O P, décriront avec leurs autres côtés O E, O F, & O G, O H, les deux arcs-en-ciel A F B E & C H D G. Car si E, F, G, H sont des gouttes placées en quelqu'endroit que ce soit des surfaces coniques décrites par O E, O F, O G, O H, & qu'elles soient éclairées par les rayons du Soleil S E, S F, S G, S H; l'angle S E O étant égal à P E O ou à 40°. 17′, sera le plus grand angle où les rayons les plus réfrangibles peuvent se rompre vers l'œil, après une réflexion; & par conséquent toutes les gouttes qui sont dans la ligne O E enverront plus copieusement à l'œil les rayons les plus réfrangibles; & par conséquent les sens seront frappés de la couleur violette la plus foncée dans cette région. De même l'angle S F O étant égal à l'angle P O F ou 42°, 2′, sera le plus grand où les rayons les moins réfrangibles peuvent se rompre après une réflexion, en sortant des gouttes d'eau; & par conséquent ces rayons viendront

dront en plus grande abondance à l'œil par les gouttes de la ligne OF, & frapperont les ſens de la couleur rouge la plus foncée dans cette région. Par le même raiſonnement, les rayons qui ont des degrés intermédiaires de réfrangibilité, viendront plus abondamment par les gouttes qui ſont entre E & F frapper les ſens des couleurs intermédiaires dans l'ordre qu'exigent leurs degrés de réfrangibilité ; c'eſt-à-dire, qu'en allant de E à F, ou de l'intérieur à l'extérieur de l'arc, elles ſuivront cet ordre, le violet, l'indigo, le bleu, le verd, le jaune, l'orangé, le rouge. Mais le violet, par le mêlange de la lumière blanche des nuées, paroîtra languiſſant & tournera vers le pourpre. On peut encore obſerver que tous les rayons, excepté le violet, dans la ligne SE ſortiront de E par un plus grand angle que n'eſt l'angle SEO formé par le violet, & par conſéquent paſſeront au-deſſous de l'œil, & que tous les rayons, excepté le rouge dans la ligne SF, ſortiront de F par un angle moindre que n'eſt l'angle SFO formé par le rouge, & paſſeront par conſéquent au-deſſus de l'œil. Par ce moyen on ne verra que le rouge dans la ligne SF, & le violet dans la ligne SE.

500. De plus l'angle SGO étant égal à l'angle POG ou 50°. 57′, ſera le moindre angle où les rayons les moins réfrangibles pourront, après deux réflexions, ſortir des gouttes ; & par conſéquent les rayons les moins réfrangibles viendront plus abondamment à l'œil par les gouttes qui ſont dans la ligne OG, & frapperont les ſens par le rouge le plus foncé dans cette région. Et l'angle SHO étant égal à l'angle POH ou 54°. 7′, ſera le moindre angle où les rayons les plus réfrangibles, après deux réflexions, pourront ſortir des gouttes ; & par conſéquent ces rayons viendront plus copieuſement à l'œil par les gouttes qui ſont dans la ligne OH, & frapperont les ſens avec le violet le plus foncé dans cette région. Et par le même raiſonnement, les gouttes qui ſont dans les régions entre G & H frapperont les ſens des couleurs intermédiaires dans l'ordre qu'exigent leurs degrés de réfrangibilité ; c'eſt-à-dire, qu'en allant de G à H ou de l'intérieur de l'arc à l'extérieur, elles ſuivront cet ordre ; le rouge, l'orangé, le jaune, le verd, le bleu, l'indigo, le violet. Et puiſque ces quatre lignes OE, OF, OG, OH, peuvent être placées par tout dans les ſurfaces coniques dont

on a parlé ; ce qu'on a dit des gouttes & des couleurs dans ces lignes, doit s'entendre des gouttes & des couleurs dans toutes les parties de ces surfaces.

501. Il se formera donc ainsi deux arcs de couleurs, l'un intérieur & plus fort par une réflexion dans les gouttes, l'autre extérieur & plus foible par deux réflexions; car la lumière s'affoiblit dans chaque réflexion. Les couleurs seront dans un ordre contraire dans les deux arcs. Le rouge terminera l'espace G F qui est entre les deux arcs. La largeur apparente de l'arc intérieur, E O F, mesurée à travers les couleurs, sera 1°. 45′ & la largeur de l'arc extérieur, G O H, sera 3°. 10′, & la *distance* apparente entre les deux, G O F, sera 8°. 55′. Le plus grand demi-diamètre de l'arc intérieur, c'est-à-dire, l'angle P O F sera 42°. 2′, & le moindre demi-diamètre de l'extérieur, P O G, sera 50°. 57′.

502. Telles seroient les mesures des arcs, si le Soleil n'étoit qu'un point; car la largeur de son corps augmente la largeur des arcs, & diminue leur distance d'un demi-degré. Et ainsi la largeur de l'arc-en-ciel intérieur est de 2°. 15′; celle de l'extérieur 3°. 40′, leur distance 8°. 25′, le plus grand demi-diamètre de l'arc intérieur 42°. 17′, & le moindre de l'arc extérieur 50°. 40′. Car soit S E O la limite de tous les angles sous les rayons de chaque couleur, qui venant du centre du Soleil sont réfléchis de la goutte en E à l'œil en O. Prenez dans le rayon S E un point S à volonté, & que les angles E S M, E S N & E O M, E O N soient égaux chacun au quart d'un degré, c'est-à-dire, à la moitié de la largeur apparente du Soleil. Joignez O S & puisque les sommes des angles à la base O S des divers triangles O S M, O S E, O S N, sont égales entr'elles, leurs angles au sommet M, E, N seront aussi égaux entr'eux. Donc l'angle S M O sera la limite de tous les angles compris sous les rayons incidents & émergents de la même couleur, qui viennent du point *m* le plus élevé du Soleil, & S N O sera la limite de tous les angles compris sous les rayons incidents & émergents de la même couleur, qui viennent du point *n* le plus bas du Soleil. Donc si tous les rayons du Soleil étoient de la même couleur, ou également réfrangibles; la largeur apparente de l'arc mesurée par l'angle M O N ne seroit que d'un demi-degré, ou égale à la largeur apparente du Soleil mesurée par

Fig. 352.

l'angle MSN ou m S n. Mais puisque ses rayons sont différemment réfrangibles, imaginons que la goutte E est placée en quelqu'endroit des parties intérieures ou extérieures des arcs, décrites ci-devant dans la supposition que le Soleil n'étoit qu'un point. Or il est évident que l'angle EOM doit être ajouté à l'intérieur & EON à l'extérieur des angles que les largeurs de ces arcs comprennent en O, pour avoir leurs largeurs apparentes. L'arc-en-ciel est donc l'image circulaire du Soleil réfléchie à l'œil par les surfaces opposées d'une infinité de gouttes de pluye qui tombe des nues, & dilatée dans sa largeur par la réfrangibilité inégale des rayons de différentes couleurs.

503. Et telles sont aussi les dimensions de l'arc-en-ciel, que l'on trouve à fort peu près dans le ciel, lorsque ses couleurs paroissent fortes & parfaites. Car j'ai une fois mesuré avec les instrumens que j'avois, le plus grand demi-diamètre de l'arc-en-ciel intérieur, aussi exactement qu'il m'a été possible, & je l'ai trouvé d'environ 42 degrés; la largeur du rouge, du jaune, du verd dans cet iris, étoit de 63 ou 64 minutes, outre le rouge pâle extérieur qui étoit obscurci par la clarté des nues, & pour lequel on peut ajouter 3 ou 4 minutes de plus. La largeur du bleu étoit d'environ 40 minutes plus que le violet, qui étoit tellement obscurci par la clarté des nuages que je ne pus pas mesurer sa largeur. Mais en supposant que la largeur du bleu & du violet pris ensemble étoit égale à celle du rouge, du jaune & du verd pris ensemble, toute la largeur de cet iris devoit être d'environ $2\frac{1}{4}$ degrés, comme on l'a trouvé ci-devant. La moindre distance entre cet iris & l'iris extérieur étoit d'environ $8^{\circ}. 30'$. L'iris extérieur étoit plus large que l'intérieur; mais il étoit si foible, sur-tout du côté du bleu, qu'il ne me fut pas possible de mesurer distinctement sa largeur. Dans un autre tems, lorsque les deux arcs parurent plus distincts, je mesurai la largeur de l'iris intérieur $2^{\circ}. 10'$; & la largeur du jaune & du verd dans l'iris extérieur, étoit à celle des mêmes couleurs dans l'intérieur, comme 3 à 2.

504. Si l'on veut répéter ces observations après *Nevvton*, on doit observer que le demi-diamètre apparent de l'arc-en-ciel (ou d'un anneau de couleurs dans l'un des deux arcs) est égal à la hauteur apparente de son point le plus élevé

ajoutée à la hauteur du Soleil, & que par conséquent on peut le mesurer avec un quart de cercle ordinaire. Car soit SOP l'axe de ces arcs, qui passe par le Soleil en S & par l'œil en O; GOH une ligne horizontale, E le point le plus haut d'un anneau de deux arcs dont on demande le demi-diamètre EOP; il est évident que l'angle EOP = EOH + HOP = EOH + SOG.

Fig. 353.

505. Cette explication de l'arc-en-ciel est encore confirmée par l'expérience commune (qui a été faite par *Antoine de Dominis* & par *Descartes*) de la suspension d'un globe de verre plein d'eau dans quelque endroit éclairé par le Soleil, en le regardant dans une telle situation que les rayons qui viennent du globe à l'œil forment avec les rayons du Soleil un angle de 42 ou de 50 degrés. Car si l'angle est d'environ 42 ou 43 degrés, le spectateur placé en O, verra une couleur rouge parfaite dans la partie du globe qui est opposée au Soleil, comme elle est représentée en F; & si l'on rend cet angle plus petit, par exemple, en abaissant le globe en E, on verra d'autres couleurs, le jaune, le verd & le bleu successivement dans la même partie du globe. Mais si l'on fait l'angle d'environ 50 degrés, par exemple, en élevant le globe en G, on verra une couleur rouge dans la partie du globe opposée au soleil, & si l'on rend l'angle plus grand, par exemple, en élevant le globe en H, au rouge succéderont les autres couleurs, le jaune, le verd & le bleu. J'ai éprouvé la même chose en laissant le globe immobile, & en élevant ou abaissant l'œil, ou en le mouvant d'une autre manière pour donner à l'angle sa juste grandeur. Telles sont les observations faites par *Newton*.

Fig. 354.

506. Il ne reste maintenant qu'à expliquer différents anneaux déliés de couleurs contigus à l'intérieur du premier arc-en-ciel. Ils ont été observés & décrits en particulier par le Dr. *Langwith* dans les Transactions Philosophiques n°. 375. Voici la meilleure de ses observations. Les couleurs du principal arc-en-ciel étoient comme à l'ordinaire; seulement le pourpre tournoit beaucoup sur le rouge & étoit bien terminé. Sous cette couleur étoit un arc de couleur verte dont la partie supérieure tournoit vers un jaune brillant, & la partie inférieure vers un verd plus obscur: sous celui-ci on voyoit alternativement deux arcs de pourpre

rougeâtre & deux arcs de verd : sous tous ces arcs on avoit une apparence foible d'un autre arc de pourpre, qui disparoissoit & revenoit plusieurs fois si promptement, que nous ne pumes pas y fixer nos yeux. Ainsi l'ordre de ces couleurs étoit celui-ci.

I. Rouge, orangé, jaune, verd, bleu leger, bleu foncé, pourpre.

II. Verd leger, verd obscur, pourpre.

III. Verd, pourpre.

IV. Verd, pourpre languissant & disparoissant.

Nous eumes donc ainsi quatre ordres de couleurs & peut-être le commencement d'un cinquième ; car je ne doute nullement que ce que j'appelle pourpre, (lorsqu'il est fort rouge) ne soit un mêlange de pourpre de la partie supérieure avec le rouge qui le suivoit immédiatement au-dessous ; & que le verd ne soit un mêlange des couleurs intermédiaires. Il y a ici deux choses qui méritent notre attention, & qui pourront peut-être nous conduire à la solution de ce phénomène curieux. C'est que 1°. la largeur de la première suite surpassoit tellement celle de toutes les autres, qu'autant que je pus en juger, elle les égaloit toutes prises ensemble. 2°. Je n'avois jamais observé ces ordres intérieurs des couleurs dans les parties inférieures de l'arc-en-ciel, quoiqu'elles ayent été incomparablement plus vives que les parties supérieures sous lesquelles ces couleurs ont paru. J'ai observé cela si souvent que je ne puis pas le regarder comme un effet du hazard, & si on le trouve toujours vrai en général, il ne faudra pas chercher bien loin la cause de ce phénomène. Car il s'ensuivra que cet effet dépend de quelque propriété, que les gouttes retiennent tant qu'elles sont dans la partie supérieure de l'air, & qu'elles perdent en descendant & en se mêlant les unes avec les autres. Je suis persuadé que l'arc-en-ciel paroît rarement fort vif sans quelqu'un de ces ordres de couleurs, & que l'accord que l'on suppose exact, entre les couleurs de l'arc-en-ciel & celles du prisme ; est la raison pour laquelle on a si peu observé ce phénomène. Telles sont les remarques du Dr. *Langwith* ; à quoi le Dr. *Pemberton* joint la théorie suivante imprimée dans les Transactions n°. 375, & dans son livre sur la Philosophie de *Newton* p. 401.

507. *Newton* a observé que dans un verre poli & étamé, il

Opt., liv. II, part. 4, au commencement.

se fait une réflexion irrégulière, qui disperse une petite quantité de la lumière du principal rayon réfléchi. Si nous supposons que la même chose arrive dans la réflexion qui produit l'arc en-ciel, il n'en faut pas d'avantage pour produire l'apparence dont on a parlé. Soit A B un globule d'eau, B le point d'où les rayons d'une espèce déterminée, étant réfléchis en C, & ensuite sortant par la ligne C D, viennent à l'œil, & produisent l'apparence de la couleur dans l'arc-en-ciel, laquelle appartient à cette espèce. Supposons ici qu'outre la lumière qui est réfléchie régulièrement, une petite partie de cette lumière est dispersée irrégulièrement de tous les côtés, de manière que du point B outre les rayons qui sont réfléchis régulièrement de B en C; quelques rayons écartés reviennent par d'autres lignes comme par B E, B F, B G, B H de part & d'autre de la ligne B C. De plus, *Newton* a observé (*Opt. Liv. II. part. 3. prop. 12*) que les rayons de lumière en passant d'une surface à l'autre d'un corps réfringent, souffrent des accès alternatifs de transmission & de réflexion aisée qui se succèdent les uns aux autres dans des intervalles égaux, de manière que s'ils arrivent à la surface la plus avancée dans l'un de ces accès, ils seront transmis, & dans l'autre ils seront réfléchis. Ainsi les rayons qui viennent de B en C & qui sortent par la ligne C D, étant dans un accès de transmission aisée, les rayons écartés, qui tombent à une petite distance en dehors de ceux-là de part & d'autre (par exemple, ceux qui passent le long des lignes B E, B G) tomberont sur cette surface dans un accès de réflexion aisée, & n'en sortiront pas; tandis que ceux qui passent à quelque distance en dehors de ces derniers, arriveront à la surface du globule dans un accès de transmission aisée, & pénétreront cette surface. Supposons que ces rayons suivent les lignes B F, B H; ceux par B F auront un accès de plus de transmission aisée, & ceux par B H, un accès de moins que ceux qui passent par B en C. Ces deux rayons en sortant du globule, suivront par la réfraction de l'eau, les lignes F I, H K, qui seront presque inclinées également aux rayons incidents sur le globule, qui viennent du Soleil : mais les angles de leur inclinaison seront moindres que l'angle où les rayons émergents par la ligne C D, sont inclinés à ces rayons incidents. De même les rayons dispersés du point B à une certaine distance en dehors de ceux-ci,

Fig. 354.

seront émergents du globule, pendant que les rayons intermédiaires seront interceptés; & ces rayons émergents seront inclinés aux rayons incidents sur ce globule par des angles encore plus petits que ceux avec lesquels les rayons F I & H K leur sont inclinés; & en dehors de ces rayons, il en sortira d'autres qui seront inclinés aux rayons incidents par des angles encore plus petits. Or par ce moyen, il peut se former de chaque espèce de rayons, outre l'arc principal qui forme l'arc-en-ciel, d'autres arcs en dedans de chacun des principaux de la même couleur, quoique beaucoup plus foibles; & cela par différentes successions, aussi long-tems que ces lumières foibles, qui dans chaque arc deviennent de plus en plus obscures, continueront d'être visibles. Et comme les arcs produits par chaque couleur se mêlent diversement entr'eux, la diversité des couleurs observée dans ces arcs secondaires, peut fort bien venir de là. Dans les couleurs plus obscures, ces arcs peuvent s'étendre au-dessous de l'arc & se voir plus distinctement; dans les couleurs plus brillantes, ces arcs se perdent dans la partie inférieure de la lumière principale de l'arc-en-ciel; mais il est très-probable qu'elles contribuent à la teinture rouge que le pourpre de l'arc-en-ciel a ordinairement, & qui est plus remarquable, lorsque ces couleurs secondaires paroissent les plus fortes. Néanmoins ces arcs secondaires dans les couleurs les plus brillantes, peuvent s'étendre avec une lumière fort foible en dessous de l'arc, & teindre le pourpre des arcs secondaires d'une couleur rougeatre. Les distances précises entre l'arc principal & ces arcs plus languissants dépendent de la grandeur des gouttes où ils se forment. Pour leur donner quelque degré de séparation, il est nécessaire que les gouttes soient extrêmement petites. Il est très-vraisemblable que ces arcs se forment dans la vapeur de la nue, qui est entraînée par l'air, avec les plus grandes gouttes, lorsqu'il est mis en mouvement par la chute de la pluye; & c'est peut-être pour cela que ces couleurs ne paroissent que sous la partie supérieure de l'arc, cette vapeur ne descendant pas plus bas. Ce qui confirme encore plus ceci, c'est que ces couleurs paroissent plus fortes, lorsque la pluye tombe de quelque nuage fort noir, qui produit les pluyes les plus abondantes, & qui agitent par conséquent l'air avec plus de force. Telles sont les remarques du Dr. *Pemberton*.

Nevvton attribue à de pareils accès alternatifs de transmission & de réflexion aisée dans le passage de la lumière au travers des plus petits globules d'eau, ces petits anneaux colorés qui paroissent de tems en tems autour du Soleil & de la Lune. *Op. p.* 288. *obs.* 13.

LEMME.

508. La tangente de la somme de deux angles, est à la somme de leurs tangentes, comme le quarré du rayon est au même quarré diminué du rectangle sous les tangentes; & la tangente de la différence de deux angles, est à la différence de leurs tangentes, comme le quarré du rayon est au même quarré augmenté du rectangle sous les tangentes.

Fig. 355, 356. Soient RA, RB les tangentes des deux angles ROA, ROB. Faites : comme AB somme ou différence des deux tangentes est à AO sécante de l'un des angles, ainsi AO est à AC qu'il faut placer de A vers B. Dites encore, comme RC est à RO, ainsi RO est à RD; & RD sera la tangente de la somme ou de la différence des deux angles ROA, ROB. Car joignant CO, par la première de ces trois proportions, les triangles AOB, ACO sont équiangles (*Eucl. VI.* 6), & ainsi l'angle AOB est égal à l'angle ACO ou à ROD par la seconde proportion (*Eucl.* VI. 8). Donc dans la fig. 355, puisque $AC = \frac{AO^2}{AB} = \frac{RA^2 + RO^2}{RB + RA}$, nous aurons $RC = (AC - AR =) \frac{RA^2 + RO^2}{RB + RA} - RA = \frac{RO^2 - RB \times RA}{RB + RA}$. Donc $RD = \frac{RB + RA}{RO^2 - RB \times RA} \times RO^2$. Par un semblable raisonnement, fig. 356, nous avons $AC = \frac{RA^2 + RO^2}{RB - RA}$ & $RD = \frac{RB - RA}{RO^2 + RB \times RA} \times RO^2$. C.Q.F.D.

509. *Corol.* I. Donc la tangente de la somme d'un nombre quelconque d'angles donnés, ou la tangente d'un multiple quelconque d'un angle donné, peut se calculer aisément. Soit $RO = r$, $RA = a$, $RB = b$, la tangente de la somme des angles dont les tangentes sont a & b, c'est-à-dire $RD = \frac{b + a}{rr - ab} rr$. Nommons x cette tangente, par la même raison

celle

celle de la ſomme de ce dernier angle & d'un troiſieme angle, dont la tangente eſt c, ſera $\frac{x+c}{rr-xc}rr$, ou en ſubſtituant la valeur de x, $\frac{rr.\overline{a+b+c}-abc}{rr-ab-ac-bc}$, tangente de la ſomme de trois angles, dont les tangentes ſont a, b, c, & ainſi de ſuite.

510. *Corol.* 2. Faites maintenant $a=b=c$, & pour la tangente d'un angle double, nous aurons $\frac{2arr}{rr-aa}$, & pour celle d'un angle triple $\frac{3arr-a^3}{rr-3aa}$, & ainſi de ſuite.

PROPOSITION V.

511. *Le demi-diamètre apparent d'un arc-en-ciel, ou le plus grand angle ſous le rayon incident & émergent après un nombre donné de réflexions ſucceſſives, étant donné, trouver la raiſon de la réfraction ?*

Soit m le nombre donné des réflexions ſucceſſives augmenté de l'unité ; & en ſuppoſant que les angles ABC, ABD ſoient les angles d'incidence & de réfraction requis, ſoit l'angle $ABE = m \times ABD$ & l'angle CBE ou $m \times ABD - ABC$ ſera la moitié de l'angle donné ſous les rayons incidents & émergents après $m-1$ réflexions (art. 488). Soit le rayon commun $AB = r$, la tangente inconnue de réfraction $AD = a$, & la tangente d'incidence $AC = ma$ (art. 491). Soit auſſi $AE = x$, & t la tangente de l'angle donné CBE ſous le rayon r. Par le Lemme, on aura $t : x-ma :: rr : rr+xma$, Donc $t = \frac{x-ma}{rr+xma}rr$. Fig. 357.

1er. *Cas.* Dans le premier arc-en-ciel $m=2$. Donc $t = \frac{x-2a}{rr+2xa}rr$, & par l'art. 510, $x = \frac{2a}{rr-aa}rr$, tangente de 2ABD. Subſtituez cette valeur à la place de x dans la premiere équation, & par réduction elle deviendra $a^3 - \frac{3}{2}taa - \frac{1}{2}trr = 0$, la réſolution de cette équation donnera la tangente a de l'angle de réfraction ; & la tangente AC de l'angle d'inci-

dence $= 2a$, par l'art. 491, & par les tables, on aura la raison de leurs sinus.

2d. *Cas*. Dans le second arc-en-ciel, $m = 3$, dont $t = \frac{x - 3a}{rr + 3xa} rr$, & par l'art. 510, $x = \frac{3arr - a^3}{rr - 3aa}$, tangente de 3 ABD. Substituez cette valeur à la place de x, & vous aurez $a^4 + \frac{8}{3}\frac{rr}{t} a^3 - 2rraa * - \frac{1}{3}r^4 = 0$, ou faisant $T = \frac{rr}{t}$, tangente de la moitié de l'angle de cet arc (art. 488) $a^4 + \frac{8}{3} T a^3 - 2rraa * - \frac{1}{3} r^4 = 0$. La même méthode s'applique aux autres arcs à l'infini.

512. *Corol.* Dans le premier cas si l'on prend T pour $2a$ ou AC tangente de l'angle d'incidence, & si l'on substitue $\frac{1}{2}$ T pour a dans la première équation, $a^3 - \frac{3}{2} taa - \frac{1}{2} trr = 0$, elle se change en celle-ci $T^3 - 3tTT - 4rrt = 0$, la même que celle du Dr. *Hadley*, qui proposa ce problême comme une méthode expéditive pour trouver la raison de la réfraction dans un fluide quelconque, en observant (lorsque le Soleil est bas, & que sa lumière est vive) l'angle sous un rayon incident & émergent d'une goutte d'un fluide suspendue à l'extrêmité d'un tuyau capillaire. Voyez les exemples qu'il en donne, *Transf. phil.* n°. 267, & la dissertation du Dr. *Morgan* sur l'arc-en-ciel, parmi les notes sur la Physique de *Rohault* p. 3. ch. 17.

Ayant achevé ce qui regarde l'arc-en-ciel, je vais examiner les rayons qui sortent d'une goutte après deux réfractions sans aucune réflexion, pour pouvoir rendre compte des halos.

PROPOSITION VI.

Fig. 358, n. 1. 513. *Lorsqu'un rayon de lumière* SABL *est rompu dans une sphére en* A *&* B *sans aucune réflexion intermédiaire, l'angle* LMN *sous le rayon incident* SAMN *& sous le rayon émergent prolongé* LBM, *est égal à deux fois l'excès de l'angle d'incidence* OAM *par-dessus l'angle de réfraction* OAB: *& par conséquent il croît continuellement pendant que l'angle d'incidence croît.*

Car l'angle extérieur LMN est égal à la somme des deux intérieurs MAB, MBA, qui sont égaux entr'eux à cause des

réfractions égales en A & B ; comme on le voit en imaginant qu'un rayon va des deux côtés le long de la corde AB. Et l'un de ces angles égale l'excès de OAM sur OAB : & puisque les incréments de OAM sont toujours plus grands que ceux de OAB (art. 421) les excès des plus grands incréments par-dessus les moindres, augmenteront continuellement l'angle BAM, & par conséquent l'angle total LMN. C. Q. F. D.

514. *Corol.* 1. Menez un diamètre POQE parallele au rayon incident SAM ; & qu'il coupe le rayon émergent BL en E ; pendant que l'angle LMN croît depuis zero, la ligne ME décroît continuellement. Car soit achevé le parallelograme EMAH, & que AB & PQ soient prolongées jusqu'à leur rencontre en T ; les triangles équiangles AMB, BET seront isosceles. Or si ME ou AH est supposée croître, ou seulement se soutenir pendant que l'angle opposé AOH décroît ; le côté contigu HO croîtra, & par conséquent la somme de AH & HO ou de HT & HO, c'est-à-dire OT, doit aussi croître. Mais par l'art. 476 la ligne OT décroît continuellement ; donc la supposition que nous avons faite que AH ou ME croissent ou se soutiennent est fausse ; & par conséquent cette ligne décroît continuellement pendant que l'angle d'incidence ou que l'angle LMN croît. Fig. 358, n. 2.

515. *Corol.* 2. Donc pendant que l'angle LMN croît, la ligne OE décroît continuellement. Car il est aisé de faire voir que ME & OE sont égales.

PROPOSITION VII.

516. *Lorsque des rayons paralleles tombent sur la surface d'une sphére & qu'ils en sortent après deux réfractions sans aucune réflexion intermédiaire, leur densité à l'œil d'un spectateur placé à une grande distance de la sphére, diminuera continuellement, pendant que les angles sous les rayons incidents & émergents croissent.* Fig. 359.

Car en supposant les mêmes lignes que ci-devant, soit *sabF*λ le rayon le plus proche de SABFL, & qu'ils se coupent mutuellement en F. Que la perpendiculaire Lλ soit supposée le diamètre de la prunelle de l'œil. Du centre O abaissez

O H *h* perpendiculaire aux rayons incidents prolongés ; O I *i* perpendiculaire aux rayons rompus A B, a *b* ; & O K *k* perpendiculaire aux rayons émergents. Soient auſſi L R, M S, A T perpendiculaire au diamètre P Q, lequel eſt parallele aux rayons incidents, & que T A prolongée coupe *s* a en *a*. Puiſque O I eſt à O H & à O K comme le moindre des ſinus d'incidence & de réfraction eſt au plus grand, & que de même O *i* eſt à O *h* & à O *k* en même raiſon, nous aurons en diviſant I *i* eſt à H *h* & à K *k* dans la même raiſon donnée, & par conſéquent H *h* = K *k*. Mais les triangles K F *k* ; L F λ ſont équiangles, auſſi bien que M E S & L E R. Donc A *a* ou H *h* ou K *k* : L λ :: F K : F L & A T ou M S : L R :: E M : E L. Donc A *a* × A T : L λ × L R :: F K × E M : F L × E L. Or en ſuppoſant que toute la figure tourne autour de l'axe P Q ; puiſque les mêmes rayons qui paſſent par l'anneau que A *a* décrit, paſſeront auſſi par l'anneau que L λ décrit ; en ſuppoſant qu'aucun d'eux ne ſoit arrêté dans la ſphére, il s'enſuit que leur denſité en L eſt à leur denſité en A, en raiſon réciproque des anneaux, c'eſt-à-dire, en raiſon directe de A *a* × A T à L λ × L R ou de F K × E M à F L × E L (parce que les circonférences décrites par A & L ſont comme leurs demi-diamètres A T, L R). Et la denſité des rayons incidents étant par-tout la même, celle des rayons émergents en L ſera en raiſon directe de F K × E M & en raiſon inverſe de F L × E L, & par conſéquent en raiſon directe de F K × E M lorſque l'œil en L eſt fort éloigné ; parce que les points E, F ne s'écartent jamais beaucoup de la ſphére (art. 432, 515). Or pendant que l'angle L M N croît, la ligne F K décroît continuellement (art. 420, 432) auſſi bien que la ligne E M (art. 514). Donc la denſité des rayons qui tombent ſur un œil éloigné en L, décroît continuellement. C. Q. F. D.

On peut auſſi démontrer cette propoſition par parties en cette manière.

517. 1°. La denſité des rayons qui tombent perpendiculairement ſur la ligne L λ dans un plan d'émergence, eſt en raiſon directe de F K & inverſe de F L, & lorſque L eſt éloigné, elle eſt en raiſon directe de F K. Car en ſuppoſant que tous les rayons incidents ſoient tranſmis de A *a* en L λ, leur denſité

en L λ sera à leur densité en A *a*, comme (A *a* ou H *h* ou K *k* à L λ, ou comme) F K à F L; & la ligne F L sera invariable lorsque L est éloigné, parce que le foyer F ne s'écarte jamais beaucoup de la sphére. (art. 432).

518. 2°. La densité des rayons qui tombent sur la circonférence décrite par le point L autour de l'axe P Q est en raison directe de E M, & inverse de E L : & lorsque L est éloigné, en raison directe de E M. Car en supposant que tous les rayons incidents sont transmis, leur densité dans la circonférence décrite par le point L sera à leur densité dans la circonférence décrite par le point A, en raison réciproque de ces circonférences, c'est-à-dire, en raison directe du demi-diamètre A T ou M S au demi-diamètre L R, c'est-à-dire, comme E M à E L : & la ligne E L sera invariable, lorsque L est éloigné, parce que le point E ne s'écarte jamais beaucoup de la sphére. (art. 515).

519. 3°. Il est à remarquer que comme F est le foyer des rayons qui sont émergents de la sphére dans chaque plan d'incidence & d'émergence; ainsi E est le foyer de ceux qui sont émergents dans une surface conique décrite par la révolution de E L autour de l'axe O E, à laquelle surface tous les plans d'émergence sont perpendiculaires.

520. 4°. Lorsqu'un pinceau solide de rayons tombe sur une surface plane, & qu'ils sont uniformément denses dans chaque partie de cette surface; on peut regarder les rayons incidents comme composés d'une infinité de plans physiques de rayons, qui tombent sur la surface par autant de lignes physiques, paralleles entr'elles. Et alors si leur densité est donnée dans chacune de ces lignes, leur densité sur la surface sera comme la densité des lignes; & si la densité des rayons est donnée, la densité des rayons sur la surface sera comme leur densité dans chacune de ces lignes. Donc si aucune des deux n'est donnée, la densité des rayons sur la surface sera en raison composée de leur densité dans chaque ligne & de la densité des lignes.

521. 5°. Pour appliquer cette regle à la densité des rayons sur l'anneau circulaire décrit par la révolution de L λ; puisque sa largeur L λ est supposée fort petite en comparaison de son

diamètre; les plans d'émergence en diviseront chaque petite partie en lignes, comme L λ, à fort peu près paralleles entr'elles. Et par conséquent la densité des rayons dans cette petite partie, sera comme leur densité dans chaque ligne L λ, & comme la densité des lignes L λ; c'est-à-dire, comme $\frac{FK}{FL} \times \frac{EM}{EL}$, par la première & seconde regles; & lorsque L est éloigné, comme le rectangle F K × E M, comme ci-devant.

522. 6°. Soient maintenant les rayons hétérogénes rompus par la sphére; puisque toute la quantité de la réfraction croît par degrés à mesure que les rayons s'écartent de plus en plus de son centre (art. 513); ces rayons hétérogénes seront par conséquent de plus en plus séparés par degrés les uns des autres (art. 171), & par cette raison, ils tomberont moins denses sur l'œil en L λ que s'ils étoient tous homogénes.

523. 7°. Nous avons toujours supposé ici que tous les rayons incidents sont transmis au travers de la sphére. Mais il est certain que quelques-uns d'eux sont réfléchis, tant à la première qu'à la seconde surface, comme dans le cas de l'arc-en-ciel. Et l'on observe communément, qu'à mesure que les rayons tombent plus obliquement sur une surface, il s'en réfléchit un plus grand nombre; & ainsi les rayons qui s'éloignent de plus en plus du centre de la goutte, & qui par conséquent tombent toujours plus obliquement sur ses surfaces, sont toujours plus diminués par les réflexions; & ainsi la lumière émergente décroîtra toujours plus vîte ou en plus grande proportion que le décroissement du rectangle F K × E M.

524. 8°. Si l'on voit le Soleil au travers d'une sphére si grande, qu'elle comprenne dans l'œil un angle aussi grand ou plus grand que ne feroit le Soleil même à l'œil nud; son corps paroîtra plus grand au travers de la sphére, lorsqu'on la tiendra dans une ligne menée directement de l'œil au Soleil; & il paroîtra diminuer par degrés pendant que la sphére se meut à côté de cette ligne. On démontrera cela dans un autre endroit, & l'on peut aisément l'éprouver en regardant une chandelle allumée ou tout autre objet brillant au travers d'un verre plein d'eau. Dans ce cas, la clarté apparente du Soleil, ou la clarté réelle de sa peinture sur la rétine, varie en raison directe de la

densité des rayons dans chaque pinceau lorsqu'ils tombent sur l'œil, & en raison inverse de la grandeur de la peinture : parce que si la grandeur de la peinture étoit invariable, sa clarté seroit comme la densité des rayons dans chaque pinceau; & si la densité étoit invariable, sa clarté seroit en raison inverse de sa grandeur. Mais puisque l'angle compris dans l'œil par un globule dans une nuë n'a point de grandeur sensible, la peinture du Soleil sur la rétine, formée par les rayons qui traversent ce globule, ne peut pas varier de grandeur, n'étant jamais qu'un point qui affecte les sens, non par sa grandeur, mais uniquement par son éclat. Ainsi lorsque ce globule se meut de côté, la clarté du Soleil, vu au travers, varie en raison directe de la densité des rayons qui viennent d'un seul point du Soleil à l'œil; parce que la densité des rayons qui viennent tout à la fois de tous les points du Soleil, varie en même raison que leur densité dans chaque pinceau.

525. 9°. Lorsque donc le Soleil brille sur un grand amas de ces globules, sa lumière doit paroître plus forte dans les globules qui sont directement entre l'œil & le Soleil, & elle doit s'affoiblir toujours plus dans les globules qui sont éloignés de plus en plus de cette ligne ou du lieu apparent du Soleil.

526. Comme ce n'est gueres mieux qu'un degré d'incertitude d'avoir un sentiment différent de celui de ce grand maître le Chevalier *Nevvton*, ou que c'est au moins une sorte de peine dont l'esprit voudroit fort être débarrassé; je suis entré dans un très-grand détail pour démontrer cette proposition, parce que je ne sçaurois la concilier avec une autre de *Nevvton* (*Opt. p.* 155), où il dit, que la lumière qui traverse les gouttes de pluye par deux réfractions sans aucune réflexion, doit paroître plus forte à la distance d'environ 26 degrés du Soleil, (c'est-à-dire, lorsque l'angle L M N est d'environ 26°), & qu'elle doit diminuer par degrés de part & d'autre, à mesure que cette distance du Soleil croît & décroît. Et que la même chose doit s'entendre de la lumière transmise au travers des grains sphériques de grêle. Et si la grêle est un peu applatie, comme elle l'est souvent, la lumière transmise pourra devenir si forte à une moindre distance que celle de 26°. qu'elle formera un halo autour du Soleil ou de la Lune. Voici comme il s'exprime.

